

# 新建盾构隧道开挖诱发邻近管线受力及变形的简化分析

杜可<sup>1</sup>, 张江涛<sup>1</sup>, 徐鑫洋<sup>1</sup>

(华东交通大学土木建筑学院, 江西 南昌 330013)

**摘要:** 为准确评估盾构隧道施工诱发邻近管线的受力及变形, 建立了参数分段均匀的 Pasternak-TB 力学模型。首先, 将管线视为 Pasternak 地基上的 Timoshenko 梁, 采用两阶段法研究盾构隧道开挖诱发管线的受力及变形。第一阶段, 计算隧道开挖引起既有管线轴线处的附加荷载; 第二阶段, 建立参数分段均匀的 Pasternak 地基上的 Timoshenko 梁模型模拟管线, 并将所得附加荷载施加至力学模型上, 进而得到管线受力及变形的解析方法。随后, 通过对比工程实测数据、不同理论方法及离心机试验结果, 验证了解析方法的正确性。最后, 分析了地层损失率和管线弹性模量对管线受力及变形影响的规律。结果表明, 管线最大位移及弯矩随地层损失率线性增加; 随管线弹性模量增加管线最大位移非线性减小, 最大弯矩则非线性增大。该解析方法为隧道-管线相互作用分析提供了高效工具; 据此揭示的规律, 为地层损失率控制及管材强度差异化校核提供了理论依据。

**关键词:** 盾构隧道; 地下管线; Timoshenko 梁; Pasternak 地基; 两阶段法

中图分类号: TU348

文献标志码: A

## Simplified Analysis of Forces and Deformations of Adjacent Pipelines Induced by Shield Tunneling

Du Ke<sup>1</sup>, Zhang Jiangtao<sup>1</sup>, Xu Xinyang<sup>1</sup>

(School of Civil Engineering and Architecture, East China Jiaotong University, Nanchang, 330013, China)

**Abstract:** To accurately evaluate the forces and deformations of adjacent pipelines induced by shield tunnel construction, a Pasternak-TB mechanical model with piecewise uniform parameters is established. First, the pipeline is modeled as a Timoshenko beam on a Pasternak foundation. This model is then analyzed using a two-stage method to determine the forces and deformations induced by shield tunnel excavation. In the first stage, the additional load on the axis of the existing pipeline induced by tunnel excavation is calculated. In the second stage, a Timoshenko beam model on a Pasternak foundation with piecewise uniform parameters is established to simulate the pipeline. By applying the obtained load to this mechanical model, an analytical method for determining the pipeline forces and deformations is derived. Subsequently, the proposed method was validated against field data, existing theoretical methods, and centrifuge tests. Finally, the influence patterns of ground loss ratio and pipeline elastic modulus on pipeline forces and deformations were analyzed. Results indicate that the pipeline's maximum displacement and bending moment increase linearly with the ground loss ratio. In contrast, an increase in the elastic modulus nonlinearly reduces the maximum displacement but increases the maximum bending moment. The proposed method provides an efficient tool for tunnel-pipeline interaction analysis; the revealed patterns offer a theoretical basis for ground loss ratio control and differential verification of pipeline strength.

**Key words:** shield tunnel; underground pipeline; Timoshenko beam; Pasternak foundation; two-stage method

作为城市地下的生命线, 新建盾构隧道开挖不可避免地会对邻近既有管线等结构产生不利影响<sup>[1,2]</sup>, 严重时会导致管线的局部屈服、断裂破坏等<sup>[3,4]</sup>。因此, 预测新建盾构隧道施工对邻近管线带来的影响至关重要。

目前, 针对新建盾构隧道开挖诱发邻近管线受力及变形问题已经有大量的深入研究<sup>[5-13]</sup>。此类问题主要的研究方法有: (1)模型试验法<sup>[14]</sup>; (2)有限元方法<sup>[13]</sup>; (3)解析方法<sup>[5-9]</sup>等。上述研究方法中, 模型试验法采用离心试验等手段模拟盾构穿越行为, 优点是结果直观精确, 但存在着试验准备时间久、费用高等固有缺陷; 有限元方法能够模拟复杂的管-土相互作用, 但是过于精细化的模型会导致建模效率低下和计算速度慢等明显缺点; 解析方法因其计算效率高、精度满足工程需求等优点, 常被用于分析新建盾构隧道开挖诱发邻近管线的受力及变形, 可以便捷的为实际工程提供指导建议<sup>[6]</sup>。

采用解析方法分析新建盾构隧道开挖诱发邻近管线受力及变形问题时, 普遍采用“两阶段法”, 即将该问题分两个阶段进行求解。第一阶段, 计算新建盾构隧道开挖在管线轴线处诱发的自由场土体位移, 并

将其转化为附加荷载。这可通过多种方法实现，例如 Loganathan & Poulos [15]提出的简化公式；第二阶段，则将该附加荷载施加于管线的力学模型上，从而求得管线的受力与变形。针对隧道或基坑开挖引起的邻近管线不均匀沉降，已有诸多研究基于两阶段法展开。Attwell et al.[11]采用 Winkler 地基模型模拟管线与周围土体的相互作用，推导了管线变形的解析。但是 Winkler 地基模型无法考虑地基弹簧间剪力的传递作用，导致预测精度受限<sup>[6, 16]</sup>。因此，又有一些学者采用了可考虑土体内部剪力传递的 Pasternak 地基模型<sup>[17]</sup>模拟管线与周围土体之间的相互作用。张桓等<sup>[6]</sup>将管线模拟为 Pasternak 地基模型上无限长的 Euler-Bernoulli 梁（Euler-Bernoulli Beam，以下简称 EB），结果显示在计算隧道开挖对既有管线变形的影响时，Pasternak 地基模型较 Winkler 地基模型而言更符合实测数据。林存刚等<sup>[8]</sup>则将管线模拟为 Pasternak 地基上的 EB（以下简称 Pasternak-EB），采用有限差分法求解了能考虑管线接头影响的非连续性管线变形解，同样发现 Pasternak 地基用于分析盾构隧道开挖诱发非连续管线变形精度较高。上述研究工作中均将管线视为 EB，该理论无法考虑管线本身发生的剪切变形，导致预测的管线变形与实测数据之间存在较大的偏差，从而影响管线的风险评估。为此，管凌霄等<sup>[5]</sup>使用能考虑剪切变形的 Timoshenko 梁（Timoshenko Beam，以下简称 TB）模拟管线，并基于集中荷载作用下的无限长梁法推导了管线的变形解，发现管线在邻近土体开挖的影响下产生的纵向不均匀沉降中管线剪切变形的影响无法被忽略。但值得注意的是，虽然该解析方法<sup>[5, 6]</sup>力学概念清晰，但其推导基于管线两端自由与地基参数均匀这一理想条件。在实际运用中，该方法不仅需要管线受附加荷载影响范围内进行大量数值积分，求解过程繁琐，更意味着一旦管线的约束条件改变（如端部固定或位于有限长度管线的端部）或地基参数沿管线纵向变化，其解的形式需要重新推导，缺乏普适性，因而给工程运用带来不便。

基于上述研究现状，本文综合既有解析方法<sup>[18]</sup>的研究思路，考虑地基弹簧间剪力的传递及管线剪切变形两个因素，将管线视为 Pasternak 地基上的 TB（以下简称 Pasternak-TB），建立了参数分段均匀的 Pasternak-TB 力学模型。该模型可实现对有限长度管线、沿管线纵向可变地基参数以及实际工程边界条件的灵活模拟。基于此模型和两阶段法<sup>[19]</sup>，提出了一种无需复杂积分、可高效率求解的简化解析方法。通过一些算例的验证，检验了该解析方法的正确性。最后，分析了地层损失率、管线弹性模量对管线受力及变形的影响规律，并据此给出了一些工程上加强管线防护的实用建议。

## 1 盾构隧道开挖诱发既有管线轴线处的附加荷载

如图 1 所示，新建盾构隧道下穿既有管线施工会导致既有管线产生一定的变形。图 1 中，管线的轴线埋深和直径分别为  $z_p$  和  $D_p$ ；隧道的轴线埋深和半径分别为  $z_t$  和  $R$ 。为了简化分析，本文采用如下基本假定计算管线的竖向位移：

- 1) 管线所受荷载由盾构开挖诱发的土体自由场位移确定，即忽略管线对周围土体位移场的扰动；
- 2) 管线被简化为均匀弹性体，并考虑既有管线的剪切变形，即将管线模拟为 TB；
- 3) 考虑土体对管线的弹性支撑和相邻土体间的剪力传递，即采用 Pasternak 地基模拟土体，且管线与土体始终接触，变形协调，二者不发生分离；
- 4) 不考虑侧向土压力，将下穿隧道引起的复杂管土相互作用简化为自由场位移施加于管线。

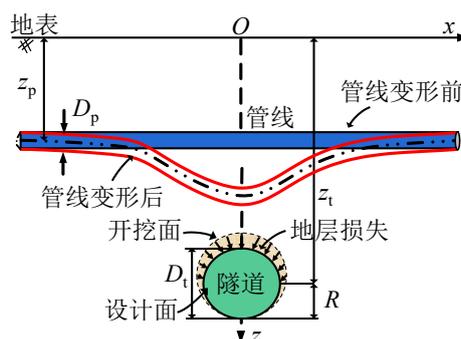


图1 隧道施工对既有管线的影响

Fig.1 Effects of tunnelling on existing pipelines

Loganathan & Poulos 提出了由盾构开挖诱发的土体自由场位移预测公式, 盾构隧道诱发既有管线轴线处竖向自由场位移  $U_z(x)$  可表示为<sup>[15]</sup>:

$$U_z(x) = \varepsilon_0 R^2 \left\{ -\frac{z_p - z_t}{x^2 + (z_p - z_t)^2} + \frac{(3 - 4\nu)(z_p + z_t)}{x^2 + (z_p + z_t)^2} - \frac{2z_p[x^2 - (z_p + z_t)^2]}{[x^2 + (z_p + z_t)^2]^2} \right\} \exp \left[ \frac{-1.38x^2}{(z_t + R)^2} - \frac{0.69z_p^2}{z_t^2} \right], \quad (1)$$

式中,  $\nu$  是土体泊松比;  $\varepsilon_0$  为地层损失率, 一般情况下, 其为盾构隧道开挖引起的地层损失体积与隧道设计开挖体积之比, 其取值可参考 Loganathan & Poulos<sup>[15]</sup>提出的计算方法。

根据式(1)可以计算盾构隧道垂直下穿既有管线时, 沿管线纵向的竖向自由场位移。为考虑隧道与管线以任意角度  $\theta$  相交的情况, 可对该公式进行改进。如图2所示, 当相交角为  $\theta$  时, 管线上任意一处至隧道轴线的距离应改为  $x \sin \theta$ 。将此几何关系代入式(1)中, 即可得到适用于任意相交角度工况下, 既有管线轴线处竖向自由场位移为<sup>[7]</sup>:

$$U_z(x) = \varepsilon_0 R^2 \left\{ -\frac{2z_p[(x \sin \theta)^2 - (z_p + z_t)^2]}{[(x \sin \theta)^2 + (z_p + z_t)^2]^2} + (3 - 4\nu) \frac{z_p + z_t}{(x \sin \theta)^2 + (z_p + z_t)^2} - \frac{z_p - z_t}{(x \sin \theta)^2 + (z_p - z_t)^2} \right\} \exp \left[ \frac{-1.38(x \sin \theta)^2}{(z_t + R)^2} - \frac{0.69z_p^2}{z_t^2} \right], \quad (2)$$

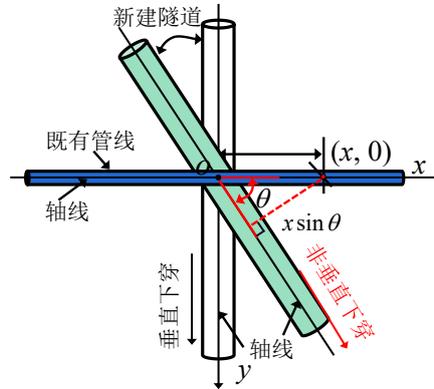


图2 隧道与既有管线位置关系

Fig.2 Relative position of the tunnel and the existing pipeline

盾构开挖导致既有管线轴线处产生竖向自由场位移  $U_z(x)$ , 该过程可视为隧道周围发生卸荷, 进而导致既有管线的挠曲变形  $w(x)$ 。此时, 既有管线轴线处所受附加荷载可等效为<sup>[6]</sup>:

$$q(x) = kU_z(x) - G_s \frac{d^2 U_z(x)}{dx^2}, \quad (3)$$

式(3)中,  $k = k_0 D_p$ ,  $G_s = G_0 D_p$ ,  $G_0$  和  $k_0$  分别是 Pasternak 地基模型中的地基剪切模量和地基反力系数, 可分别由式(4)、式(5)得到<sup>[11, 20, 21]</sup>:

$$G_0 = \frac{E_s h_t}{6(1-\nu)}, \quad (4)$$

其中,  $E_s$  是土体弹性模量;  $h_t$  被文献<sup>[5]</sup>称为土体剪切层厚度, 取  $h_t = 6D_p$  <sup>[5]</sup>。

$$k_0 = \frac{1.3E_s}{D_p(1-\nu^2)} \sqrt{E_s D_p^4 / (EI)}, \quad (5)$$

其中,  $EI$  是管线的抗弯刚度。

## 2 管线受力及变形解析解

### 2.1 力学模型建立

Pasternak 地基上受均布荷载作用的 TB 位移  $w$  的控制微分方程为<sup>[22-24]</sup>:

$$-\frac{d}{dx} \left[ \kappa GA \left( \frac{dw}{dx} - \psi \right) \right] - G_s \frac{d^2 w}{dx^2} + kw = q, \quad (6a)$$

$$-\frac{d}{dx} \left( EI \frac{d\psi}{dx} \right) - \kappa GA \left( \frac{dw}{dx} - \psi \right) = m, \quad (6b)$$

式中,  $\kappa GA$  是管线剪切刚度, 其中  $\kappa$  是截面修正系数,  $G$  是管线剪切模量,  $A$  是管线横截面面积;  $q$  是均布荷载;  $m$  是均布力偶;  $\psi$  是转角。

一般情况下, 式(6)所对应的齐次方程的特征方程, 其根的形式与 Pasternak-EB 情况是一致的, 有两对共轭复数根  $\pm(\zeta_1 \pm \zeta_2 i)^{[25-27]}$ , 其中:

$$\zeta_1 \pm \zeta_2 i = \sqrt{\frac{(k/\kappa GA + G_s/EI) \pm \chi i}{2(1 + G_s/\kappa GA)}}, \quad (7)$$

$$\chi = \sqrt{4k/EI - (k/\kappa GA - G_s/EI)^2}. \quad (8)$$

因此挠度、转角、剪力和弯矩的通解可写为:

$$w = e^{-\zeta_1 x} [c_1 \cos(\zeta_2 x) + c_2 \sin(\zeta_2 x)] + e^{\zeta_1 x} [c_3 \cos(\zeta_2 x) + c_4 \sin(\zeta_2 x)] + q/k, \quad (9a)$$

$$\psi = -c_1 e^{-\zeta_1 x} [s_1 \cos(\zeta_2 x) + s_2 \sin(\zeta_2 x)] + c_2 e^{-\zeta_1 x} [s_2 \cos(\zeta_2 x) - s_1 \sin(\zeta_2 x)] + c_3 e^{\zeta_1 x} [s_1 \cos(\zeta_2 x) - s_2 \sin(\zeta_2 x)] + c_4 e^{\zeta_1 x} [s_2 \cos(\zeta_2 x) + s_1 \sin(\zeta_2 x)] + m/\kappa GA, \quad (9b)$$

$$Q = \kappa GA c_1 e^{-\zeta_1 x} [s_3 \cos(\zeta_2 x) + s_4 \sin(\zeta_2 x)] - \kappa GA c_2 e^{-\zeta_1 x} [s_4 \cos(\zeta_2 x) - s_3 \sin(\zeta_2 x)] - \kappa GA c_3 e^{\zeta_1 x} [s_3 \cos(\zeta_2 x) - s_4 \sin(\zeta_2 x)] - \kappa GA c_4 e^{\zeta_1 x} [s_4 \cos(\zeta_2 x) + s_3 \sin(\zeta_2 x)] - m, \quad (9c)$$

$$M = -EI c_1 e^{-\zeta_1 x} [s_5 \cos(\zeta_2 x) + s_6 \sin(\zeta_2 x)] + EI c_2 e^{-\zeta_1 x} [s_5 \cos(\zeta_2 x) - s_6 \sin(\zeta_2 x)] - EI c_3 e^{\zeta_1 x} [s_6 \cos(\zeta_2 x) - s_5 \sin(\zeta_2 x)] - EI c_4 e^{\zeta_1 x} [s_5 \cos(\zeta_2 x) + s_6 \sin(\zeta_2 x)], \quad (9d)$$

式中,  $c_j$  ( $j=1,2,3,4$ ) 为待定的参数, 以及

$$s_1 = (EI/\kappa GA)(1 + G_s/\kappa GA)\zeta_1(\zeta_1^2 - 3\zeta_2^2) - [kEI/(\kappa GA)^2 - 1]\zeta_1, \quad (10a)$$

$$s_2 = (EI/\kappa GA)(1 + G_s/\kappa GA)\zeta_2(3\zeta_1^2 - \zeta_2^2) - [kEI/(\kappa GA)^2 - 1]\zeta_2, \quad (10b)$$

$$\begin{aligned} s_3 &= s_1 - \zeta_1, \quad s_4 = s_2 - \zeta_2, \\ s_5 &= \zeta_1 s_2 + \zeta_2 s_1, \quad s_6 = \zeta_1 s_1 - \zeta_2 s_2. \end{aligned} \quad (10c)$$

将  $x=0$  和  $x=L$  分别代入式(9a)和式(9b), 可以得到梁两端的位移为:

$$\{\boldsymbol{\delta}\} = [\mathbf{B}]\{\mathbf{c}\} + \{\mathbf{q}_\delta\}, \quad (11)$$

式中, 向量  $\{\boldsymbol{\delta}\}$  是由梁两端的挠度  $w_0$  和  $w_L$  以及转角  $\psi_0$  和  $\psi_L$  排列而成, 即

$$\{\boldsymbol{\delta}\} = [w_0 \quad \psi_0 \quad w_L \quad \psi_L]^T, \quad (12)$$

而向量  $\{\mathbf{c}\}$  则是由各通解中的待定系数  $c_j$  ( $j=1,2,3,4$ ) 排列而成, 即

$$\{\mathbf{c}\} = [c_1 \quad c_2 \quad c_3 \quad c_4]^T. \quad (13)$$

同样, 把  $x=0$  和  $x=L$  分别代入式(9c)和式(9d), 可以得到梁两端的内力为:

$$\{\mathbf{f}\} = [\mathbf{D}]\{\mathbf{c}\} + \{\mathbf{q}_f\}, \quad (14)$$

式中, 向量  $\{\mathbf{f}\}$  是由梁两端的剪力  $Q_0$  和  $Q_L$  以及弯矩  $M_0$  和  $M_L$  排列而成, 即

$$\{\mathbf{f}\} = [Q_0 \quad M_0 \quad Q_L \quad M_L]^T. \quad (15)$$

通过式(11)和(14), 我们看到单元两端的位移和内力由待定系数  $\{\mathbf{c}\}$ 、矩阵  $[\mathbf{B}]$ ,  $[\mathbf{D}]$  和非齐次项组合形成的向量  $\{\mathbf{q}_\delta\}$ ,  $\{\mathbf{q}_f\}$  完全确定, 而这些矩阵和向量的元素仅与结构参数有关。

下面以两端自由且参数分段均匀的 Pasternak-TB 为例给出本文的方法。如图 3 所示, 荷载、梁结构及地基参数沿着梁长度(纵对称面)方向划为  $n$  个分段, 每个分段内参数均匀分布。

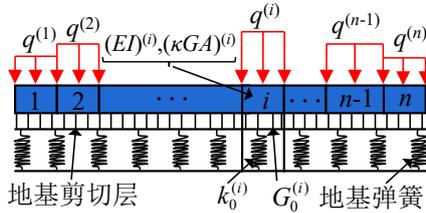


图 3 参数分段均匀的 Pasternak-TB 力学模型

Fig.3 Pasternak-TB mechanical model with piecewise uniform parameters

图 3 中, 第  $i$  ( $i=1,2,\dots,n$ ) 个分段上作用了竖向的均布荷载  $q^{(i)}$  ( $i=1,2,\dots,n$ ); 梁段的抗弯刚度是  $(EI)^{(i)}$ 、抗剪切刚度是  $(kGA)^{(i)}$ ; 相应分段的地基反力系数是  $k_0^{(i)}$ , 地基剪切层的刚度为  $G_0^{(i)}$ 。

显然, 这  $n$  个分段分界面处, 满足挠度、转角、剪力和弯矩的连续条件, 共有  $4(n-1)$  个条件, 即

$$\begin{aligned} w_L^{(e)} &= w_0^{(e+1)}, \quad \psi_L^{(e)} = \psi_0^{(e+1)}, \\ Q_L^{(e)} &= Q_0^{(e+1)}, \quad M_L^{(e)} = M_0^{(e+1)}, \end{aligned} \quad (16a)$$

式中, 上标  $(e)$  表示第  $e$  个分段 ( $e=1,2,\dots,n-1$ ), 下标 0 和 L 分别表示某分段的左端和右端。

另外, 边界两端点处剪力、弯矩为零的条件, 一共可以给出 4 个方程, 即

$$Q_0^{(1)} = Q_L^{(n)} = 0, \quad M_0^{(1)} = M_L^{(n)} = 0, \quad (16b)$$

对于其他边界条件, 式(16b)中的物理量不同, 但是总能找到 4 个条件, 具体可参考文献<sup>[28, 29]</sup>。

把式(11)和(14)代入式(16), 得到  $4n$  个方程, 即

$$[\mathbf{G}]\{\mathbf{C}\} = \{\hat{\mathbf{Q}}\}, \quad (17)$$

式中, 列向量  $\{\mathbf{C}\}$  是由每分段的系数向量  $\{\mathbf{c}^{(i)}\}$  ( $i=1,2,\dots,n$ ) 中各元素排列组成, 即

$$\{\mathbf{C}\} = [c_1^{(1)} \quad c_2^{(1)} \quad \dots \quad c_j^{(i)} \quad \dots \quad c_3^{(n)} \quad c_4^{(n)}]^T, \quad (18)$$

式中， $c_j^{(i)}$  为第  $i$  个分段的第  $j$  个待定系数 ( $i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, 3, 4$ )。

因为每一个向量  $\{c^{(i)}\}$  包含第  $i$  分段的 4 个待定系数，所以列向量  $\{C\}$  共有  $4n$  个未知数。矩阵  $[G]$  则是  $4n \times 4n$  的矩阵，它的非零元素为 ( $e = 1, 2, \dots, n-1; j = 1, 2, \dots, 4$ )

$$G_{1,j} = D_{1,j}^{(1)}, \quad G_{2,j} = D_{2,j}^{(1)}, \quad (19a)$$

$$G_{4e-1,4(e-1)+j} = B_{3,j}^{(e)}, \quad G_{4e-1,4e+j} = -B_{1,j}^{(e+1)}, \quad (19b)$$

$$G_{4e,4(e-1)+j} = B_{4,j}^{(e)}, \quad G_{4e,4e+j} = -B_{2,j}^{(e+1)},$$

$$G_{4e+1,4(e-1)+j} = D_{3,j}^{(e)}, \quad G_{4e+1,4e+j} = D_{1,j}^{(e+1)}, \quad (19c)$$

$$G_{4e+2,4(e-1)+j} = D_{4,j}^{(e)}, \quad G_{4e+2,4e+j} = D_{2,j}^{(e+1)},$$

$$G_{4n-1,4(n-1)+j} = D_{3,j}^{(n)}, \quad G_{4n-1,4n+j} = D_{4,j}^{(n)}. \quad (19d)$$

列向量  $\{\hat{Q}\}$  是由每分段的向量  $\{q_{\delta}^{(e)}\}$  和  $\{q_f^{(e)}\}$  ( $e = 1, 2, \dots, n-1$ ) 按照该行表示的连续条件或边界条件计算后获得，每行元素对应矩阵  $[G]$  相应各行元素，即

$$\hat{Q}_1 = -q_{\delta 1}^{(1)}, \quad \hat{Q}_2 = -q_{f 2}^{(1)}, \quad (20a)$$

$$\hat{Q}_{4e-1} = q_{\delta 1}^{(e+1)} - q_{\delta 3}^{(e)}, \quad \hat{Q}_{4e} = q_{\delta 2}^{(e+1)} - q_{\delta 4}^{(e)}, \quad (20b)$$

$$\hat{Q}_{4e+1} = -(q_{f 3}^{(e)} + q_{f 1}^{(e+1)}), \quad \hat{Q}_{4n-1} = -q_{\delta 3}^{(n)}, \quad (20c)$$

$$\hat{Q}_{4e+2} = -(q_{f 4}^{(e)} + q_{f 2}^{(e+1)}), \quad \hat{Q}_{4n} = -q_{f 4}^{(n)}.$$

最后，求解式(17)形式的矩阵方程即可算得未知的待定系数向量  $\{C\}$ ，将这些待定系数代入内力与位移的通解中即可算得内力与位移的精确解。

式(6)是四阶非齐次微分方程，当荷载为均布时，可采用上述方法直接求解。而实际工程中的基坑开挖、新建盾构隧道开挖等施工活动导致邻近管线承受非均布连续荷载时，显然无法给出内力与位移的显式通解并直接求解该式(6)。此时可将管线进行“合理”的分段，将非均布连续的荷载参数等效为如图 3 所示的分段均匀分布，此时即可采用上述结构静力分析方法，计算既有管线的内力与位移。

## 2.2 隧道开挖诱发管线的受力及变形计算过程

本节以新建盾构隧道开挖为例，基于两阶段法，阐述上述结构静力分析方法研究邻近管线受力及变形的计算过程。

第一阶段将由式(3)转化而来的非均布附加荷载以图 4 所示的阶梯状分布荷载进行近似；第二阶段，依据附加荷载、地基参数以及管线参数沿管线纵向的分布变化情况，在荷载影响范围内将管线划分为  $n$  个弹性地基梁模型分段，并使每个分段内的附加荷载、地基参数和管线参数均可视为常数。

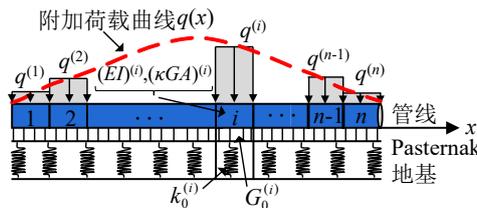


图 4 管线受力及变形计算简图

Fig.4 Pipeline force and deformation calculation diagram

此时，每个分段梁都满足式(6)所示的控制微分方程，再根据分段截面处的内力与位移连续条件式(16a)以及两端的实际边界条件式(16b)，建立如式(17)所示的矩阵方程。求解该方程组即可得到向量 $\{C\}$ ，将其代入式(9)中，便可得到管线的受力及变形曲线分布。其整体求解流程如图5所示。

值得注意的是，管线的“合理”分段数量 $n$ 需根据计算的收敛性来确定：附加荷载、地基参数以及管线参数，它们共同确定了合理分段的最低数量，随后逐步增加 $n$ 值并计算管线的响应。若当前分段数对应的计算结果与上一次计算结果之间的相对误差 $\delta$ 不超过预设的阈值 $\tau$ （如0.5%），则认为计算收敛，可采用当前分段数进行最终分析。

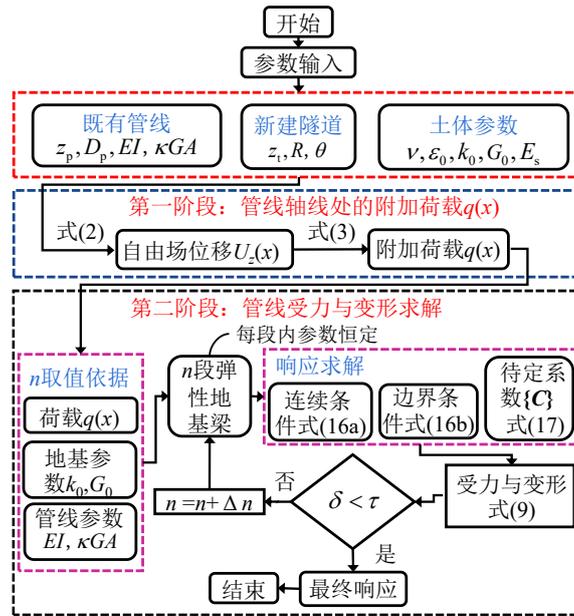


图5 管线受力及变形计算流程图

Fig.5 Calculation flowchart for pipeline mechanical response

### 3 算例验证

为了验证本文方法的正确性，将本文的计算结果与文献<sup>[30]</sup>报道的实测数据以及文献<sup>[10]</sup>的离心试验数据进行对比。除特殊说明外，计算中采用的地基剪切模量与地基反力系数均按本文式(4)与式(5)确定。需要说明的是，因所用算例未提供具体管线构造与地层参数，验证中与参考算例一致，将地基参数及管线视为沿管线均匀分布。

#### 3.1 与工程实测对比

以文献<sup>[30]</sup>中报道的深圳地铁某区间左线盾构隧道穿越后邻近电缆管道变形实测数据为例，验证本文方法及程序的正确性。如图6所示，盾构隧道垂直下穿既有电缆管道，为了监测管道的变形，管道东西两侧内布置观测点 $a_i^{(E)}$ 和 $a_i^{(W)}$  ( $i=1,2,\dots,6$ )。

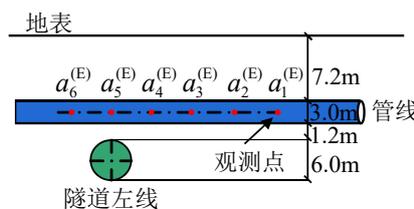


图6 盾构隧道与管道相对位置示意图

Fig.6 Schematic of relative positions of tunnel and pipeline

隧道顶面距离管道最近处仅有1.2m，管道的壁厚和泊松比分别为0.12m和0.17<sup>[30]</sup>，其余计算参数详见表1。

表 1 工程实例计算参数<sup>[6]</sup>

Tab.1 Calculation parameters of engineering example

$z_t / (m)$	$R / (m)$	$EI / (N \cdot m^2)$	$D_p / (m)$	$z_p / (m)$	$E_s / (MPa)$	$\varepsilon_0 / (\%)$	$\nu$
14.40	3.00	$5.87 \times 10^{10}$	3.00	8.70	8.20	0.84	0.30

张恒等<sup>[6]</sup>建立了 Pasternak-EB 模型（不考虑侧向土），对该管线变形进行了理论计算。将本文计算结果、张恒等<sup>[6]</sup>理论计算结果和左线隧道穿越后管线变形的实测值<sup>[30]</sup>进对比，对比结果如图 7 所示。

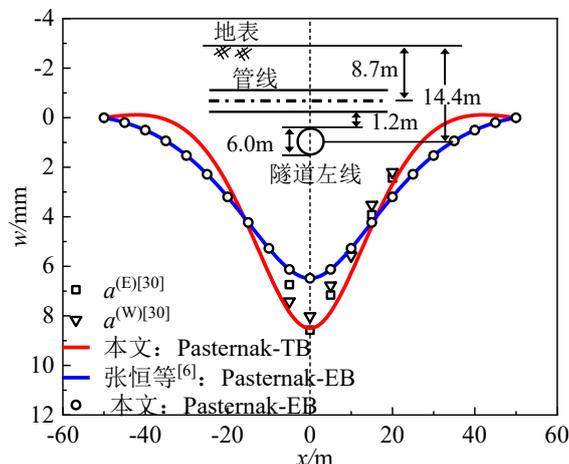


图 7 本文方法、其他解法与实测管线位移值的对比

Fig.7 Comparison of pipeline displacements: this study, existing solutions, and field measurements

由图 7 可知，图中共有 5 组数据，其中黑色空心正方形及三角形散点为实测点<sup>[30]</sup>；蓝色实线为张恒等<sup>[6]</sup>报道的 Pasternak-EB 模型得到的理论计算值；本文采用与张恒等<sup>[6]</sup>完全相同的 Pasternak-EB 模型（当本文模型中  $\kappa GA \rightarrow \infty$  时，本文计算模型就退化为 Pasternak-EB 模型）及地基参数计算得到的管线位移曲线为图 7 中黑色空心圆散点。可以发现采用本文 Pasternak-EB 模型计算得到的管线位移与张恒等<sup>[6]</sup>报道的蓝色实线完全一致，验证了本文方法及程序的正确性。值得一提的是，采用本文 Pasternak-TB 模型（图 7 红色实线）比张恒等<sup>[6]</sup>的 Pasternak-EB 模型更接近实测值，这说明本文提出的理论方法能更准确的预测盾构隧道穿越引起的管线变形。

### 3.2 与离心机试验对比

为了进一步验证本文解析方法的正确性，收集了一个隧道垂直下穿既有管线的离心试验数据<sup>[10, 31]</sup>与本文计算结果作对比分析。Marshall et al.<sup>[10]</sup>采用剑桥大学离心机，研究不同地层损失率（ $\varepsilon_0 = 0.5\%, 1.0\%, 2.5\%$ ）情况下隧道开挖对上部邻近管线的变形影响，计算参数参见表 2。

表 2 离心试验计算参数<sup>[10, 31]</sup>

Tab.2 Calculation parameters of centrifuge test

$z_t / (m)$	$D_i / (m)$	$EI / (N \cdot m^2)$	$D_p / (m)$	$z_p / (m)$	$E_s / (MPa)$	$\nu$
13.65	4.65	$2.04 \times 10^8$	0.66	5.60	19.52	0.40

值得注意的是，由于缺少管线剪切刚度计算参数，本算例采用 Pasternak-EB 模型预测管线的变形。图 8 为不同地层损失率情况下，本文理论计算结果与离心机试验结果的对比图，图中正方形、圆形、三角形空心散点为 Marshall et al.<sup>[10]</sup>报道的，蓝色、黑色、红色实线为本文计算结果。从图 8 可知本文解析方法得到的管线位移与离心机试验数据吻合较好，再次验证了本文计算方法的正确性，也证明了本文解析方法在盾构隧道开挖对既有管线变形分析的适用性。

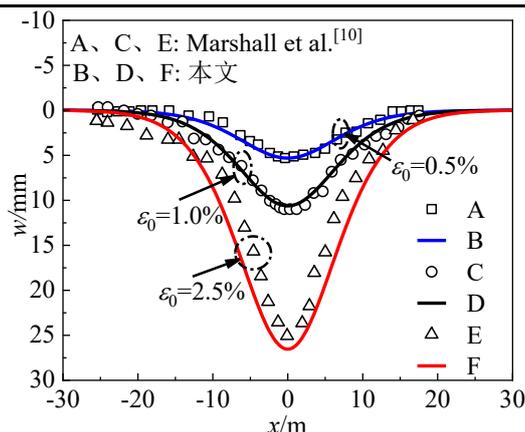


图8 本文方法与离心试验对比

Fig.8 Comparison of this study with centrifugal test

## 4 参数分析

随着新建盾构隧道的穿越，邻近埋设的既有管线可能会产生很大的受力及变形，如果不妥善处理，容易导致管线的局部屈服或连接处断裂，严重时会造成重大安全责任事故。从本文给出的理论方法中，容易发现管线的响应主要取决于实际盾构开挖引起的地层损失率和管线本身的弹性模量。为了更进一步探究这两个因素对管线受力及变形的影响，以3.1节报道的深圳地铁某区间盾构隧道工程计算参数为基础进行参数分析，为类似工程中邻近埋设既有管线保护提供理论参考。

### 4.1 地层损失率变化对管线受力及变形的影响

由式(2)可知，盾构开挖导致的不同的地层损失率会导致土体自由场产生不同的位移变化，从而对既有邻近管线受力及变形造成差异化影响。考虑到实际工程中由盾构隧道施工引起的地层损失率大都为1.0%–2.0%<sup>[32]</sup>，本文取地层损失率 $\varepsilon_0=0.5\%$ ，1.0%，1.5%，2.0%作为典型工况，进行案例研究，并将管线位移、弯矩随着地层损失率变化曲线分别绘制成图9、图10。由图9、图10可知，位移及弯矩的最大值出现在盾构隧道的正上方，且随着地层损失的增加，管线的位移及弯矩也随之急剧增加，这与既有文献<sup>[32]</sup>研究的情况是一致的。

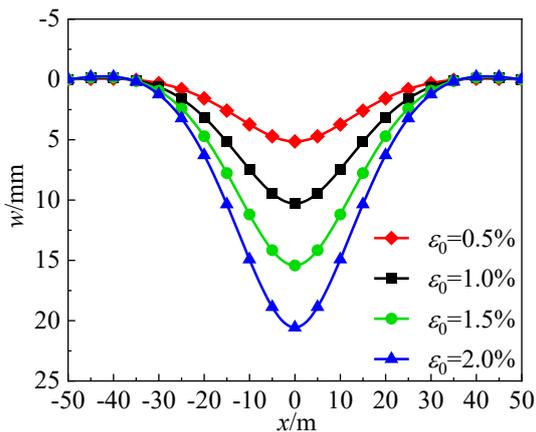


图9 不同地层损失率情况下管线位移分布对比

Fig.9 Pipeline displacements for different ground loss rates

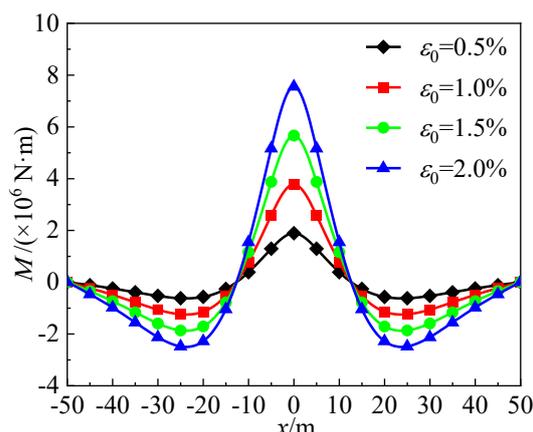


图10 不同地层损失率情况下管线弯矩分布对比

Fig.10 Pipeline bending moments for different ground loss rates

管线位移及弯矩的最大值作为管线风险预估、结构安全评判分析中的一个重要研究指标，是需要特别关注的。图11展示了地层损失率变化对管线最大的位移及弯矩值影响。由图11可知，随着地层损失率的增加，管线最大的位移及弯矩值按线性产生了显著的增加。以管线最大位移值为例，地层损失率每增加0.5%，管线位移增加5.14 mm，当地层损失率达到2.0%时，管线最大位移高达20.57 mm。以雨污水管为例，根据GB 50911-2013《城市轨道交通工程监测技术规范》<sup>[33]</sup>，盾构隧道引起既有风险等级较低且没有

特殊需求的雨污水地下管线累计沉降值应控制在 20 mm 以内，依据该规范，此时管线最大变形已经超过了控制值。因此，在类似工程中应采取有效措施，尽可能地减少地层损失，从而减轻盾构开挖导致的管线过度变形。

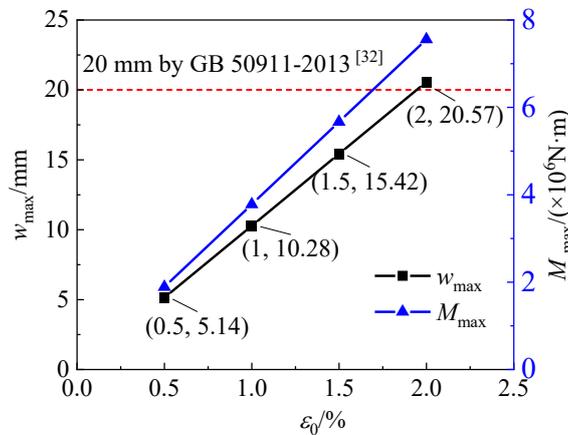


图 11 地层损失率与管线最大的位移及弯矩值关系

Fig.11 Maximum pipeline displacements and bending moments versus ground loss rates

在 3.1 节报道的深圳地铁某区间盾构隧道工程中，正是由于实际施工过程中，通过对管片与地层之间进行注浆等措施将地层损失率控制到仅为 0.84% 的水平<sup>[30]</sup>，进而保护了既有管线不受破坏。所以，类似的盾构穿越工程中也应通过及时完成支护、合理注浆等措施控制好地层损失，从而减小盾构施工对邻近管线受力及变形的影响，保障既有管线的安全运营。

#### 4.2 管线弹性模量变化对管线受力及变形的影响

城市中的盾构隧道工程通常需要穿越密集、种类繁多的市政地下管线，且市政管线又具有分布距离近、大都相互平行、材料特性相差较大等特点。为了能合理地把握施工过程中不同管线的监测重点，结合上述市政管线特点，暂不考虑多种管线协同受力情形，仅探究在相同位置处，不同管线弹性模量（管材的差异）变化对管线受力及变形的影响规律。并考虑到常使用的地下管线材料有 PVC、混凝土、球墨铸铁、钢等，取不同管线材料典型的弹性模量， $E_{p1}=2.7$  GPa（PVC 管）； $E_{p2}=20.0$  GPa（混凝土管）； $E_{p3}=150.0$  GPa（球墨铸铁管）和  $E_{p4}=206.0$  GPa（钢管）为例，进行案例研究，并将管线位移、弯矩随着管线弹性模量变化曲线分别绘制于图 12、错误!未找到引用源。。由图 12、错误!未找到引用源。可知，管线弹性模量的变化不改变管线位移及弯矩最大值出现的位置，依然出现在盾构隧道的正上方。而当管线弹性模量减小到一定程度时，管线位移曲线会出现上拱分段（即负弯矩区）；而当管线弹性模量足够大的时候，管线则不再有明显的上拱分段。

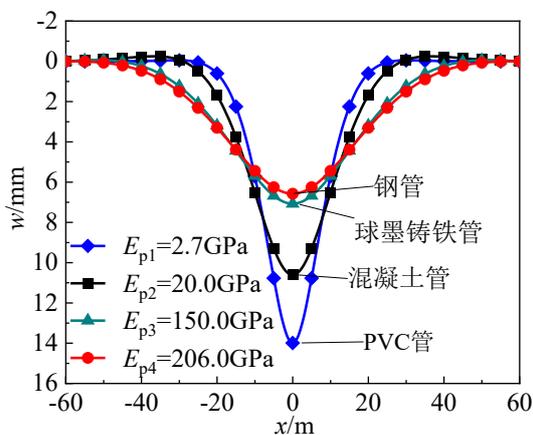


图 12 不同管线弹性模量情况下管线位移分布对比

Fig.12 Pipeline displacements for different elastic moduli

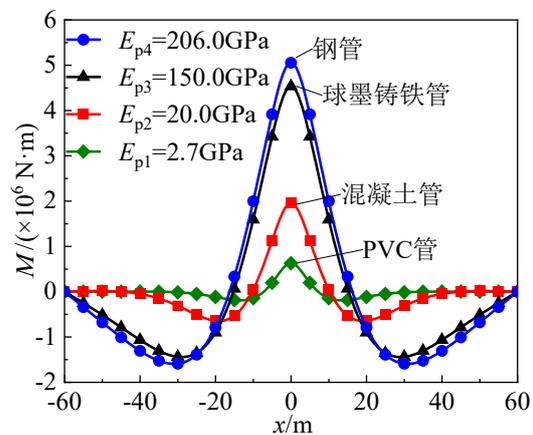


图 13 不同管线弹性模量下管线弯矩分布对比

Fig.13 Pipeline bending moments for different elastic moduli

与图 11 土体损失率与管线最大的位移及弯矩值呈现线性关系不同的是，随着管线弹性模量变化，管线的位移及弯矩最大值呈现非线性变化，如图 13 所示。由图 13 可知，随着管线弹性模量的增加管线的最大位移非线性减小，管线弯矩的最大值非线性增加。以管线最大位移为例，当管线弹性模量由 2.7 GPa 增至 20.0 GPa 时（增至 7.4 倍），管线的最大位移减小了 3.38 mm，由 13.99 mm 变为 10.61 mm，减小了 24.16%。可见管线弹性模量对盾构穿越引起邻近既有管线的变形影响较小。

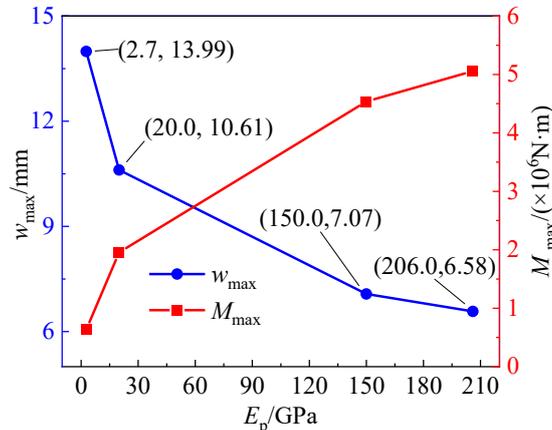


图 13 管线弹性模量与管线最大的位移及弯矩值关系

Fig.14 Maximum pipeline displacements and bending moments versus elastic moduli

综合看来，对于弹性模量较小的 PVC 管、素混凝土管，其抗拉能力通常较差，需采取措施防止最大负弯矩截面顶部及最大正弯矩截面底部的开裂，尤其是当最大正、负弯矩刚好出现在管线接头等薄弱连接区域时。对于弹性模量较大的钢管、球墨铸铁管而言，由于管线弹性模量的增加，会导致盾构隧道正上方处管线最大正弯矩的增加，此时需特别关注危险截面顶部及底部位置出现的最大弯曲正应力的强度校核。所以，对于不同材料的管线，需根据材料种类不同进行相应刚度、强度校核，并重点监测、加强防范使得管线安全运行。

## 5 结论及建议

本文采用参数分段均匀的 Pasternak-TB 力学模型及简化解析方法，对新建盾构隧道施工诱发邻近管线受力及变形问题进行了研究，得到以下结论：

(1) 本文基于力学基本原理，建立了参数分段均匀的 Pasternak-TB 力学模型。该模型突破了传统分析中管线视为无限长梁、地基参数均质等假设。可实现对有限长管线、地基参数存在显著变异以及实际工程边界条件的模拟。模型可为与本文算例类似的实际工程问题提供理论分析的依据和防护解决方案。

(2) 基于文献报道的工程实测及离心试验，验证了本文方法的正确性，结果还显示，隧道垂直下穿诱发邻近既有管线的不均匀沉降中管线自身的剪切变形占有较大比重，工程中建议采用本文建立的 Pasternak-TB 模型来预测管线变形。

(3) 参数分析表明，管线最大的位移及弯矩值随着地层损失率的增加而线性增加。建议在实际施工中严格控制地层损失率，并依据 GB 50911-2013《城市轨道交通工程监测技术规范》等相关标准对管线变形进行控制。

(4) 参数分析还表明，随着管线弹性模量的增加管线的最大位移非线性减小，管线弯矩的最大值非线性增加。因此，针对脆性材料管线，应注意管线最大负弯矩截面顶部和最大正弯矩截面底部的强度及刚度校核；而针对塑性材料，尤其是弹性模量较大的钢管、球墨铸铁管，应注意最大正弯矩截面顶部及底部的强度校核。

值得注意的是，以上总结基于隧道垂直下穿既有管线这一最不利工况展开，未考虑管线侧向土压力，也未考虑土体与管线发生脱空以及既有管线穿越地基参数变异系数较大地层等复杂工况。因此，它更适用

于管线与土体协同变形时, 管线竖向响应的初步分析与估算。后续工作可以此为切入, 在本文理论基础上作进一步研究。

## 参考文献

- [1] 阮承志, 石海斌, 于万友, 等. 盾构上穿既有隧道影响及加固分析[J]. 华东交通大学学报, 2022, 39(3): 54-60.  
RUAN C Z, SHI H B, YU W Y, et al. Analysis of the influence and reinforcement of shield passing through existing tunnel[J]. Journal of East China Jiaotong University, 2022, 39(3): 54-60.
- [2] 江思岑, 柴天建, 颜建伟. 基于 NSM 分析双线隧道下穿对既有隧道影响[J]. 华东交通大学学报, 2023, 40(6): 17-24.  
JIANG S C, CHAI T J, YAN J W. Effects of new twin underneath tunneling on existing tunnels based on NSM study[J]. Journal of East China Jiaotong University, 2023, 40(6): 17-24.
- [3] 马建. 盾构隧道穿越对既有管线影响的研究与展望[J]. 现代隧道技术, 2022, 59(3): 23-30.  
MA J. Research in the impact of shield tunnel crossing on existing pipelines and future research trends[J]. Modern Tunnelling Technology, 2022, 59(3): 23-30.
- [4] 傅金阳, 孙前辉, 杨州, 等. 地铁隧道并行下穿影响下既有管线纵向变形响应研究[J]. 中国铁道科学, 2025, 46 (3): 182-194.  
FU J Y, SUN Q H, YANG Z, et al. Research on the Longitudinal Deformation Response of Existing Pipelines under the Influence of Parallel Underpasses of Subway Tunnels[J]. China Railway Science, 2025, 46 (3): 182-194.
- [5] 管凌霄, 徐长节, 可文海, 等. 隧道下穿引起既有管道竖向位移的简化计算方法[J]. 土木与环境工程学报 (中英文), 2021, 43(5): 66-72.  
GUAN L X, XU C J, KE W H, et al. Simplified method for calculating the vertical displacement of existing pipelines caused by tunnel undercrossing[J]. Journal of Civil and Environmental Engineering, 2021, 43(5): 66-72.
- [6] 张桓, 张子新. 盾构隧道开挖引起既有管线的竖向变形[J]. 同济大学学报 (自然科学版), 2013, 41(8): 1172-1178.  
ZHANG H, ZHANG Z X. Vertical deflection of existing pipeline due to shield tunnelling[J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 2013, 41(8): 1172-1178.
- [7] 可文海, 管凌霄, 刘东海等. 盾构隧道下穿管道施工引起的管-土相互作用研究[J]. 岩土力学, 2020, 41(1): 221-228, 234.  
KE W H, GUAN L X, LIU D H, et al. Research on upper pipeline-soil interaction induced by shield tunnelling[J]. Rock and Soil Mechanics, 2020, 41(1): 221-228, 234.
- [8] 林存刚, 黄茂松. 基于 Pasternak 地基的盾构隧道开挖非连续地下管线的挠曲[J]. 岩土工程学报, 2019, 41(7): 1200-1207.  
LIN C G, HUANG M S. Deflections of discontinuous buried pipelines induced by shield tunnelling based on Pasternak foundation[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2019, 41(7): 1200-1207.
- [9] 邓皇适, 傅鹤林, 史越, 等. 盾构隧道曲线段掘进引发邻近地下管线变形分析[J]. 中南大学学报 (自然科学版), 2022, 53(8): 3008-3020.  
DENG H S, FU H L, SHI Y, et al. Research on deformation of adjacent underground pipelines caused by shield machine tunneling along curve section[J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2022, 53(8): 3008-3020.
- [10] MARSHALL A M, KLARA, MAIR R J. Tunneling beneath Buried Pipes: View of soil strain and its effect on pipeline behavior[J]. Journal Of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2010, 136(12): 1664-1672.
- [11] ATTEWELL P B, YEATES J, SELBY A R. Soil movements induced by tunnelling and their effects on pipelines and structures[M]. Methuen Inc New York Ny, 1986.
- [12] 俞奎, 章敏, 秦文权, 等. 隧道穿越下埋地管线分布式光纤变形及脱空反演分析[J]. 岩土力学, 2025, 46(3): 894-904.  
YU K, ZHANG M, QIN W Q, et al. Inversion analysis of deformation and void formation in buried pipelines induced by tunneling using distributed fiber-optic sensing [J]. Rock and Soil Mechanics, 2025, 46(3): 894-904.
- [13] 沈俊, 晏莉, 傅金阳, 等. 叠线盾构隧道并行下穿燃气管线影响分析[J]. 地下空间与工程学报, 2021, 17(S1): 449-456.  
SHEN J, YAN L, FU J Y, et al. Influence Analysis of parallel underpass gas pipeline of overlapped shield tunnel[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2021, 17(S1): 449-456.
- [14] 魏纲, 赵得麒麟. 类矩形盾构穿越既有隧道引起土体沉降的模型试验研究[J]. 铁道科学与工程学报, 2023, 20(1): 222-232.

- 
- WEI G, ZHAO D Q L. Model tests on soil settlement caused by quasi-rectangular shield passing through adjacent existing tunnels[J]. *Journal of Railway Science and Engineering*, 2023, 20(1): 222-232.
- [15] LOGANATHAN N, POULOS H G. Analytical prediction for tunneling-induced ground movements in clays[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 1998, 124(9): 846-856.
- [16] SELVADURAI A. Elastic analysis of soil-foundation interaction[J]. *Engineering Geology*, 1981, 17(1-2): 71-71.
- [17] PASTERNAK P L. On a new method of an elastic foundation by means of two foundation constants[M]. Moscow: Gosudarstvennoe Izdatelstvo Literatury po Stroitelstvu i Arkhitekture, 1954: 1-56.
- [18] WANG J F, ZHANG J T, XU R Q, et al. A numerically stable dynamic coefficient method and its application in free vibration of partial-interaction continuous composite beams[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2019, 457: 314-332.
- [19] ZHANG D, HUANG Z, LI Z, et al. Analytical solution for the response of an existing tunnel to a new tunnel excavation underneath[J]. *Computers and Geotechnics*, 2019, 108: 197-211.
- [20] TANAHASHI, HIDEAKI. Formulas for an infinitely long Bernoulli-Euler beam on the Pasternak model[J]. *Journal of the Japanese Geotechnical Society*, 2004, 44(5): 109-118.
- [21] VESIC A B. Bending of beams resting on isotropic elastic solid[J]. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 1961, 87(2): 35-53.
- [22] TIMOSHENKO. On the transverse vibrations of bars of uniform cross-section[J]. *Philosophical Magazine*, 1922, 43(253): 125-131.
- [23] HETENYI M. *Beams on Elastic Foundations*[M]. Ann Arbor, Michigan: University of Michigan Press, 1946.
- [24] 徐日庆, 程康, 应宏伟, 等. 考虑埋深与剪切效应的基坑卸荷下卧隧道的形变响应[J]. *岩土力学*, 2020, 41(S1): 195-207.
- XU R Q, CHENG K, YING H W, et al. Deformation response of a tunnel under foundation pit unloading considering buried depth and shearing effect[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2020, 41(S1): 195-207.
- [25] SELVADURAI A P S. *Elastic analysis of soil-foundation interaction*[M]. Amsterdam, N.Y.: Elsevier Scientific Publishing Co., 1979.
- [26] 董军, 彭立生. 双参数地基模型研究及基础梁计算[J]. *武汉水利电力学院学报*, 1991(4): 427-438.
- DONG J, PENG L S. Researches on two-parameter model and foundation beams[J]. *Journal of Wuhan University of Hydraulic and Electric Engineering*, 1991(4): 427-438.
- [27] 徐长节, 曾怡婷, 田威, 等. Pasternak 地基降水对邻近管线影响的解析研究[J]. *上海交通大学学报*, 2021, 55(6): 652-662.
- XU C J, ZENG Y T, TIAN W, et al. Analytical analysis of influence of dewatering on adjacent pipelines based on Pasternak foundation[J]. *Journal of Shanghai Jiaotong University*, 2021, 55(6): 652-662.
- [28] XU R, WU Y. Static, dynamic, and buckling analysis of partial interaction composite members using Timoshenko's beam theory[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2007, 49(10): 1139-1155.
- [29] 张江涛. 动力系数法及其在桥梁结构动力分析中的应用[D]. 杭州: 浙江大学, 2020.
- ZHANG J T. Dynamic coefficient method and its applications in dynamic analysis of bridge structures[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2020.
- [30] 马涛. 隧道施工引起的地层位移及其对邻近地下管线的影响分析[D]. 长沙: 长沙理工大学, 2005.
- MA T. The research of tunneling-induced ground surface movements and their influence to adjacent utilities[D]. Changsha: Changsha University of Science Technology, 2005.
- [31] 俞剑, 张陈蓉, 黄茂松. 被动状态下埋管管线的地基模量[J]. *岩石力学与工程学报*, 2012, 31(1): 123-132.
- YU J, ZHANG C R, HUANG M S. Subgrade modulus of underground pipelines subjected to soil movements[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2012, 31(1): 123-132.
- [32] 冯国辉, 徐长节, 郑茗旺, 等. 侧向土体影响下盾构隧道引起上覆管线变形[J]. *浙江大学学报(工学版)*, 2021, 55(8): 1453-1463.
- FENG G H, XU C J, ZHENG M W, et al. Deflection of overlying pipeline induced by shield tunneling considering effect of lateral soil[J]. *Journal of Zhejiang University (Engineering Science)*, 2021, 55(8): 1453-1463.
- [33] 中华人民共和国住房和城乡建设部. GB 50911-2013 城市轨道交通工程监测技术规范[S]. 北京: 中国建筑工业出版社,

---

2013.

Ministry of Housing and Urban-Rural Development, PRC. GB 50911-2013 Code for monitoring measurement of urban rail transit engineering [S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2013.



第一作者：杜可（1997—），男，博士研究生，研究方向为结构静动力分析。E-mail: kedu0315@163.com。



通信作者：张江涛（1987—），男，讲师，博士，研究方向为结构静动力分析。E-mail: zhangjiangtao@ecjtu.edu.cn。