# 有阻尼动力减振器设计与应用中几个理论问题的研究

机械工程系 徐耀信


## 摘 要

本文在介绍有阻尼动力减振器现有设计理论一些基本内容的基础上，着重说明采用一种新的研究方法，即阐明采用减振器与不加减振器时主质量振幅之比所表达的减振系数$\eta=\frac{B_1}{B_0}$的合理性。为了提高减振效果，即降低$\eta$值时，优化各影响参数的方法，得出正确使用有阻尼动力减振器的合理范围，设计时应恰当选取质量比$\mu$。

本文还论及采用有阻尼动力减振器抑制切削颤振，以及它与无阻尼动力减振器的对比等。


为了减小机器在工作时的振动及降低噪音，除了在设计时提高机器结构的刚度外，根据机械动力学的研究，还可采用动力减振器来实现，这对已在生产中使用的机器有更大的现实意义。对于动力减振器的设计理论研究已有较长的历史，从1928年J,P,Den Hartog等人著文开始论及，至今，一般认为已有较完整的理论。但它在生产实践中还未能广泛应用，故有必要做进一步的探讨。

动力减振器的结构形式很多，但可按减振时是否消耗能量分为调谐式和能量消耗式：调谐式的是在主系统上附加单自由度系统的减振器，它被调谐到正好等于激振频率而且它们不包含任何消耗能量的元件，这就是无阻尼动力减振器；能量消耗式的即为有阻尼动力减振器，它又可分为相对减振器和绝对减振器。

如图1（a）所示的动力学模型，是表示相对减振器（用c表示）装在工件（用m表示）与机床床身之间，工件与床身都相对地振动，随着阻尼c的增加，工件的动刚度也增加。这种减振器也可表示为如图1（b）所示的装在原振动系统$m_a$和$m_b$之间。

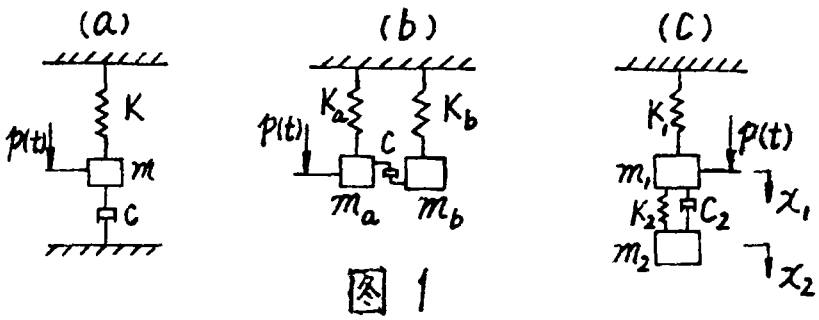


图 1

本文于1985年7月15日收到



(C)1994-2023 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

相对式减振器在实际应用中往往不便或不可能，因此，一般采用和研究的是绝对式减振器，如图1（c）所示：原系统用质量$m_1$和弹簧$k_1$表示，附加系统（减振器）$m_2$用$k_2$连接到$m_1$上，而把能量吸收元件$C_2$安装到质量$m_1$和$m_2$之间，这即是常用的有阻尼动力减振器。若去掉$m_1$与$m_2$之间的阻尼$C_2$，则成为无阻尼动力减振器，如图2（a）所示。若去掉$m_1$与$m_2$之间$k_2$，只保留$C_2$，则成为液体摩擦减振器或称为兰契斯特吸振器，如图2（b）所示。

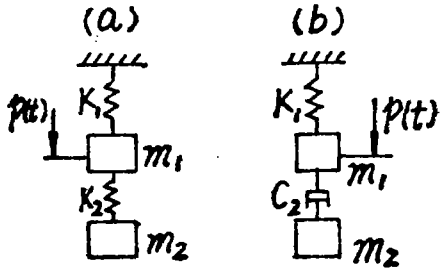

图2

前面已提到动力减振器的理论研究已较系统、充分，但不能不看到它在生产中的应用并不普遍，且各国学者对它所持的观点、态度也不同，有的认为它能够减轻机器的振动，简单易行；而有的则持否定态度。认为关键还是在设计时提高机器自身的刚度。产生这些情况的原因在于：对动力减振器的内在规律揭示得还不十分深透，在设计理论及应用范围等方面也还存在着一些问题。因此，应对它进行更深入细致的研究，使它能行之有效的应用在生产实践中，

一、表达有阻尼动力减振器减振效果的新方法。

有阻尼动力减振器简化后的模型如前图1（C）所示，系统的振动微分方程为：

$$\left.\begin{aligned} m_1\ddot{X}_1 - C_2(\dot{X}_2-\dot{X}_1) + (k_1+k_2)x_1 - k_2x_2 &= pe^{i\omega t} \\ m_2\ddot{X}_2 + C_2(\dot{X}_2-\dot{X}_1) - k_2X_1 + k_2X_2 &= 0 \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

令 $X_1=B_1e^{i\omega t}$，$X_2=B_2e^{i\omega t}$

代入上列联立方程，并经求解化简得

$$\frac{B_1}{\delta_{st}}=\sqrt{\frac{(\alpha^2-\lambda^2)^2+4\xi^2\lambda^2}{[(1-\lambda^2)(\alpha^2-\lambda^2)-\mu\lambda^2\alpha^2]^2+4\xi^2\lambda^2(1-\lambda^2-\mu\lambda^2)^2}}$$

式中：

$\delta_{st}=\dfrac{p}{k_1}$ ——主系统在激振力力幅p作用下产生的静变形；

$\lambda=\dfrac{\omega}{\omega'_{n1}}$ ——激振力频率$\omega$与主系统固有频率$\omega'_{n1}$之比，$\omega'_{n1}=\sqrt{\dfrac{k_1}{m_1}}$；

$\alpha=\dfrac{\omega'_{n2}}{\omega'_{n1}}$ ——减振器固有频率$\omega'_{n2}$与主系统固有频率之比，$\omega'_{n2}=\sqrt{\dfrac{k_2}{m_2}}$；

$\mu=\dfrac{m_2}{m_1}$ ——辅助质量与主质量之比；

$\xi=\dfrac{C_2}{C_c}=\dfrac{C_2}{2\sqrt{k_2m_2}}$ ——减振器的阻尼比，$C_c$为减振器的临界阻尼。

这就是长期来人们用来表征动力减振器减振效果的表达式。但是、这种表达方法具有不完善之处，因为$\delta_{st}$是主系统在静态时的变形为一定值，安装减振器后其振幅$B_1$将随激振频



(C)1994-2023 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

率的变化而变化，$B_1/\delta_{st}$只反映了这种动静态之间变形值之比，而未反映出$B_1$与主系统未装减振器时也随激振频率变化的振幅$B_0$之间的比值，即是未明确表达出在同一激振频率下装减振器后主系统的振幅比原来是否有所减小。因此，应采用$B_1$与$B_0$之间的比值$\eta$来表达。我们把$\eta$称为“减振系数”。显然，只有当$\eta=B_1/B_0<1$时才有减振效果。

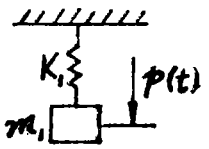

图3

主质量在未安装减振器时为单自由度系统，如图3所示，其振幅$B_0$的表达式由“机床动力学”中已求出为：

$$B_0=\frac{P}{K_1(1-\lambda^2)}$$

由此可以得出$B_1$与$B_0$的比值为：

$$\eta=B_1/B_0=\left|\frac{\frac{P}{K_1}\sqrt{\frac{(\alpha^2-\lambda^2)^2+4\xi^2\lambda^2}{[(1-\lambda^2)(\alpha^2-\lambda^2)-\mu\lambda^2\alpha^2]^2+4\xi^2\lambda^2(1-\lambda^2-\mu\lambda^2)^2}}}{\frac{P}{K_1}\frac{1}{(1-\lambda^2)}}\right|$$

$$=\left|(1-\lambda^2)\sqrt{\frac{(\alpha^2-\lambda^2)^2+4\xi^2\lambda^2}{[(1-\lambda^2)(\alpha^2-\lambda^2)-\mu\lambda^2\alpha^2]^2+4\xi^2\lambda^2(1-\lambda^2-\mu\lambda^2)^2}}\right| \quad (2)$$

这即是我们所要求的采用新方法表达减振效果的公式，减振的目的应使$\eta$得到最小值。

二、主系统在共振区附近有阻尼动力减振器应用的特性。

为了防止主系统共振，通常取$\alpha=1$（即$\omega'_{n2}=\omega'_{n1}$），并设$\mu=0.2$，编制出计算程序用电子计算机按（2）式进行计算，其流程框图如图4所示。将计算所得数值绘出图5所示的幅频响应曲线，并为了直观起见，在绘图时只考虑幅值比的大小，未计正负，即忽略相位（因此$\eta$的表达式用绝对值表示）。

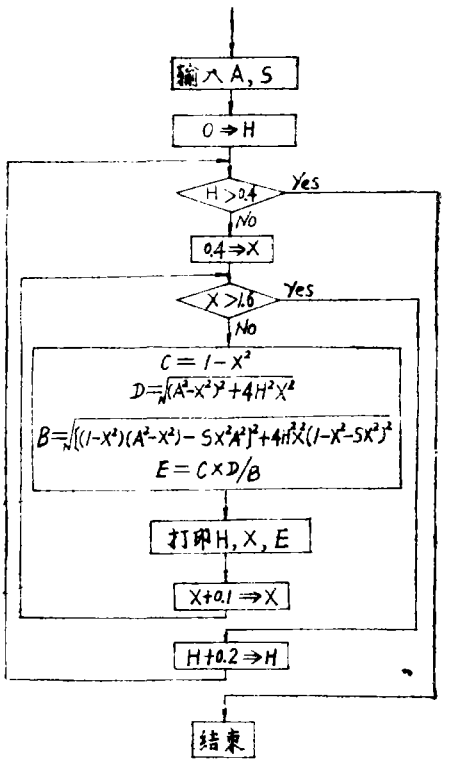

图4、说明：为便于计算机输入，将(2)式中各符号用下列括孤内字母代替。$\eta(E)$、$\alpha(A)$ $\lambda(X)$，$\mu(S)$，$\xi(H)$

从图中可以看出，当$\xi=0$时，在$\lambda=0.8$及1.3附近出现二个共振峰。$\lambda=1$时，$\omega=\omega'_{n1}$，$\eta=0$，减振效果最好，主系统趋于不动。在$\lambda=1$附近区域减效振果都较好，$\eta<1$。在两个共振区附近没有减振效果或较差，并且当$\lambda>1$时比$\lambda<1$时的减振效果好。

与过去所用$B_1/\delta_{st}$所表示的幅频响应曲线一样，不同$\xi$值的响应曲线都通过P、Q两点，且在P点以左$\eta$随$\xi$值增加而减小，P点以右，$\lambda=1$以左部分，及Q点以左，$\lambda=1$以右部分，$\eta$随$\xi$值的减小而减小。在Q点以右$\eta$随$\xi$值的增加而减小。这些为我们在应用动力减振器时允许激振频率波动的范围以及合理选择阻尼比$\xi$提供了方便的条件，即激振力频率$\omega$与主系统固有频率$\omega'_{n1}$（在$\alpha=1$时，也即副系统减振器的固有频率$\omega'_{n2}$）相等或接近才有较好的减振效果，并且



(C)1994-2023 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

要求的减振系数η值越小，这个范围越小，而且在这区域内增大阻尼反而对减振有害。

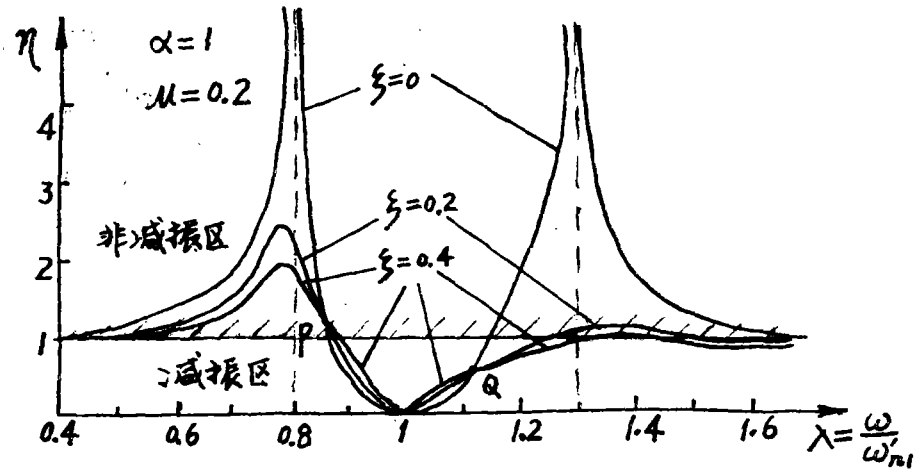


图 5

前面我们分析问题所设α=1，即$\omega'_{n2}=\omega'_{n1}$，是以防止主系统共振为目标，这是因为无阻尼动力减振器当它的固有频率$\omega'_{n2}$等于激振频率ω，即α=λ时，$B_1=0$，激振力不再激起主系统振动，只有减振器在振动，减振器对主系统起到了减振作用。同时，当激振频率ω等于主系统了固有频率$\omega'_{n1}$而引起主系统共振时危害最大，所以通常又令$\omega'_{n2}=\omega'_{n1}$，即α=1，以消除主系统的共振。对于有阻尼动力减振器我们从（2）式分析得出，使η=0的条件是：

$1-\lambda^2=0$，即$\lambda=\omega/\omega'_{n1}=1$，$\omega=\omega'_{n1}$

说明在共振点处η恒为零，并与α值无关。因为此时的η是减振后振幅的有限值与共振时无穷大幅值的比值，η<1可以判定取得了减振效果，在共振的特殊条件下，η虽然为零，实际其幅值的绝对值$B_1$（经减振后的幅值）是有不同的。

三、主系统在非共振条件的不同情况下，有阻尼动力减振器设计方法的分析研究。

当$1-\lambda^2\neq0$，即$\omega\neq\omega'_{n1}$，主系统不在共振条件下，若由于机器本身转速的改变，或因电机的转速随负载或电源电压的变化都会使激振频率ω变化（即λ变化）。动力减振器由于设计时参数选择的不同，或因制造的不准确，工作时受力、受热使得结构变形，改变了副系统的原状态，都会使$\omega'_{n2}$变化（即α变化），这些变化在非共振区对减振系数η的影响如何呢？

为此，我们按远离共振区及在共振区附近的情况来分析。设ξ=0.2，在λ为不同值时，根据（2）式编制程序仍用电子计算机计算，作出η随α变化的曲线。

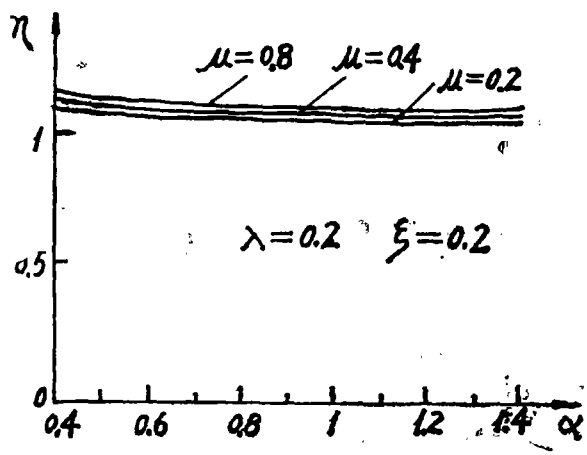


图 6

在激振频率远离共振区时：如图6



(C)1994-2023 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

所示，λ-0.2，ξ-0.2，所求出η都大于1，没有减振效果，且随α变化的影响小，并随α的增大η稍减；如图7所示，λ-2.5，ξ-0.2，在α≥0.6后，η都大于1，同样随α变化的影响小，且α增大，η稍增，但都在1附近，减振效果也不好。

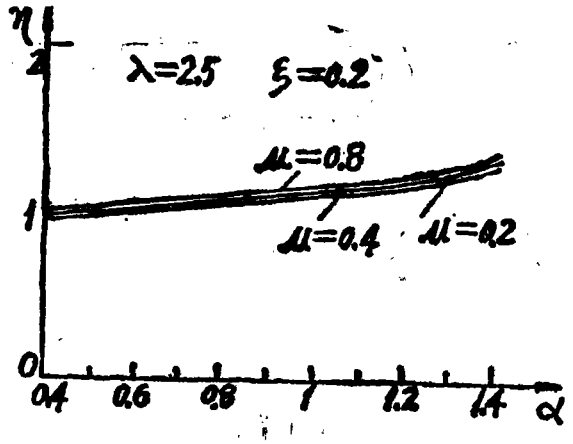


图7

当激振频率在共振区附近时：如图8、图9所示，λ-0.9及1.1，ξ-0.2，η随α变化的影响大，且在α=0.9及1.1和其附近区域，η≪1，减振效果好。

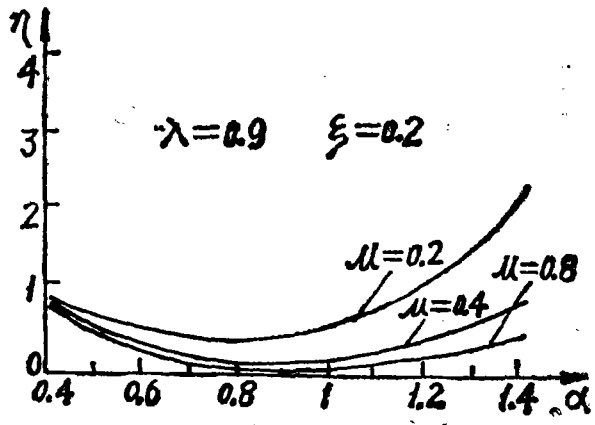


图8



(C)1994-2023 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

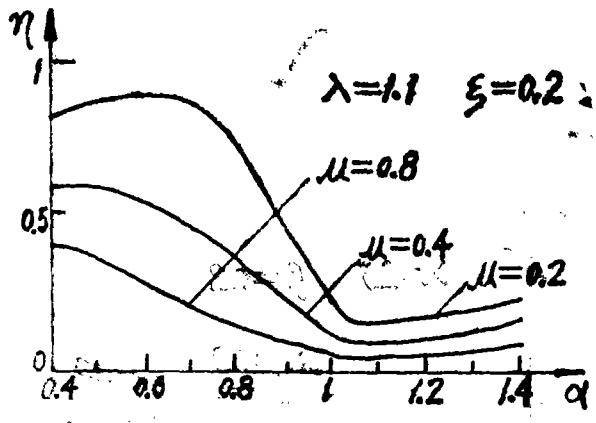


图 9

现在再来分析在非共振条件下质量比μ变化对η的影响，设ξ=0.2，λ=0.2及2.5(激振频率远离共振区)，根据(2)式算出η与μ的关系如图10及图11示，可以看出η的数值为稍大于1或稍小于1，减振效果差。

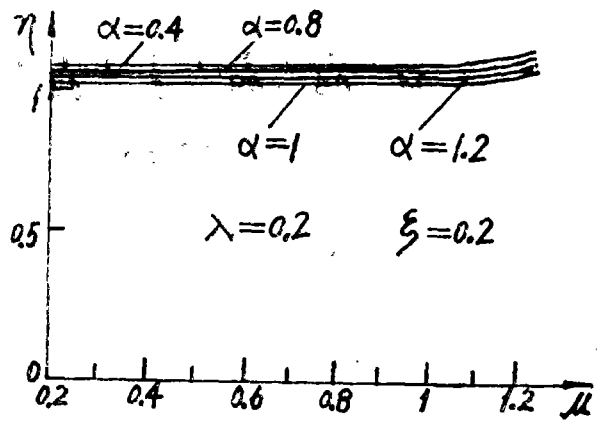


图 10

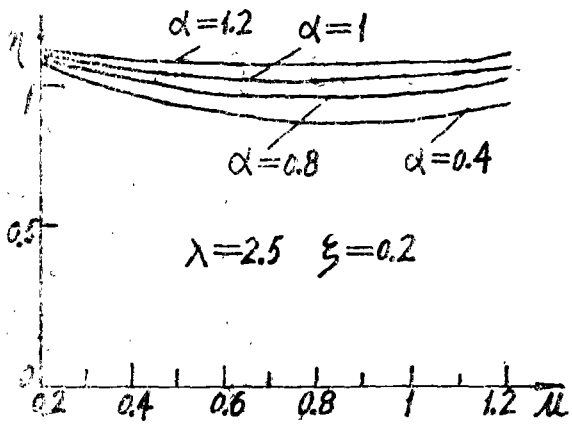


图 11



(C)1994-2023 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

令λ＝0.9及1.1（激振频率在共振区附近），ξ＝0.2，作出图12及13，可以看出随着μ增加，η明显下降，减振效果好，且在α靠近0.9及1.1时η值更小。

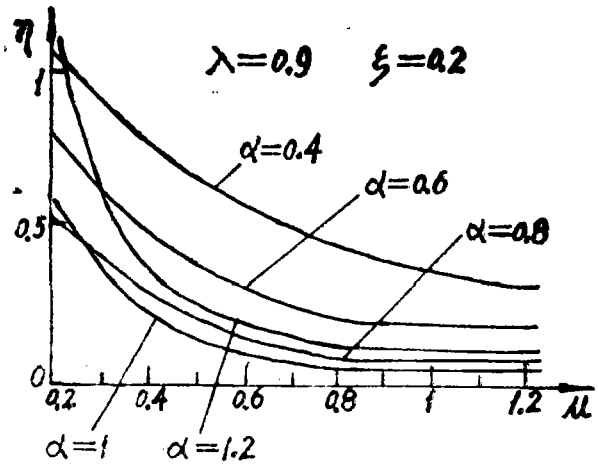


图 12

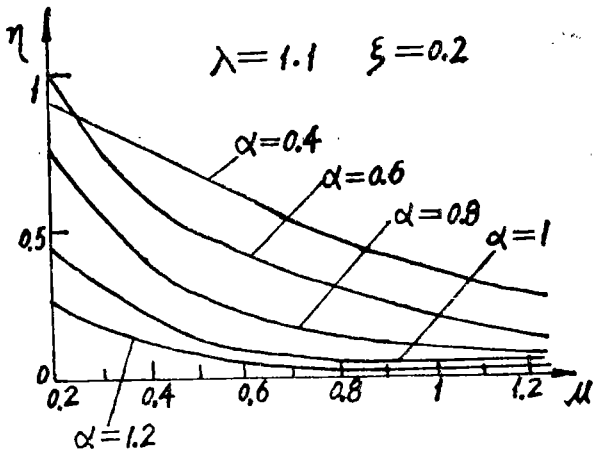


图 13

由此可以得出结论：当激振频率远离共振区时，采用有阻尼动力减振器的效果差，即使改变α与μ也无济于事，仍不能使η明显下降。在共振区及共振区附近采用动力减振器都会得到良好效果，并且随着增大质量比μ，降低阻尼比ξ及使固有频率比α为接近于1的合理值都可使η减小，得到显著的减振效果。



(C)1994-2023 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

四、有阻尼动力减振器对切削颤振的抑制。

机床在切削加工时，当超过一定的极限切削宽度便会颤振，对加工精度及机床寿命都会带来极大的危害。由机床动态特性试验得出的幅相特性图14可知。

$$b_{lim}=\frac{1}{2K_c(-G)_{max}} \qquad (3)$$

式中

$b_{lim}$——极限切削宽度。

$K_c$——切削刚度，即单位切削宽度下，单位振动位移产生的切削力。

$(-G)_{max}$——动柔度值的最大负实部。

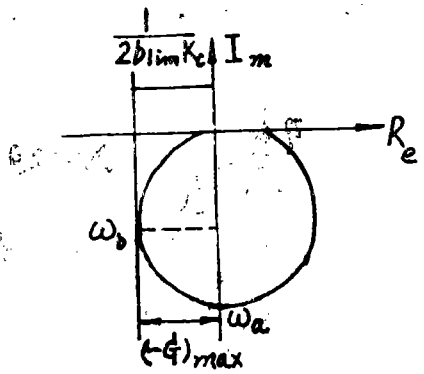


图14

从图中可以看出，发生颤振时的频率$\omega_b$不等于最大共振振幅下的频率$\omega_a$，因此安装抑制切削颤振的动力减振器不能只按抑制最大共振振幅来考虑。

从（3）式可以看出，为了增大$b_{lim}$值，就需设法降低$(-G)_{max}$，通过研究证明，增加阻尼可改善机床的颤振特性，达到降低$(-G)_{max}$的目的。过去在讨论动力减振器时，一般都认为主质量与结合面间的阻尼很小，略去$C_1$不计，使得计算简单，导出$B_1/\delta s^t$或本文的$\eta$的表达式。在分析抑制切削颤振的动力减振器时，因为要求机床主系统的结合面间有较大阻尼，所以$C_1$不能略去，加减振器后模型简化如图15（a）所示。如要根据该模型所得到的振动系统微分方程式计算出$B_1/\delta st$或$\eta$的表达式，那计算是十分复杂的。现有资料还未曾见到有简单明瞭的表示方法。

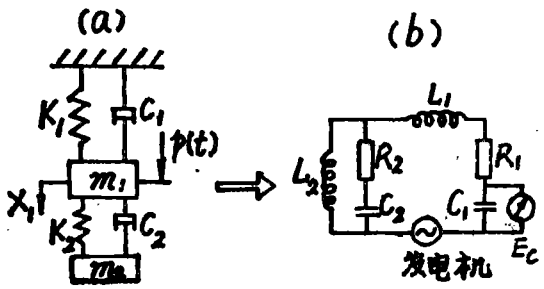


图15 两自由度机械系统的电模型

M.Polaceк采用了机械系统的电模拟来分析这种振动系统，模型如图15(b)所示〔1〕研究的结果在图16和17内以曲线示出，利用电子计算机求解这些曲线是不困难的。

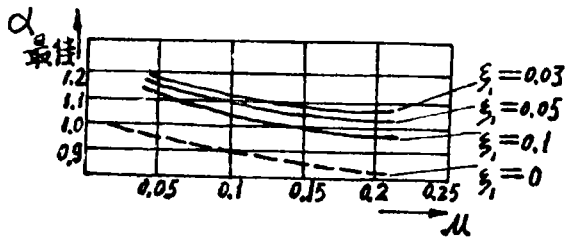


图16



(C)1994-2023 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

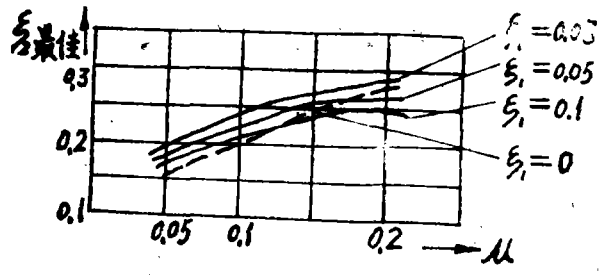


图17

图15（a）中减振器的参数$m_2$、$K_2$、$C_2$必须根据主系统参数$m_1$、$K_1$、$C_1$来选择，才能使G（ω）最小。其顺序是首先选择足够的$m_2$，然后再确定$K_2$、$C_2$。通过图16可根据μ及$\xi_1\left(\xi_1=\frac{C_1}{C_c}\right)$确定抑制切削颤振的动力减振器的最佳固有频率比α，由于$\omega'_{n1}$及$m_2$为已知，即可确定$K_2$。通过图17，可根据μ及$C_1$确定$C_2$的值。

安装抑制切削颤振动力减振器后的效果可以通过图18看出，它的优越性是显而易见的，而且也是按减低强迫振动的减振器所不能代替的。

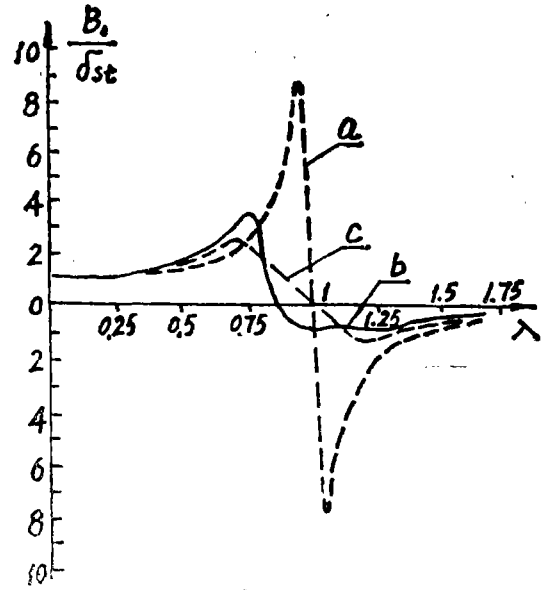


图18

a. 没有装减振器 b. 装有按强迫振动[illegible]减振器 c. 装有按颤振调谐的减振器

五、几种动力减振器的比较

按前图1（C）所示的动力减振器模型

如$\alpha=\frac{\omega'_{n2}}{\omega'_{n1}}\neq 0$，[illegible]

$\xi_2\neq 0$（即$C_2\neq 0$），为有阻尼动力减振器。[illegible]

$\alpha=0(K_2=0)$，$\xi_2\neq 0$，为液体摩擦减振器（或兰契斯特减振器）。

$\alpha\neq 0$，$\xi_2=0$，为无阻尼动力减振器。

本文已论述了有阻尼动力减振器的设计及应用特点，与其他两种减振器比较它们各有什么差异及共性呢？我们应当这样来分析：设计动力减振器时，参数优化的目标是使主系统在干扰力激振下的振幅值在减振后降至最低，以及当干扰力频率或减振参数有所波动时，振幅也不应增加过大，至少应保证 $\eta<1$。



(C)1994-2023 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

为此我们可以应用现有的研究结果。如图19所示，无阻尼减振器在理想条件下有$B_1/\delta st=0$（相应的$\alpha=\lambda$，$\xi_2=0$），但其缺点是在$\lambda_1$、$\lambda_2$处又将产生两个新的共振峰。

图20表示为液体摩擦减振器，在共振区附近的最大振幅比值为

$$\left(\frac{B_1}{\delta st}\right)_0=\frac{2+\mu}{\mu}\left(\text{相应的}\alpha=0,\ \xi_2=\sqrt{\frac{1}{2(1+\mu)(2+\mu)}}\right)$$

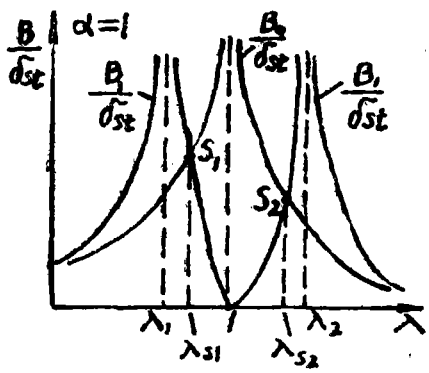


图19

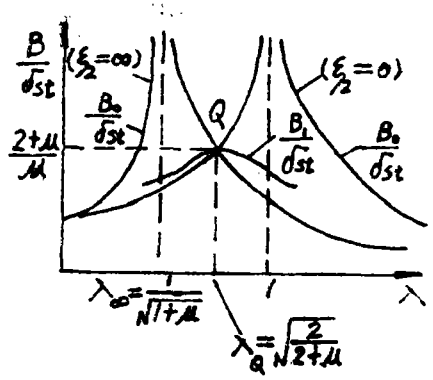


图20

图21表示为有阻尼动力减振器，共振区附近最大振幅比值为

$$\left(\frac{B_1}{\delta st}\right)_P=\left(\frac{B_1}{\delta st}\right)_Q=\sqrt{\frac{2+\mu}{\mu}}\left(\text{相应的}\alpha=\frac{1}{1+\mu},\ \xi_2=\sqrt{\frac{3\mu}{8+(1+\mu)^3}}\right)$$

液体摩擦及有阻尼动力减振器在其他频率域没有共振区。

将以上三种减振器的主系统减振后$B_1/\delta st$与质量比$\lambda$的关系绘于图22，显然在同样的μ下，$\sqrt{\frac{2+\mu}{\mu}}<\frac{2+\mu}{\mu}$，故有阻尼动力减振器较液体摩擦减振器使$B_1$更小。在$\lambda=1$的理想

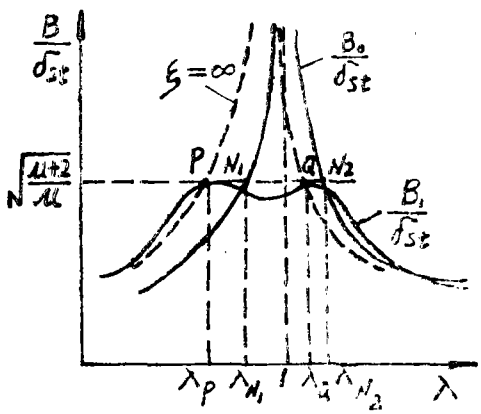


图21

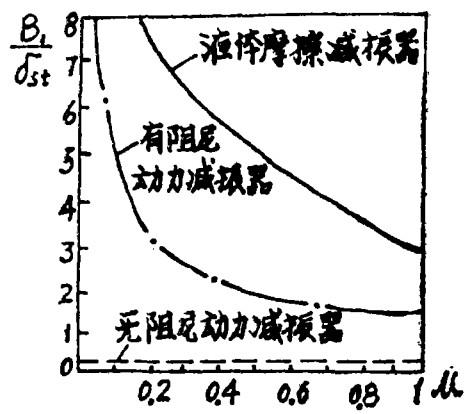


图22

情况下，无阻尼动力减振器可使$B_1$为零，但它使用的频带太窄，否则产生新的共振。有阻尼



(C)1994-2023 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

及液体摩擦减振器在整个频带内不发生共振，过去一直以此来作为有阻尼动力减振器能在较宽范围内应用的依据。其实，由前述图5所表示的只有在减振系数 $\eta<1$ 时才起到减振效果。根据图5才能准确地确定有阻尼动力减振器的应用范围，即仍是在 $\lambda=1$ 的共振区附近才能使 $\eta<1$；超过这个范围没有减振效果，$\eta>1$；或减振效果差，$\eta$ 接近于1。因为在不加减振器时这些离共振区较远的范围，主系统的振幅 $B_0$ 本来就较小，故在 $\eta>1$ 不太多的情况下，虽无减振效果 $B_1$ 比 $B_0$ 大，但 $B_1$ 也不会有太大值，往往会被人们误认为这是有阻尼动力减振器在起作用。

因此，有阻尼动力减振器应用它也要掌握好适当的范围，才能有满意的减振效果，而无阻尼动力减振器因为它结构简单、成本低，理论上得到比有阻尼减振器更低的振幅值，对于控制单一频率的激振，还是很有实用的。

为了具体确定各种动力减振器允许频率波动的范围，应使减振系数 $\eta=1$，作为减振与不减振的极限边界，将此条件代入（2）式可以得到允许 $\lambda$ 波动的范围。

对于无阻尼动力减振器 $\xi=0$，（2）可变为

$$\eta=\left|\begin{matrix}(1-\lambda^2) & (\alpha^2-\lambda^2)\\ (1-\lambda^2) & (\alpha^2-\lambda^2)-\mu\alpha^2\lambda^2\end{matrix}\right| \qquad (4)$$

假设条件 $\alpha=1$，将 $\eta=1$ 代入，可求得 $\lambda$ 的两个根

$$\lambda^2_{s1\cdot 2}=\frac{1}{4}\left(4+\mu\mp\sqrt{8\mu+\mu^2}\right)$$

如图23所示，它对应 $S_1$、$S_2$ 两点的 $\lambda$ 值，即在 $\lambda_{s1}\sim\lambda_{s2}$ 范围内必然有 $\eta<1$ 或 $B_1<B_0$。

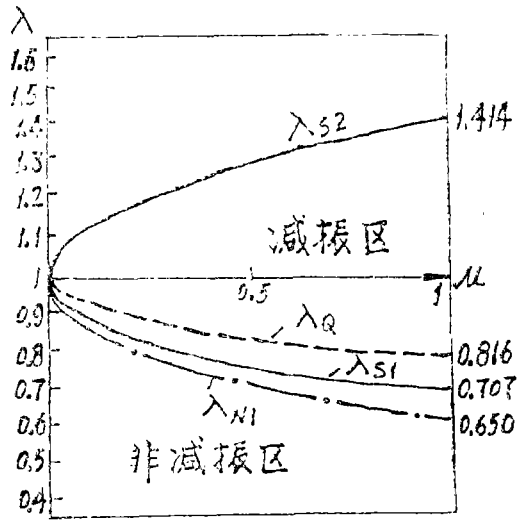


图23

对图20所示的液体摩擦减振器，最大振幅处的 $\lambda_Q=\sqrt{\frac{2}{2+\mu}}$，从图中曲线可以明显看出只要 $\lambda>\lambda_Q$，则能保证 $\eta<1$。

对于图21所示的有阻尼动力减振器，若根据（2）式令 $\eta=1$，求解 $\lambda$ 的关系较复杂，为



(C)1994-2023 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

了简化分析，我们把$B_1/\delta st$看成是通过P、Q点的一条横线，它与$B_1/\delta st$相交于$N_1$、$N_2$点(此图中的$B_0/\delta st$所表示的曲线应比用$\xi=\infty$时表示的加减振器后的$B_1/\delta st$曲线向右移，这是因为加减振质量后整个系统的$\omega_{n1}=\sqrt{\frac{K_1}{m_1+m_2}}<\omega'_{n1}=\sqrt{\frac{K_1}{m_1}}$，后者为未加减振质量主系统的固频，因此用$B_0/\delta st$表示的未减振时主系统的幅频响应曲线及共振峰均向右移。)

已知 $\frac{B_0}{\delta st}=\frac{1}{|1-\lambda_2|}$ (采用绝对值表示，略去相位)

则由$\left(\frac{B_1}{\delta st}\right)_P=\left(\frac{B_1}{\delta st}\right)_Q\doteq\frac{B_0}{\delta st}$

得 $\sqrt{\frac{2+\mu}{\mu}}\doteq\frac{1}{|1-\lambda^2|}$

最后得出 $\lambda_{N1,2}\doteq\left|\sqrt{1\mp\frac{1}{\sqrt{\frac{2+\mu}{\mu}}}}\right|$

由图21可以明显看出，在$\lambda<\lambda_{N1}$时，$\eta>1$，当$\lambda>\lambda_{N1}$，可以使$\eta<1$或仅稍大于1。

将以上三种结果都绘置于图23中，即三种阻尼器的$\lambda$与$\mu$之间的变化规律的关系图，可以看出，当$\mu$小时，允许$\lambda$振动的范围小。无阻尼动力减振器频率在$\lambda_{n1}\sim\lambda_{n2}$范围内均能保证$\eta<1$，超出此范围可能引起新的共振。有阻尼动力减振器和液体摩擦减振器基本上都可以认为没有频率上限；干扰力频率增高，只要是大于允许的频率下限$\lambda_{N1}$或$\lambda_Q$，均可认为有较好的减振效果，$\eta<1$或仅稍大于1。

六、结束语

本文叙述了采用新方法$\eta=B_1/B_0$来表征有阻尼动力减振器减振效果的合理性，以及设计时参数的优化方法，应用它的范围等，这些将对设计及应用带来好处。但是，动力减振器的许多内在规律还未被人们完全掌握，设计方法也还不十分准确、全面，因此我们应对它的设计方法的理论研究及如何合理使用进一步引起足够的注意，使动力减振器更广泛的应用在产生实践中，对降低振动起到实效。

## 参 考 文 献


〔1〕. F. 柯尼希贝格等：机床结构 机械工业出版社 1982年

〔2〕. 张济生：用新观点研究无阻尼动力减振器的设计 重庆大学 (85)52号

〔3〕. J. P. 邓哈托：机械振动学 科学出版社 1961年

〔4〕. 杨桐、唐恒岭、廖伯瑜：机床动力学 机械工业出版社 1983年

〔5〕. S. A. 托贝斯：机床振动学 机械工业出版社 1977年

〔6〕. M. M. 萨迪克：机床动力学 华中工学院出版 1980年

〔7〕. 机械工程手册：第21篇机械振动 机械工业出版社 1978年




(C)1994-2023 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net