

关于感生电场中的导体上电势问题

物理教研室 徐诗池

自然界中存在两种方式激发的电场,即静止电荷激发的静电场,变化的磁场激发的感生电场。

反映静电场的基本性质有以下二式:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i \quad (1)$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \quad (2)$$

式(1)表明,静电场是有源的无旋场;式(2)表明,静电场是保守场。因此,在静电场中可以引入电势的概念。

反映感生电场的基本性质有以下二式:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0 \quad (3)$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \iint \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \quad (4)$$

式(3)表明,感生电场是涡旋场,式(4)表明,感生电场是非保守场,因此在感生电场中不能引入电势的概念。

在磁场中切割磁感应线运动的导体上能否应用电势的概念呢?对这个问题的回答完全可以肯定。如图1所示,当导线ab在磁场中以速度 $\vec{V}$ 向右切割磁感应线运动时,导线内部每个自由电子受到洛伦兹力为

$$\vec{F}_m = e \vec{V} \times \vec{B}$$

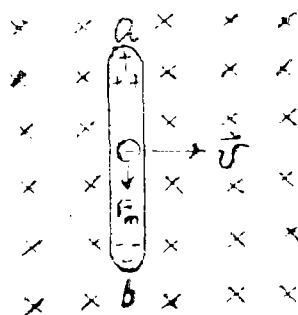


图 1

本文于1985年2月6日收到

由于电子在力 F_m 的作用下, 将从a端移向b端, 结果a端出现了过剩的正电荷, b端出现了过剩的负电荷, 这些过剩的正负电荷在导体ab内部产生的电场是静电场, 因此在磁场中切割磁感应线运动的导体上可以应用电势的概念, a端电势就比b端电势高。

前面已经说过, 在变化的磁场激发的感生电场中不能引入电势的概念, 那么, 在感生电场中的导体上能否应用电势的概念呢? 对这个问题的回答, 不能一概而论, 要看具体情况。

如图2所示, 在半径为 R 的圆柱形空间充满均匀磁场, 其中有一长为 L 的导体ab,

当磁感应强度 $\vec{B}$ 的量值以恒定的变化率 $\frac{dB}{dt}$ 而增加时, 就激起以O点为中心的逆时针方向的涡旋电场, 这时在导体ab中产生的感生电动势为

$$\varepsilon_{ab} = \int_{ab} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

取a₀oa回路

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_{ab} \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_{bo} \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_{oa} \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \iint \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{S}$$

$$\because \int_{bo} \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \quad \int_{oa} \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\therefore \varepsilon_{ab} = - \iint \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{S} = - \frac{dB}{dt} \cdot \frac{L}{2} \sqrt{R^2 - \left(\frac{L}{2}\right)^2}$$

在这种情况下, 导体ab上可以应用电势的概念, 因为导体ab中的自由电子受感生电场力的作用, 将从b端移向a端, 结果a端出现了过剩的负电荷, b端出现了过剩的正电荷, 这些过剩的正、负电荷在导体内部又产生了静电场, 这时导体内部实际上存在两种电场, 即感生电场和静电场, 虽然在感生电场中不能引入电势的概念, 但是由于有静电场的存在, 因此在这个导体ab上仍可应用电势的概念, b端电势就比a端电势高, 导体ab相当于一个电源, b端与a端之间的电势差就等于前面所述的感生电动势 ε_{ab} 。由此可知, 在涡旋电场中达到静电平衡的导体不是等势体, 而在静电场中达到静电平衡的导体是等势体。

如果将电阻为 R 半径为 r 的圆环导体置于上述的变化磁场中, 如图3所示, 这时圆环导体内产生的感生电动势为

$$\varepsilon_i = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \iint \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{S} = - \pi r^2 \frac{dB}{dt}$$

由于圆环导体上各点的感生电场强度的大小都为 $E = -\frac{r}{2} \frac{dB}{dt}$, 于是圆环导体上各处

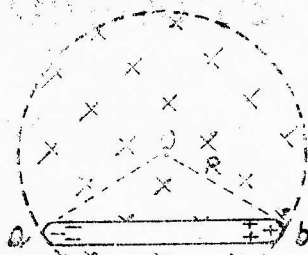


图 2

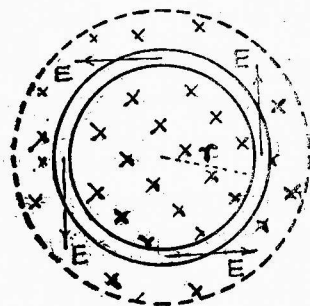


图 3

的自由电子受到感生电场作用力的大小就都相等,因此圆环导体上任意一点就不会出现过剩的正负电荷,显然,圆环导体内部就不存在静电场、而只存在感生电场,在这种情况下,圆环导体上才不能应用电势的概念,因而也就不应当利用圆环导体上的感生电动势和圆环电阻 R 来求圆环导体上某两点之间的电势差。这是因为在感生电场中的两点之间不存在电势差的问题。

如果在上述的圆环导体上某点切开,稍许分开为两个端点 a 和 b ,如图4所示。这时,圆环导体中的自由电子在感生电场的作用下, a 端就会出现过剩的正电荷, b 端就会出现过剩的负电荷,结果这些过剩的正负电荷在导体内部产生了静电场,因此在这种情况下,在圆环导体上可以应用电势的概念。显然, a 端与 b 端之间的电势差就近似等于圆环导体上产生的感生电动势,即

$$U_a - U_b = \pi r^2 \frac{dB}{dt}$$

下面将半圆形导体回路置于上述的变化磁场中,如图5所示,设沿着直径的直线边导体 ab 的电阻为 R_1 ,半径为 r 的曲线边导体 acb 的电阻为 R_2 。这时曲线导体 acb 内部产生了感生电动势,在 b 点会积累过剩的正电荷, a 点会积累过剩的负电荷,曲线导体 acb 相当于一个电源,而直线导体 ab 边中的感生电动势为零,它就相当于接通着的外电路,因此,在半圆形导体回路中就产生了感生电流。在这种情况下,导体中存在静电场,因此可以应用电势的概念, b 点电势就比 a 点电势高, b 点与 a 点之间的电势差为

$$U_a - U_b = \frac{\pi r^2}{2} \frac{dB}{dt} \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

再将正方形线圈分别置于上述的变化磁场中的不同位置,如图6(a)和(b)所示。图(a)所示的线圈是对称地置于变化的磁场中,四个边的导体中产生的感

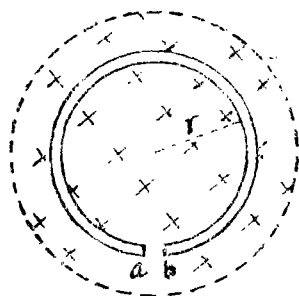


图 4

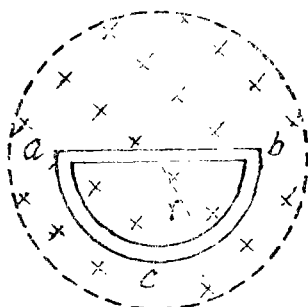
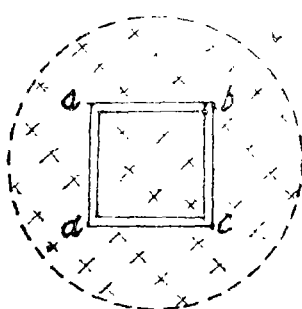
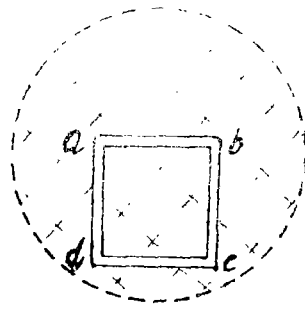


图 5



(a)



(b)

图 6

生电动势都相等，四个点（a、b、c和d点）就不会积累过剩的正电荷或负电荷，导体内部就不存在静电场，因此在这种情况下的导体上就不能应用电势的概念，当然也就不应当求导体回路上某两点之间的电势差。图（b）所示的是线圈不对称地置于变化的磁场中。ad和bc边的导体中产生的感生电动势相等，而ab边导体内产生的感生电动势要小于cd边导体内产生的感生电动势。若将各边分开来看，由于ab边与cd边导体内部的感生电场强度不同，于是ab边两端出现过剩的正负电荷就少于cd边两端出现过剩的正负电荷。实际上ab边和cd边是一个回路的两个部分，通过的感生电流相同，而感生电动势不同，所以在导体上的a、b、c和d等点必然会积累一些过剩的正电荷或负电荷，导体内部就要产生静电场，导体上两点（如a点和b点等）之间就会存在电势差。

由此可知，不对称地置于上述的变化磁场中的导体回路上可以应用电势的概念，而只有在对称地置于上述的变化磁场中的导体回路上才不存在求两点电势差的问题，因此不能一概而论。