

# 无阻尼动力减振器的计算机辅助设计

徐 耀 信  
(机械工程系)

## 摘 要

无阻尼动力减振器, 由于它结构简单, 有较好的应用价值, 但它使用的频带太窄, 限制了它的应用, 使设计也往往不成功。本文论述如何根据“减振区域图”确定无阻尼动力减振器的适用范围, 并编制计算程序, 用人机对话的方式在电子计算机上运算, 使它的设计迅速、合理。

无阻尼动力减振器由于它结构简单, 在理论上可以将主系统的振动降低为零, 故有较好的应用价值。如图 1 所示的电机定子壳体上的无阻尼动力减振器, 它用来消除频率为 33Hz 左右的强烈振动。若电机转速为 490rpm = 8.2Hz, 机壳的振动频率正好是它的四倍。安装动力减振器后, 最小振幅由 0.046mm 下降到 0.009mm, 取得了明显的减振效果, 满足了运行要求。减振器重量  $W$  为 30kg, 安装在长度为  $H = 40$ cm 的 M30 的螺杆上, 便于调节。

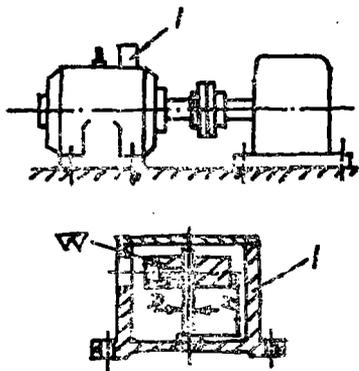


图 1

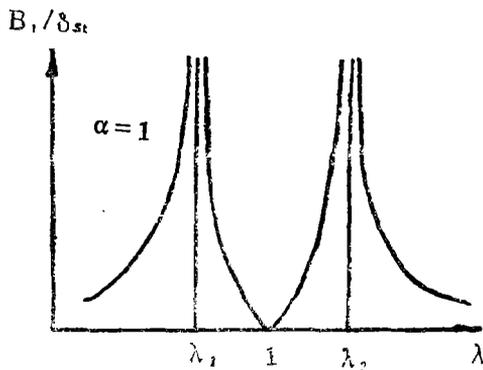


图 2

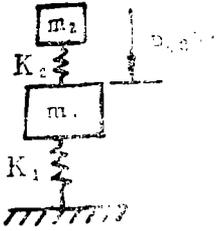
由于无阻尼动力减振器是属于调谐式的, 使用的频带较窄, 最适宜于抑制单一频率的振动, 否则将出现新的共振, 如图 2 所示的  $\lambda_1$ 、 $\lambda_2$  处。即使按单一频率振动的机器 (如上述的电动机), 由于电压的波动, 或负荷改变, 都会使转速改变, 而使振动频率改变。另外, 无阻尼动力减振器由于设计与制造时的误差也很难做到使动力减振器的固有频率  $\omega_{n2}$  刚好等于激振频率  $\omega$  的理想值 (此时主系统的振幅为零), 因此限制了它的应用, 设计也往往不成功。

为了正确的评定无阻尼动力减振器应用的合理性, 找出它适用的范围, 对它进行正确的设计与计算, 必须对它进一步的分析研究。文献 [1] 对此进行了较详细的阐述和论证, 根据要求减振系数  $\eta < 1$  的前提下, 制定出减振区域图, 由此来决定激振频率  $f$  和减振固有频率

本文于 1986 年 11 月 27 日收到

$f_{n2}$  允许波动的范围，便于进行无阻尼动力减振器的设计。但是，由于  $\eta$  值是受着多个参数的影响，计算繁杂，本文论述如何按“减振区域图”来编制计算程序，用人机对话的方式采用电子计算机迅速、方便地进行设计运算，使无阻尼动力减振器的设计合理，并根据一系列的计算结果对设计规律进行分析。

### 一、基本计算关系



下面就以图 1 结构为例来说明基本的设计计算关系。将图 1 所示的振动系统简化为图 3 所示的动力学模型， $m_1$  为主系统（电动机）的质量， $m_2$  为副系统减振器的质量， $K_1$  为主系统（电机基础）的弹簧系数， $K_2$  为副系统（螺杆）的弹簧系数。

图 3 通过建立振动系统的运动微分方程式求解可得出减振系数  $\eta$ ：

$$\eta = \frac{B_1}{B_0} = \frac{|1 - \lambda^2| |\alpha^2 - \lambda^2|}{|(1 - \lambda^2)(\alpha^2 - \lambda^2) - \mu \alpha^2 \lambda^2|} \quad (1)$$

式中：

$B_0$ ——未安装减振器时主系统的振幅。

$B_1$ ——安装减振器后主系统的振幅。

$\lambda = \frac{\omega}{\omega_{n1}} = \frac{f}{f_{n1}}$ ——激振力频率  $f$ （或角频率  $\omega$ ）与主系统固有频率  $f_{n1}$ （或固有角频率  $\omega_{n1}$ ）之比。

$\alpha = \frac{\omega_{n2}}{\omega_{n1}} = \frac{f_{n2}}{f_{n1}}$ ——副系统减振器的固有频率  $f_{n2}$ （或固有角频率  $\omega_{n2}$ ）与主系统固有频率  $f_{n1}$ （或  $\omega_{n1}$ ）之比。

$\mu = \frac{m_2}{m_1}$ ——质量比。

为达到减振效果，要求  $\eta < 1$ ，理想情况是  $\eta$  为零。从（1）式中很清楚的看到， $\alpha = \lambda$ （ $f = f_{n2}$ ）时  $\eta$  为零，但由前述知，因为  $f$  及  $f_{n2}$  的变化，不能达到它们理想的相等，则此时的  $\eta$  不为零，因此在设计时，按实际生产的需要，设定减振指标为  $\eta_0$ ，使减振系数  $\eta < \eta_0 < 1$ ，达到预期的减振效果，（1）式可改写为

$$\frac{|1 - \lambda^2| |\alpha^2 - \lambda^2|}{|(1 - \lambda^2)(\alpha^2 - \lambda^2) - \mu \alpha^2 \lambda^2|} = \eta_0 \quad (2)$$

为了表达  $\omega_{n2}$  与  $\omega$  相对变化范围，按文献 [1] 引入系数  $\beta$  为“相对频率比”：

$$\beta = \pm \frac{|\omega_{n2}^2 - \omega^2|}{\omega_{n2}^2} = \pm \frac{|\alpha^2 - \lambda^2|}{\alpha^2} \quad (3)$$

式中 $\beta$ 取正号表示 $\omega_{n2} > \omega$ , 取负号表示 $\omega_{n2} < \omega$ 。

由(3)式得出动力减振器固频 $f_{n2}$ 允许波动的范围,

$$\left. \begin{aligned} [f_{n2}]_1 &= \frac{f}{\sqrt{1-\beta_1}} \\ [f_{n2}]_2 &= \frac{f}{\sqrt{1-\beta_2}} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

其中 $\beta_1$ 为 $(1-\lambda^2)(\alpha^2-\lambda^2)$ 的符号为正时, 由(2)式导出的值:

$$\beta_1 = \frac{\mu\lambda^2}{\left(\frac{1}{\eta_0} + 1\right)(1-\lambda^2)} \quad (5)$$

$\beta_2$ 为 $(1-\lambda^2)(\alpha^2-\lambda^2)$ 的符号为负时, 由(2)式导出的值:

$$\beta_2 = \frac{\mu\lambda^2}{\left(\frac{1}{\eta_0} - 1\right)(\lambda^2 - 1)} \quad (6)$$

为了便于表达激振频率 $f$ 的波动范围, 令它的下限对应的有关符号 $\lambda, f, \beta$ 及 $f_{n2}$ 等上面均加上一撇, 以便同干扰力频率上限的相应符号区别。若将(5)(6)式代入(4)式, 并设此时的激振频率分别为其下限及上限值, 则得:

$$[f_{n2}]'_1 = \frac{f'}{\sqrt{1 - \frac{\mu\lambda'^2}{\left(\frac{1}{\eta_0} + 1\right)(1-\lambda'^2)}}} \quad (7)$$

$$[f_{n2}]'_2 = \frac{f'}{\sqrt{1 + \frac{\mu\lambda'^2}{\left(\frac{1}{\eta_0} - 1\right)(1-\lambda'^2)}}} \quad (8)$$

$$[f_{n2}]_1 = \frac{f}{\sqrt{1 - \frac{\mu\lambda^2}{\left(\frac{1}{\eta_0} + 1\right)(1-\lambda^2)}}} \quad (9)$$

$$[f_{n2}]_2 = \frac{f}{\sqrt{1 + \frac{\mu\lambda^2}{\left(\frac{1}{\eta_0} - 1\right)(1-\lambda^2)}}} \quad (10)$$

根据所要求的不同减振指标 $\eta_0$ , 由(7)至(10)式即可画出图4所表示的减振区域图。从图中可以看出, 只有对应于 $f$ 的 $[f_{n2}]_1$ 、 $[f_{n2}]_2$ 与对应于 $f'$ 的 $[f_{n2}]'_1$ 、 $[f_{n2}]'_2$ 二者的公共区域(图中打阴影部分)才是激振频率 $f'-f$ 范围变化时的减振区, 因为只有在这个范围内才能够同时满足 $f$ 和 $f_{n2}$ 变化的要求, 并且随着 $\eta_0$ 值增大, 减振区增大。

该区域的顶点M所对应的减振系数 $\eta_0$ 称为“减振系数的临界值”, 交点N所对应的 $\eta'_0$ 称为“临界判定值”, 其值可以由以下方法求到:

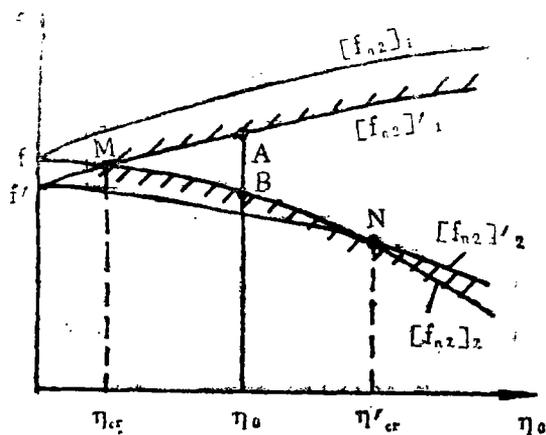


图 4

$$\text{令 } [f_{n2}]'_1 = [f_{n2}]_2$$

$$\text{可解出 } \eta_0 = \eta_{cr} = \frac{1}{C + \sqrt{C^2 + \frac{\lambda^2 - \lambda'^2}{A} + 1}} \quad (11)$$

$$\text{式中 } A = \frac{1}{\mu} \left( \frac{1}{\lambda'^2} - \frac{1}{\lambda^2} \right) (1 - \lambda^2) (1 - \lambda'^2)$$

$$C = \frac{2 - \lambda'^2 - \lambda^2}{2A}$$

$$\text{令 } [f_{n2}]'_2 = [f_{n2}]_2$$

$$\text{可解出 } \eta_0 = \eta'_{cr} = \frac{1}{1 + \frac{\lambda^2 - \lambda'^2}{A}} \quad (12)$$

## 二、设计步骤与计算程序

### 1、确定减振区域图

1) 已知条件为: 主振系统的  $m_1$ 、 $K_1$ 、 $f_{n1}$  ( $= \sqrt{\frac{k_1}{m_1}}$ ),

激振频率波动范围的上下限  $f$ 、 $f'$ , 质量比  $\mu$ , 并设定减振指标  $\eta_{0.1}$ 。

2) 根据已知条件按子程序方式编制计算程序, 和主程序联结在电子计算机上进行运算, 可得出  $\eta_{cr}$ 、 $\eta'_{cr}$  和不同  $\eta_0$  值及规定的减振指标  $\eta_{0.1}$  时的  $[f_{n2}]'_1 = [f_{n2}]_A$  及  $[f_{n2}]_2$  或  $[f_{n2}]'_2 = [f_{n2}]_B$ 。子程序框图见图 5; 主程序框图见图 6。

### 2、无阻尼动力减振器的结构设计。

减振器的结构如图 7 所示。由已知条件的  $\mu$  得出  $m_2 = \mu m_1$ , 再计算  $K_2$ 。

$$K_2 = (2\pi f_{n2})^2 m_2 \quad (13)$$

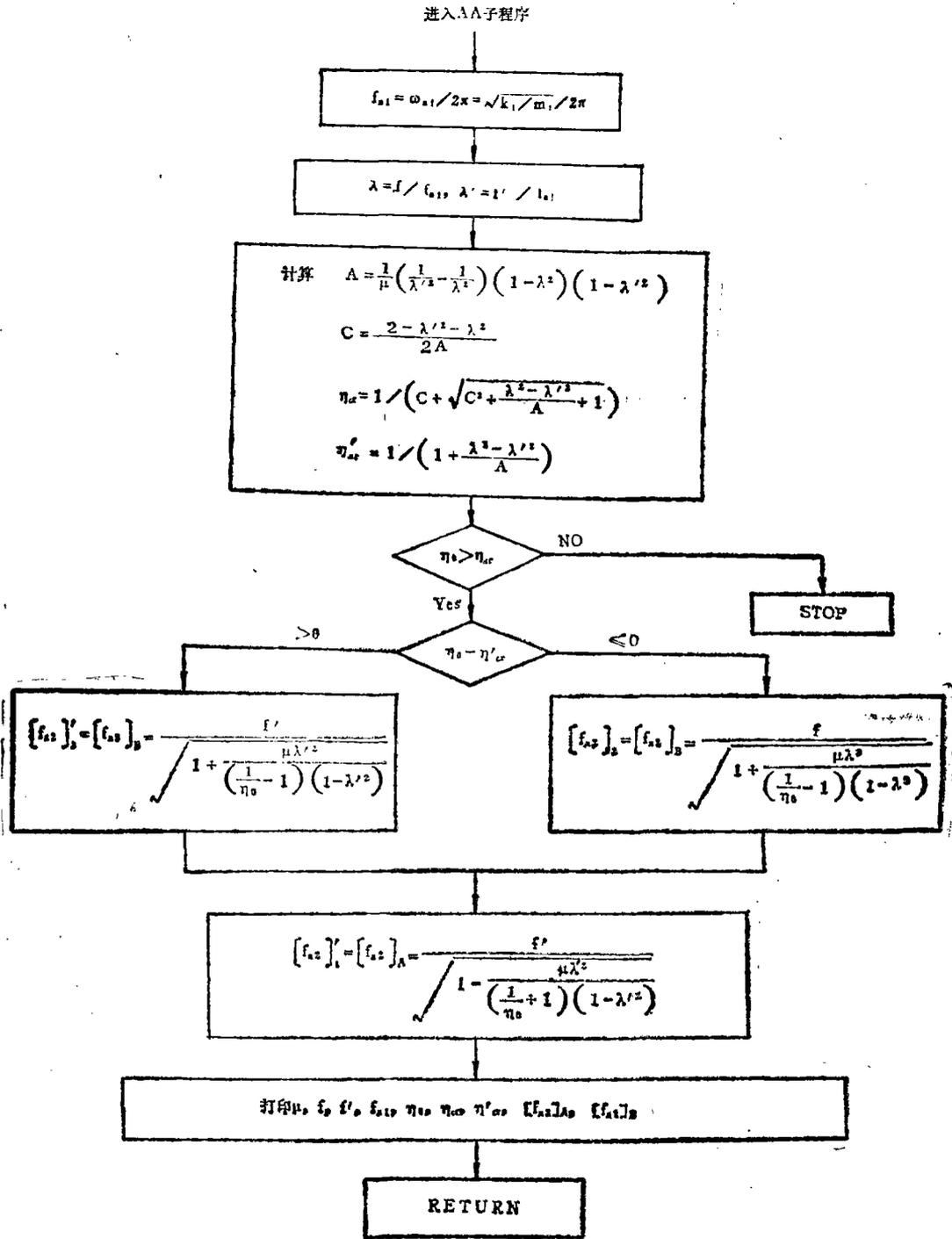


图 5 子程序框图

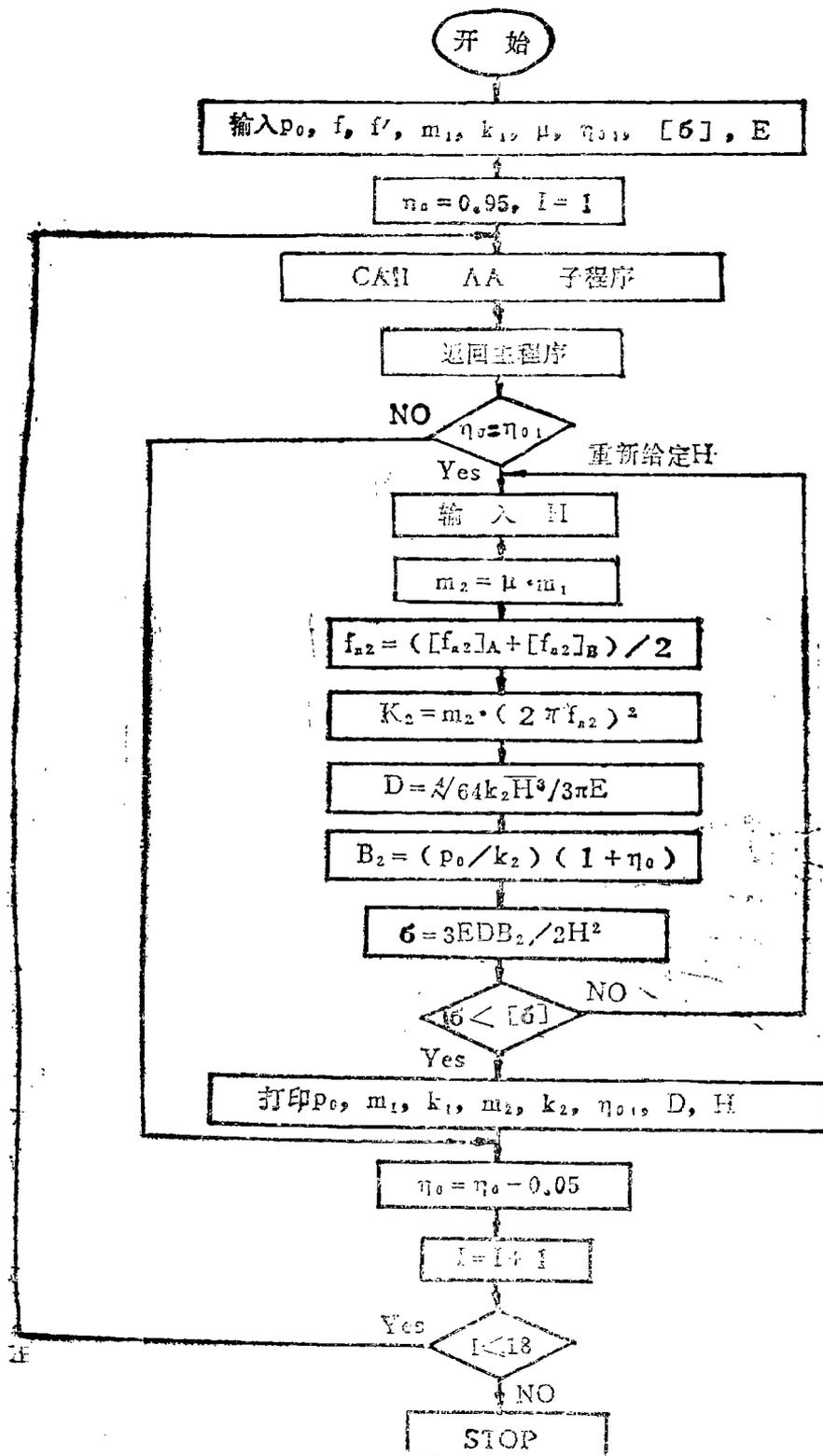


图 6 主程序框图

$f_{n2}$ 取平均值, 即

$$f_{n2} = \frac{[f_{n2}]_A + [f_{n2}]_B}{2} \quad (14)$$

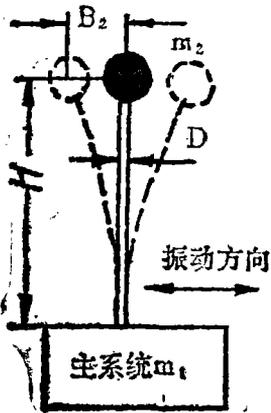


图 7

在已知的力幅 $P_0$ 作用下, 减振器的最大振幅为 $[ \sigma ]$ :

$$B_2 = (P_0/K_2)(1 \pm \eta_0) \quad (15)$$

作为减振器的弹性杆的最大弯曲应力 $\sigma_{max}$ 应满足如下强度条件:

$$\sigma_{max} = \frac{FH}{\frac{\pi D^3}{32}} < [ \sigma ] \quad (16)$$

式中 $[ \sigma ]$ 为材料弯曲疲劳的许用应力,  $F$ 是 $m_2$ 以振幅 $B_2$ 振动时, 弹簧作用于主系统的力幅, 由材料力学知

$$B_2 = \frac{FH^3}{3EJ} \text{ 可得:}$$

$$F = \frac{3EJB_2}{H^3} \quad (17)$$

$$\text{并有 惯性矩 } J = \frac{\pi D^4}{64} \quad (18)$$

$E$ 为材料的弹性模量, 将(17)(18)式代入(16)式得:

$$\frac{3EDB_2}{2H^3} < [ \sigma ] \quad (19)$$

以上过程都编制在主程序中进行计算。在确定弹性杆的直径 $D$ 及长度 $H$ 时, 可先在计算机上读入 $H$ , 并根据

$$K_2 = \frac{F}{B_2} = \frac{3\pi ED^4}{64H^3}, \text{ 有}$$

$$D = \sqrt[4]{\frac{64K_2 H^3}{3\pi E}} \quad (20)$$

可直接在计算机上计算得出。若此时选择的 $D$ 及 $H$ 满足(19)式的条件, 则合用。若不合用, 计算机等待输入新的 $H$ 值, 这样计算起来就十分方便、迅速, 而且很容易得到一组合用的 $D$ 、 $H$ 值, 供选用。

### 三、应用举例

例: 某一机械传动装置, 由于异步电动机运转时不平衡干扰产生振动, 欲使振幅下降5倍, 试进行无阻尼动力减振器的结构设计。

设已知数据为激振力幅 $P_0 = 147\text{N}$ , 激振力频率上限 $f = 25\text{HZ}$ , 下限 $f' = 23.5\text{HZ}$ , 主

\*  $(1 - \lambda_2)(\alpha^2 - \lambda^2)$  为负值时取负号, 反之为正号。为保证强度, 计算时取正值;

$$B_2 = (P_0/K_2)(1 + \eta_0)$$

系统质量 $m_1 = 100\text{kg}$ , 弹簧系数 $K_1 = 30.95 \times 10^5 \text{N/m}$ , 质量比 $\mu = 0.1$ , 减振指标 $\eta_{01} = 0.2$ 。

解: 1) 根据已知数据, 通过子程序可算出 $\eta_{cr}$ 、 $\eta'_{cr}$ 及不同 $\eta_0$ 值时的 $[f_{n_2}]_A$ 、 $[f_{n_2}]_B$ , 如表1所示, 并可由此画出减振区域图(图8)。

表1  $\eta_{cr} = 0.16$   $\eta'_{cr} = 0.52$

$\eta_0$	0.95	0.90	0.85	0.80	0.75	0.70	0.65	0.60	0.55	0.50	0.45
$[f_{n_2}]_A$	24.99	24.95	24.90	24.85	24.80	24.75	24.69	24.63	24.54	24.49	24.42
$[f_{n_2}]_B$	9.99	13.25	15.33	16.81	17.94	18.84	19.57	20.17	20.68	21.18	21.75

续上表

$\eta_0$	0.40	0.35	0.30	0.25	0.20
$[f_{n_2}]_A$	24.34	24.26	24.17	24.09	23.98
$[f_{n_2}]_B$	22.25	22.71	23.13	23.51	23.85

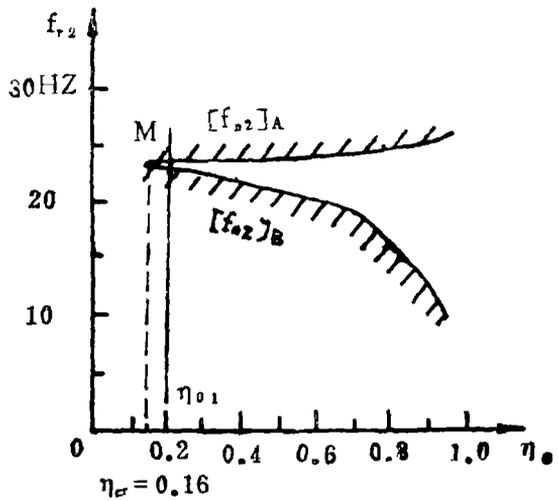


图 8

## 2) 结构设计。

选用45号钢作为弹性杆的材料, 并经调质处理。将弹性模量 $E = 20.58 \times 10^4 \text{N/m}^2$ , 材料弯曲疲劳的许用应力 $[\sigma] = 63.7 \times 10^6 \text{N/m}^2$ 输入计算机, 运行后等待输入H值, 若按 $H = 0.2, 0.24, 0.25, 0.26$  (m) 等数值输入, 计算机均不进行运算, 等待重新输入H值, 直到 $H = 0.28$  (m) 时, 满足(19)式的条件, 计算机运算并打印出:

$K_2 = 22.54 \times 10^4$  (N/m),  $m_2 = 10$  (kg),  $D = 0.02$  (m) = 2 (cm),  $H = 0.28$  (m) = 28 (cm)

至此, 无阻尼动力减振器结构的各参数均为已知。若继续按 $H > 28$  cm输入不同的H值, 即可得到一组满足要求的H、D值。

## 3) 分析讨论

在本例的已知条件下, 从得出的减振区域图可以看出, 达到减振指标 $\eta_0 = 0.2$ , 已接近可能达到的最好减振效果; 此时 $f_{n_2}$ 的变化范围( $[f_{n_2}]_B \sim [f_{n_2}]_A$ )已很小, 为23.85~23.98Hz, 允许波动区域太窄, 仅0.13Hz, 较难实现。若 $\eta_0$ 再减小则小于 $\eta_{cr}$  ( $\eta_{cr} = 0.16$ ), 不在减振范围。若降低减振要求, 将 $\eta_0$ 改为0.25, 即振幅降低4倍, 则 $f_{n_2}$ 的变化范围为23.51~24.09Hz, 允许固有频率波动区域由0.13Hz增到0.58Hz, 则设计成功的把握性大得多。

但若在同样的已知条件下,仅增加质量比 $\mu$ ,可使减振区域变宽(如图9所示),在相同的 $\eta_0$ 值下, $f_{n2}$ 允许变化的范围增大, $\eta_0$ 值减小,可以要求减振指标 $\eta_0$ 值更小,达到更好的减

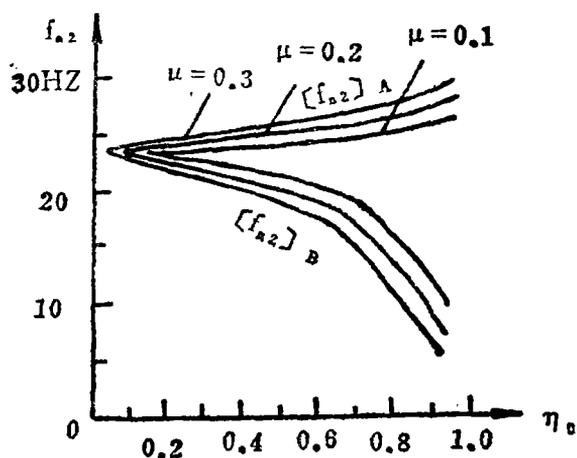


图 9

振效果,但此时辅助质量 $m_2$ 增加,是不经济的一面。

本文在编制程序及计算过程中,得到袁可凤老师、徐刚老师及计算机房同志的帮助支持,在此一并感谢。

## 参 考 文 献

- [1] 张济生:用新观点研究无阻尼动力减振器的设计  
《重庆大学学报》 1985年No 4
- [2] 杨棣、唐恒龄、廖伯瑜:机床动力学  
机械工业出版社 1983年
- [3] 徐耀信:有阻尼动力减振器设计与应用中几个理论问题的研究  
《华东交通大学学报》1985年总第2期
- [4] 郑兆昌:机械振动  
机械工业出版社 1980年