

由光速不变性导出相对论的动力学规律

黄世益

(物理教研室)

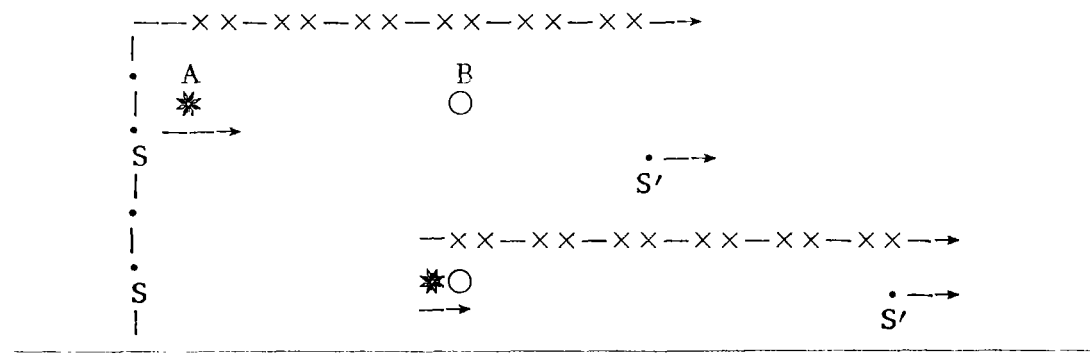
摘 要

本文导出的相对论的动力学规律, 作为光速不变性的一个直接的结果, 没有用到劳伦兹变换, 也没有求助于长度缩短、时间膨胀或同时性的相对性等现象。

戴维密敏 (N David Mermin)⁽¹⁾曾经给出相对论的平行速度的相加定律的推导, 没有应用劳伦兹变换、长度缩短、时间膨胀或同时性的相对性, 而是由光速不变性直接导出。在普通教育的物理课程中这样处理是必须的, 因为在这些课程中用更抽象的推导只能使物理本质难于突出。为了完善在普通教育的物理课程中关于狭义相对论部分的教学, 本文在戴维密敏方法的基础上, 提出采用类似的方法直接导出相对论的动力学规律, 以便系统地了解这部分内容。

一、质量和速率的关系

象在戴维密敏的假想实验中那样, 我们考虑有一系列的事件发生在一列直长的匀速运动的火车里。我们将从惯性参照系 S 的观点描述所有这些事件, 在以地球为参照系 S 中, 火车以速率 V 平行于其本身长度运动。所有提到的速度都是指他们在参照系 S 中的值。



图一

本文于1987年4月22日收到

在图一 S 参照系中的两个不同时刻：※代表 A 球，速率为 V ；○代表 B 球，速率为零；
—××—××—××—××—××—××—××代表火车，速率为 V ；S 是一静止在 S 系中的物体，
S' 是随火车运动的 S' 系中的物体；W 为两球相碰后的速率。

车厢内有质料、形状、大小全同的 A、B 两小球，碰撞前 A 球相对 S 系以速率 V 随车厢一起运动，B 球相对 S 系静止。在某一时刻 A、B 两球发生完全非弹性碰撞，撞后获得共同速率 W 。设 A、B 两球构成一封闭系统，与外界没有能量与质量交换。由于动量守恒定律是自然界的普遍规律之一，它在所有惯性参照系中都保持形式不变，则在 S 系和 S' 系中动量守恒定律应有相同的形式。以 $m(v)$ 表示物体具有速率 v 时的质量， m_0 为保持相对静止时 ($v = 0$) 物体的静止质量。在 S 系看来系统的动量守恒的表示式为：

$$m(V)V = 2m(W)W \quad (1)$$

现在分析在 S' 系中该系统动量守恒的表示式。根据戴维密敏的相对论速度相加式⁽¹⁾有：

$$W = \frac{u + v}{1 + uv/c^2}$$

其中 W 为物体相对 S 系的速度， u 为物体相对 S' 系的速度， V 为 S' 系相对 S 系的速度。现将上式改写为：

$$u = \frac{W - v}{1 - Wv/c^2}$$

应用上式可相应地求出在 S' 系中相对应的速度。

1. A 球碰前的速度 u_A 。因 $w_A = v$ ，所以 $u_A = 0$ ；
2. B 球碰前的速度 u_B 。因 $w_B = 0$ ，所以 $u_B = -v$ ；
3. 碰后 A、B 球的共同速度 u 。因 $w = W$ ，所以

$$u = \frac{W - v}{1 - Wv/c^2} \quad (2)$$

在 S' 系看来系统的动量守恒的表示式为：

$$-m(v)v = 2m(u)u \quad (3)$$

另外，在 S 和 S' 系中分别应用碰撞前后的总质量守恒的条件，则有：

$$2m(W) = m(v) + m_0 \quad (4)$$

$$2m(u) = m(v) + m_0 \quad (5)$$

在上述方程组中 m_0 、 v 、 c 视为常量，由 (1)、(3)、(2) 得：

$$\frac{m(W)}{m(u)} = -\frac{u}{W} = -\frac{1 - v/W}{1 - Wv/c^2}$$

由 (4)、(5) 得：

$$\frac{m(W)}{m(u)} = 1$$

则有：

$$1 - \frac{v}{W} = \frac{Wv}{c^2} - 1 = \frac{v^2}{c^2} \times \frac{W}{v} - 1 \quad (6)$$

由 (1)、(4) 得

$$\frac{v}{W} = \frac{2m(W)}{m(v)} = \frac{m(v) + m_0}{m(v)} \quad (7)$$

将(7)代入(6)化简得

$$m(v) = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

从上述结果看出当物体的速率增大时,其运动质量增大,当速率趋于光速其运动质量趋于无穷。

二、相对论的动力学规律

在相对论力学中,质点的动力学方程取如下形式,

$$\vec{F} = \frac{d}{dt} (m(v) \vec{v}) = \frac{d}{dt} \left(\frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \right)$$

这一方程能够保证即使在恒力持续作用下,质点的速率也不会超过光速。顺便指出,在上述方程中,质量的改变仅指相对论的改变。

从上述的讨论看出由光速不变性,应用简单的物理知识,可以立即建立起如下认识:在改变惯性参照系时,一切速度都要作我们的直觉所料想不到的变换,同时也可看到运动物体的运动质量是随其速率而变的不易理解的规律。

参考文献

- [1] N. David Mermin, Am. J. Phys. 51(12)December 1983 P. 1130—1131
或李镇敌译,大学物理,3(1987),P. 23—24.