

循环图的自同构群

周 尚 超

(基 础 课 部)

摘 要

本文讨论了循环图的自同构群并通过群的性质来判断点对称图是否为循环图。

本文中的图均指无向简单图。如果图 G 的自同构群 $F = \text{Aut } G$ 是可迁群或点传递群, 则称 G 是点对称图。循环图是一类重要的点对称图。设 G 的顶点集 $V(G) = \{u_1, u_2, \dots, u_p\}$ 。我们用 $\min\{|i-j|, p-|i-j|\}$ 表示边 $u_i u_j$ 的长度。如果 G 含有一条长为 a 的边, 则 G 就含有所有长为 a 的边, 那么我们就称 G 是循环图。如果 G 的不同的边长为 $a_1, a_2, \dots, a_k$, 则将 G 表示为: $G = C_p \langle a_1, a_2, \dots, a_k \rangle$ 。按照此记法, 完全图 K_p 及其补图 $\overline{K}_p$ 可分别记为 $C_p \langle 1, 2, \dots, [\frac{p}{2}] \rangle$ 和 $C_p \langle \phi \rangle$ 。这里 ϕ 表示空集, 表明 $\overline{K}_p$ 没有任何长度的边。设 $f = (u_1, u_2, \dots, u_p)$ 是一个 p 轮换。显然 f 是 $C_p \langle a_1, a_2, \dots, a_k \rangle$ 的自同构。反之, 如果 $f \in \text{Aut } G$, 则 G 是循环图。因此我们有如下命题。

命题 1 设 $|V(G)| = p$, 则 G 是循环图的充分必要条件是 G 有一个 p 轮换自同构。

设 $D_p = \langle f, g \rangle$ 是由 f 和 g 生成的二面体群。这里 $f = (u_1, u_2, \dots, u_p)$, $g = (u_1)(u_2, u_p)(u_3, u_{p-1}) \dots$ 。

命题 2 设 $|V(G)| = p$, 则 G 是循环图的充分必要条件是 $D_p \leq \text{Aut } G$ 。这里 $D_p \leq \text{Aut } G$ 表示 $\text{Aut } G$ 含有一个子群与 D_p 恒等。

证明充分性由命题 1 即得。

必要性。 设 G 是循环图且 $f = (u_1, u_2, \dots, u_p) \in \text{Aut } G = F$ 。若 u_i 与 u_j 在 G 中邻接, 则 $f^{2-i-j}(u_i) = u_{2-i}$ 与 $f^{2-i-j}(u_j) = u_{2-j}$ 邻接, 即 $g(u_i) = u_{2-i}$ 与 $g(u_j) = u_{2-j}$ 邻接。因此, $g \in F$, $D_p \leq F$ 。这里 u 的下标按模 p 运算。

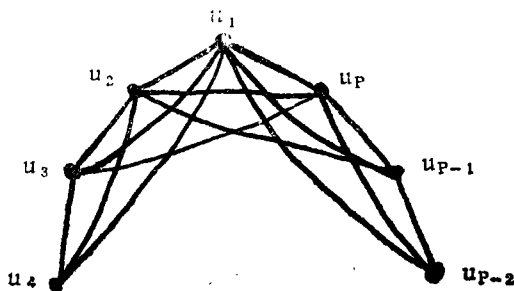
系 1 设 G 是 p 阶循环图, 则 $|\text{Aut } G| \geq 2p$ 。

命题 3 设 $G = C_p \langle 1, 2, \dots, k \rangle$, $(k \leq \frac{p}{3})$ 则 $\text{Aut } G = D_p$ 。这里 $p > 6$ 。

证明 不失一般性, 以 $K = 3$ 来证明。设 $F = \text{Aut } G$, F_{u_1} 是 F 的使 u_1 不动的元素组成的

本文于1988年3月22日收到

子群。由群论可知 $|F| = p|F_{u_1}| = p|F_{u_1 u_2}| |F_{u_1}(u_2)|$ 这里 $F_{u_1 u_2}$ 是 F_{u_1} 中使 u_2 不变的元素组成的子群。 $F_{u_1}(u_2)$ 是在 F_{u_1} 的作用下包含 u_2 的轨道的长度。用 $N(u_1)$ 表示 u_1 的邻域用 $\overline{N}(u_1)$ 表示 $N(u_1) \cup u_1$ 。 $\overline{N}(u_1)$ 导出的子图也用 $[G\overline{N}(u_1)]$ 表示。设 $f_1 \in F$ 且 $f_1(u_1) = u_1$ 。显然有 $f_1(\overline{N}(u_1)) = \overline{N}(u_1)$ 。因此 f_1 (当限制在 $\overline{N}(u_1)$ 上时) 是 $\overline{N}(u_1)$ 的自同构。 u_2 和 u_p 是 $\overline{N}(u_1)$ 仅有的两个度为 5 的顶点。因此 $f_1(u_2) = u_2$ 或 u_p ，即 $|F_{u_1}(u_2)| = 2$ 。同理由 $f_1(u_2) = u_2$ 可推出 $f_1(u_3) = u_3$ 或 u_1 。因为 $f_1(u_1) = u_1$ ，所以 $f_1(u_3) = u_3$ 。这就是说，由 $f_1(u_1) = u_1$ 和 $f_1(u_2) = u_2$ 可推出 $f_1(u_3) = u_3$ 。同理由 $f_1(u_2) = u_2$ 和 $f_1(u_3) = u_3$ 可推出 $f_1(u_4) = u_4$ 。如此



类推，可得 $f_1 = 1$ (群的单位元)，即 $|F_{u_1 u_2}| = 1$ 。由此得 $|F| = 2p$ ，所以 $F = D_p$ 。

命题 4 设 $G = C_{2n} \langle 1, n \rangle$, ($n \geq 3$)，则 $D_{2n} = \text{Aut } G$ 。

证明 设 $f_1 \in \text{Aut } G$ 且 $f_1(u_1) = u_1$ 。 u_i 的闭邻域用 (N_i) N_i 表示。 $N_1 = \{u_2, u_{n+1}, u_{2n}\}$, $N_2 = \{u_1, u_{n+2}, u_3\}$, $N_{n+1} = \{u_1, u_n, u_{n+1}\}$, $N_{2n} = \{u_1, u_{2n-1}, u_n\}$ 。

情形 1 设 $f_1(u_{n+1}) = u_{2n}$, $f_1(u_2) = u_2$ 。这时有 $f_1(N_{n+1}) = N_{2n}$, $f_1(N_2) = N_2$, $f_1(u_{n+2}) \in N_{2n} \cap N_2 = \emptyset$ 与 $f_1(u_1) = u_1$ 矛盾。

情形 2 设 $f_1(u_{n+1}) = u_{2n}$, $f_1(u_{2n}) = u_2$ 。这时有 $f_1(N_{n+1}) = N_{2n}$, $f_1(N_{2n}) = N_{2n}$, $f_1(u_n) \in N_{2n} \cap N_2 = u_1$ 与 $f_1(u_1) = u_1$ 矛盾。

这两种情形说明 $f_1(u_{n+1}) \neq u_{2n}$ 。即 F_{u_1} 中没有元素把 u_{n+1} 映射为 u_{2n} 。易知有 $f_2 \in F_{u_1}$ ，使 $f_2(u_2) = u_{2n}$ 。如果 $f_1(u_{n+1}) = u_2$ ，则 $f_2 f_1(u_{n+1}) = u_{2n}$ 且 $f_2 f_1 \in F_{u_1}$ ，矛盾。因此 $f_1(u_{n+1}) \neq u_2$, $f_1(u_{n+1}) = u_{n+1}$ 。由此又可得出 $f_1(u_2) = u_2$ 或 u_{2n} ，即 $|F_{u_1}(u_2)| = 2$ 。

以上证明了，如果 $f_1(u_1) = u_1$ ，则 $f_1(u_2) = u_2$ 或 u_{2n} 。同理，由 $f_1(u_2) = u_2$ 可推出 $f_1(u_3) = u_3$ 或 u_1 ，类似命题 3 的证明， $|F_{u_1 u_2}| = 1$, $|F| = 4n$, $F = D_{2n}$ 。综合以上情形，知结论成之。

引理 1 ([1], p493) 设 $G = C_p \langle a_1, a_2, \dots, a_k \rangle$ ，则 G 连通的充分必要条件是 $\gcd(p, a_1, a_2, \dots, a_k) = 1$ 。这里 $\gcd$ 表示最大公因数。

命题 5 设 $G = C_{2n} \langle 2, n \rangle$, ($n \geq 3$)。若 G 是连通图，则 $\text{Aut } G = D_{2n}$ 。

证明 由 $\gcd(2n, 2, n) = 1$ 知 n 为奇数。设 $F = \text{Aut } G$, $f_1 \in F_{u_1}$ 。因为 $N_1 = \{u_3, u_{n+1}, u_{n+2-1}\}$, $N_{n+1} = \{u_{n+1}, u_{n-1}, u_1\}$, $N_{2n-1} = \{u_{2n-3}, u_{n-1}, u_1\}$, $N_3 = \{u_1, u_1, u_{n+3}\}$ ，类似命题 4 的证明，可证 $f_1(u_{n+1}) = u_{n+1}$, $f_1(u_3) = u_3$ 或 u_{2n-1} ，即 $|F_{u_1}(u_3)| = 2$ ，如果 $f_1(u_3) = u_3$ ，则 $f_1(u_1) = u$ 或 u_1 ，因此 $f_1(u_3) = u$ ，这样由 $f_1(u_1) = u_1$, $f_1(u_3) = u_3$ ，可推 $f_1 = 1$ ，即 $|F_{u_1 u_3}| = 1$, $|F| = 4n$, $F = D_{2n}$ 。

下面我们将 $\{u_1, u_2, \dots, u_p\}$ 用 $\{1, 2, \dots, p\}$ 表示，且顶点的运算是按模 p 进行的。设 $G_1 = C_p \langle a_1, a_2, \dots, a_k \rangle$, $G_2 = \langle b_1, b_2, \dots, b_k \rangle$ 。设 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_k, -a_1, -a_2, \dots, -a_k\}$, $B = \{b_1, b_2, \dots, b_k, -b_1, -b_2, \dots, -b_k\}$ 。这个 A (B) 实际上也表示

G_1 (G_2) 中与顶点 p 邻接的顶点集。 j 与 h 在 G_1 中邻接当且仅当 $i-h \in A$ 。 如果存在与 p 互素的数 n , 使得 $nA = \{na | a \in A\} = B$, 则 G_1 与 G_2 同构。 事实上, 设 j 与 h 在 G_1 邻接, 则 $j-h \in A$, $nj-nh \in B$, 因此 nj 与 nh 在 G_2 邻接, 即映射 $j \rightarrow nj$ 是 G_1 到 G_2 的同构映射。 如果 $nA = A$, 则 $j \rightarrow nj$ 是 G_1 的自同构。 例如当 $m = -1$ 时, $i \rightarrow -j$ 这个自同构用置换的形式写出来就是 $\bar{g} = (p) (1, p-1) (2, p-2) \dots$ 。 这是循环图的自同构群包含 D_p 的又一证明。

定理 1 设 $|V(G)| \geq 6$ 。 若 G 是 3 度正则连通循环图, 则 $\text{Aut } G = D_p$ 。

证明 显然 G 偶阶图, 因此设 $G = C_{2n} \langle k, n \rangle$ 。 由引理 1 知 $\gcd(2n, k, n) = \gcd(k, n) = 1$ 。 若 k 为奇数, 则 $\gcd(k, 2n) = 1$ 且存在 r , 使得 $\gcd(r, 2n) = 1$ 且 $rk = 1$, $r\{\pm k, \pm n\} = \{\pm 1, \pm n\}$, $C_{2n} \langle k, n \rangle$ 与 $C_{2n} \langle 1, n \rangle$ 同构, $\text{Aut } G = D_{2n}$ (命题 4)。 注意这里顶点的运算是按模 p 进行的。

设 k 为偶数, 则 n 为奇数。 由 $\gcd(\frac{k}{2}, n) = 1$, 可知存在与 n 互素的 r , 使 $\frac{rk}{2} \equiv 1 \pmod{n}$, $rk \equiv 2 \pmod{2n}$ 。 若 r 为奇数, 则 r 与 $2n$ 互素, $r\{\pm k, \pm n\} = \{\pm 2, \pm n\}$, $C_{2n} \langle k, n \rangle$ 与 $C_{2n} \langle 2, n \rangle$ 同构, $\text{Aut } G = D_{2n}$ (命题 5)。 若 r 为偶数, 则 $r+n$ 与 $2n$ 互素, 因此仍有 $C_{2n} \langle k, n \rangle$ 与 $C_{2n} \langle 2, n \rangle$ 同构。

命题 6 设 $G = C_{2n} \langle 1, n-1 \rangle$, $n \geq 5$ 则 $F = \text{Aut } G = \langle D_{2n}, (u_{2n}, u_n) \rangle$ 是由 D_{2n} 和 (u_{2n}, u_n) 生成的 $2^{n+1}n$ 阶群。

证明 n 的邻域 $N_n = \{1, 2n-1, n+1, n-1\}$ 与 $2n$ 的邻域 N_{2n} 相等, 因此对换 $(n, 2n) \in F$ 。 同理可证对换 $(i, n+i) \in F, i = 1, 2, \dots, n$ 。 显然 $(j, n+i) \in \langle D_{2n}, (2n, n) \rangle$ 。 $N_1 = \{2, 2n, n, n+2\}$ 。 因为 $g = (1)(2, 2n)(3, 2n-1) \dots, (2, n+2)$ 和 $(n, 2n) \in F_1$, 因此 $|F_1(2n)| = 4$ 。 $|F| = 2n|F_1| = 2n|F_1, 2n| \cdot 4 = 8n|F_1, 2n|$ 。 $(i, n+i) \in F_1, 2n, (i = 2, 3, \dots, n-1)$ 。 这 $n-2$ 个对换生成 2^{n-2} 阶初等交换群, 因此 $2^{n-2} \leq |F_1, 2n|$ 。 设 $f_1 \in F_1, 2n$ 。 当 f_1 限制在 $N_1 \cup N_{2n}$ 上时

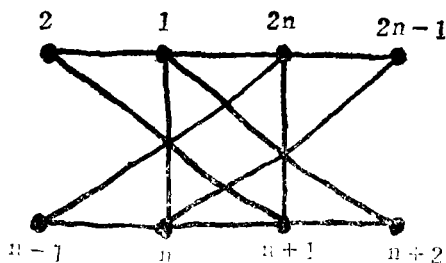


图 2 $N_1 \cup N_{2n}$

是 $N_1 \cup N_{2n}$ 导出的子图的自同构。 由图 2 乙易知 $f_1(n) = n, f_1(n+1) = n+1, f_1(2) = 2$ 或 $n+2, f_1(n+2) = n+2$, $f_1(n+2) = n+2$ 或 2 。 如果 $f_1(2) = 2$, 则 $f_1(N_2) = N_2 = \{1, 3, n+3, n+1\}$ 。 因为 $f_1(1) = 1, f_1(n+1) = n+1$, 所以 $f_1(3) = 3$ 或 $n+3, f_1(n+3) = 3$ 或 $n+3$ 。 如果

$f_1(2) = n+2$, 则 $f_1(N_2) = N_{n+2} = \{1, 3, n+3, n+1\}$ 。 因为 $f_1\{1, n+1\} = \{1, n+1\}$, 因此 $f_1\{3, n+3\} = \{3, n+3\}$ 。 $f_1(3) = 3$ 或 $n+3$, 都有 $f_1(N_3) = N_3 = N_{n+3} = \{2, n+2, 4, n+4\}$, 因为 $f_1\{2, n+2\} = \{2, n+2\}$, 所以 $f_1\{4, n+4\} = \{4, n+4\}$ 。 如此类推可得 $f_1(i) = i$ 或 $n+i (i = 2, 3, \dots, n-1)$ 。 因此 $F_{1, 2n}$ 是由 $(i, n+i)$ 生成 $(i = 2, 3, \dots, n-1)$, $|F_{1, 2n}| = 2^{n-1}n$ 。 最后只要证明 $2^{n+1}n \leq |\langle D_{2n},$

阶初等交换群, 则 $\overline{F} \cap D_{2n} = 1$ 。设 $f_j (j=1, 2, \dots, 2^{n-1})$ 是 $\overline{F}$ 的所有元素, $f_j D_{2n}$ 是 2^{n-1} 个陪集。若 $f_h D_{2n} = f_m D_{2n}$ 则 $f_h f_m^{-1} \in D_{2n} \cap \overline{F}$, $f_h = f_m$ 。因此这 2^{n-1} 个陪集互不相同, $|\langle D_{2n}, (2n, n) \rangle| \geq 2^{n-1} \cdot 4n = 2^{n+1}n$ 。

定理 2 设 $G = C_{2n} \langle k, n-k \rangle$, ($n \geq 5$)。若 G 是连通图, 则 $\text{Aut } G = D_{2n}, (2n, n) \rangle$ 。

证明 因为 $\gcd(2n, k, n-k) = \gcd(2n, k, n) = \gcd(k, n) = 1$ 。所以 k 和 $n-k$ 中必有一个是奇数。不妨设 k 是奇数, 则 $\gcd(k, 2n) = 1$ 。这样就存在与 $2n$ 互素的 r , 使 $rk = 1$, 因此 $r\{\pm k, \pm(n-k)\} = \{\pm 1, \pm(n-1)\}$, G 与 $C_{2n} \langle 1, n-1 \rangle$ 同构。因为 $N_{2n} = N_n = \{k, -k, n+k\}$, 所以 $(2n, n) \in \text{Aut } G$ 。因此 $\text{Aut } G = \langle D_{2n}, (2n, n) \rangle$ 。

例 1 阶数不大于 11 的连通循环图的群。根据上面的论证。当 $p \leq 8$ 时, p 阶连通循环图的群只有 D_p 和 $\text{Aut } K_p = S_p$ (p 个文字的对称群。当 $p=9$ 时, 2 度正则图是 9 圈 C_9 , 群为 D_9 。4 度正则图是 $C_9 \langle a_1, a_2 \rangle$ 。 $\{a_1, a_2\}$ 只有 $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}$ 和 $\{3, 4\}$ 6 种。 $2\{\pm 1, \pm 2\} = \{\pm 2, \pm 4\}$, $4\{\pm 1, \pm 2\} = \{\pm 1, \pm 4\}$ 。因此 $\{1, 2\}, \{2, 4\}, \{1, 4\}$ 这三种是同构的。其余 3 种分别是这三种的补图, 它们的群都是 $\text{Aut } C_9 \langle 1, 2 \rangle = D_9$ 。(命题 3) 6 度正则图是 2 度图的补图。因此 9 阶图的群也只有 S_9 和 D_9 两种。同理可知 11 阶连通循环图的群只有 S_{11} 和 D_{11} 。10 阶图的群除了 S_{10} 和 D_{10} 外, 还有 $\langle D_{10}, (5, 10) \rangle$ (定理 2) 和 $\text{Aut } C_{10} \langle 1, 3 \rangle = \langle D_{10}, (1, 3)(6, 8), (3, 9, 7)(2, 8, 4), (7, 9)(2, 4) \rangle$ 是一个 240 阶群 (图 3)。

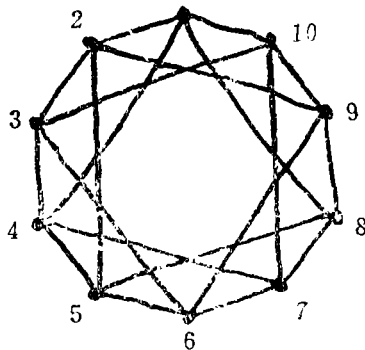


图 3 $C_{10} \langle 1, 3 \rangle$

下面我们要根据循环图的性质来判断点对称图是否为循环图。

定理 3 ([1], p 490) 阶数是素数的点对称图是循环图。

这个定理可用命题 1 来证。设 $|V(G)| = p$, G 是点对称图, 则 p 整除 $|\text{Aut } G|$, 因此 $\text{Aut } G$ 含有 p 阶子群, 因而含有 p 阶元素 f_1 。因为 p 是素数, 因此是一个 p 轮换, G 是循环图。

设 $G = C_p \langle a_1, a_2, \dots, a_k \rangle$, $K \geq 2$, 则 G 含有 4 边形。例如 $(0, a_2, a_2 + a_1, a_1, 0)$ 是一个四边形。

D_p 性质若 $f_1 \in D_p$, $f_1 \neq 1$, 则 f_1 最多只有两个不动点。

设 $G_1 = u_1 u_2 \cdots u_n u_1$, $G_2 = t_1 t_2 \cdots t_n t_1$ 是两个 n 边形。将 G_1 的顶点 u_i 与 t_i 邻接而得的图称为双轮图, ($1 \leq i \leq n$) 记为 BW_n ($n \geq 3$)。 BW_n 显然是点对称图。当 $n = 1 \pmod{2}$, BW_n 与 $C_{2n} \langle 2, n \rangle$ 同构。

命题 7 设 $G = BW_n$ 且 n 为偶数, 则 G 不是循环图。

证明 设 G 是循环图, 则 $\text{Aut } G = D_n$ (定理 1)。根据 D_n 的性质, 若 $f_1 \in \text{Aut } G$, 则当 $f_1 \neq 1$ 时, f_1 最多只有两个不动点。但由图 4 可以看出, 若 $f_1 = (u_2, u_6) (t_2, t_6) (u_3, u_5) (t_3, t_5)$, 则 $f_1 \in \text{Aut } G$, 但 f_1 有 4 个不动点。这是矛盾的。因此 G 不是循环图。

定理 4 设 $n \geq 4$, 则存在 $2n$ 阶点对称图 G , 且 G 不是循环图。

证明 当 $n = 4$ 时, BW_4 (立方体) 是这样的图。当 $n = 5$ 时, Peterson 图是没有 4 边形的点对称图, 因此不是循环图。下设 $n \geq 6$ 。设 $G_1 = u_1 u_2 \cdots u_n u_1$ 和 $G_2 = t_1 t_2 \cdots t_n t_1$ 都是 n 边形。令 u_i 与 t_i, t_{i+1}, t_{i+3} 邻接 ($i = 1, 2, \dots, n$, 下标的运算按模 n 进行), 这样得到的图用 G 表示。显然 $f_1 = (u_1 u_2 \cdots u_n) (t_1 t_2 \cdots t_n) \in \text{Aut } G$ 。设 $g_1 = (u_1 t_1) (u_2 t_n) (u_3 t_{n-1}) \cdots (u_n t_2)$ 。若 u_i 与 u_3 邻接, 则 $h = i + 1$ (或 $i = h + 1$)。则 $g_1(u_i) = t_{2-i}$ 与 $g_1(u_h) = t_{2-h}$ 邻接。同理, 若 t_i 与 t_h 邻接, 则 $g_1(t_i)$ 与 $g_1(t_h)$ 邻接。设 u_i 与 u_5 邻接。若 $h = i$, 则 $g_1(u_i) = t_{2-i}$ 与 $g_1(t_i) = u_{2-i}$ 邻接。若 $h = i + 1$, 则 $g_1(u_i) = t_{2-i}$ 与 $g_1(t_{i+1}) = u_{1-i}$ 邻接。若 $h = i + 3$, 则 $g_1(u_i) = t_{2-i}$ 与 $g_1(t_{i+3}) = u_{-1-i}$ 邻接, 这说明 $g_1 \in \text{Aut } G$, 因此 $\Gamma = \text{Aut } G$ 是可迁群, G 是点对称图。设 $f_2 \in \Gamma$ 且 $f_2(u_1) = u_3$ 。图 5 画

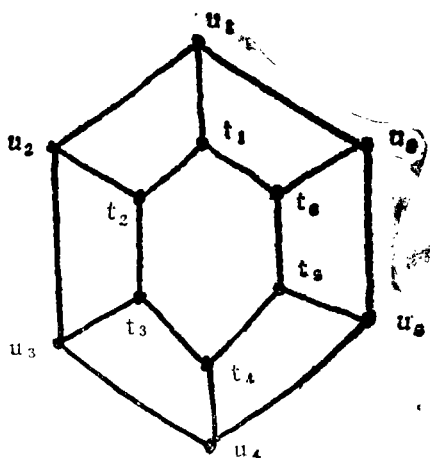


图 4 BW_n

出了 u_1, u_n 和 u_2 的邻域。由图 5 可知 $f_2(t_i) = t_i$, $f_2(u_2) = u_2$ 或 u_n , 且若 $f_2(u_2) = u_n$, 则 $f_2(u_n) = u_2$ 。设 $f_2(u_2) = u_n$, $f_2(u_n) = u_2$, 则 f_2 是同构映射 $N(u_2) \Leftrightarrow N(u_n)$, $f_2(t_3) = t_3$ 且 $f_2(t_3) \in \{t_1, t_n\}$, 这是不可能的。因此由 $f_2(u_1) = u_1$ 推出 $f_2(u_2) = u_2$, $f_2(u_n) = u_n$, 由 $f_2(u_2) = u_2$ 又可推出 $f_2(u_3) = u_3, \dots, f(u_i) = u_i, f(t_{i+3}) = t_{i+3}, i = 1, 2, \dots, n, i_2 = 1$, 即 $|F_{u_1}| = 1, |\Gamma| = 2n$ 。 G 不是循环图 (系 1)。

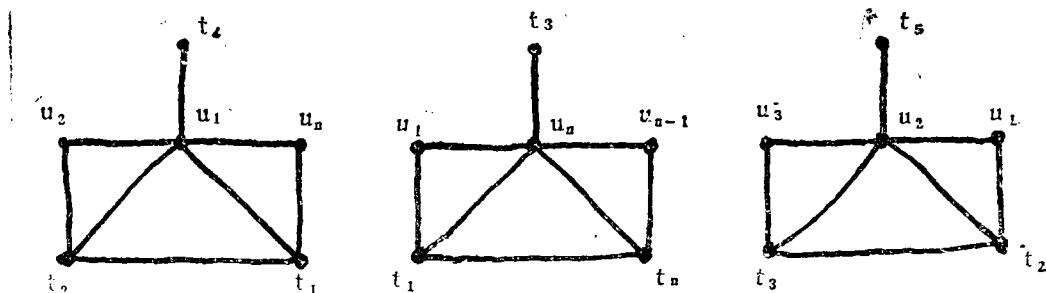


图 5 $N(u_1), N(u_2)$ 和 $N(u_n)$

出了 u_1, u_n 和 u_2 的邻域。由图 5 可知 $f_2(t_i) = t_i$, $f_2(u_2) = u_2$ 或 u_n , 且若 $f_2(u_2) = u_n$, 则 $f_2(u_n) = u_2$ 。设 $f_2(u_2) = u_n$, $f_2(u_n) = u_2$, 则 f_2 是同构映射 $N(u_2) \Leftrightarrow N(u_n)$, $f_2(t_3) = t_3$ 且 $f_2(t_3) \in \{t_1, t_n\}$, 这是不可能的。因此由 $f_2(u_1) = u_1$ 推出 $f_2(u_2) = u_2$, $f_2(u_n) = u_n$, 由 $f_2(u_2) = u_2$ 又可推出 $f_2(u_3) = u_3, \dots, f(u_i) = u_i, f(t_{i+3}) = t_{i+3}, i = 1, 2, \dots, n, i_2 = 1$, 即 $|F_{u_1}| = 1, |\Gamma| = 2n$ 。 G 不是循环图 (系 1)。

当 $p \leq 7$ 时, p 阶点对称图都是环图。最小的不是循环图的点对称图是3阶图。除了立方体 BW_3 和Peterson图外,阶数较小的还有一个9阶图(图6)。它的群是 $\langle f_1, f_2, f_3 \rangle$,

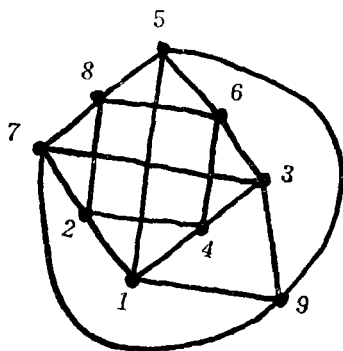
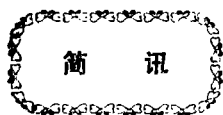


图6 一个不是循环图的点对称图

这里 $f_1 = (1\ 3\ 5\ 7)\ (2\ 4\ 6\ 8)$, $f_2 = (1\ 9\ 3\ 4)\ (2\ 5\ 7\ 6)$, $f_3 = (3\ 7)\ (2\ 4)\ (6\ 8)$ 。

参 考 文 献

[1] Boesch F and Tindell R, Circulants and Their Connectivities, J. Graph. Theory 4 (1984) 487~499.



全国铁路高校学报工作第二次经验交流暨学术报告会在峨眉召开

铁道部全路高校学报工作第二次经验交流暨学术报告会于1988年10月22日—25日在四川峨眉西南交通大学召开。出席会议的有各校学报编辑部的代表共15人,西南交大校长、学报编委会主任沈大元同志出席了开幕式,并向会议讲话、表示祝贺。

会议期间,各校学报编辑部代表积极向会议汇报各自的基本情况,交流了工作经验;热烈地讨论了如何建设好学报编辑部,提高编辑人员素质、改善编辑人员的工作条件 and 经济待遇,提高学报质量等问题;报告了学术论文;经过议决,一致同意筹建《全国铁路高等学校学报研究会》。筹备组由西南交大、北方交大、上海铁道学院、长沙铁道学院、南京铁道医学院组成。《全国铁路高等学校学报研究会》成立大会初步拟定于明年下半年在北方交大召开。

最后与会代表还就会议的主要内容,商讨了写《会议纪要》的提纲,《会议纪要》将正式行文发各学校报编辑部,送校院领导及学报编辑委员会作汇报。(衷)