

复杂机构的位移分析

——虚主动件解析法

肖文林

(机械系机械设计教研室)

摘 要

平面复杂机构的位移分析是机构运动分析中最为困难、最为复杂的问题之一。本文提出了一种虚主动件解析法。其特点是概念明确,步骤简单,不需要很深的数学理论,只要应用计算机求解,即可获得所必需的精度。此法对于任何平面复杂机构和空间机构都适用。

本文主要论述了虚主动件法的基本原理及解题步骤,并以一个平面六杆机构为例,利用电子计算机,求出其位移解。

一、问题的提出

复杂机构的位移分析是机构运动分析中最为困难、最为复杂的问题之一。其原因是位置参数多,且彼此为非线性关系。因此,这个问题一直是机构学者很感兴趣的课题之一。许多文献相继提出了诸如向量法、复数法、直角坐标法、杆长逼近法等多种解析方法,并已取得了一定的实际效果。但本文提出了一种解析方法,该方法的特点概念明确,步骤简单,不需要很深的数学理论,只要应用计算机求解,即可获得任意的求解精度。且此法还可推广到空间机构的位移分析中去,意义普遍。

本文只提出虚主动件解析法的原理及一般步骤,然后再给出全部算法。

二、基本原理

虚主动件解析法的基本原理就是在多边形的封闭回路中虚设主动件,以代替原主动件来求得该机构的位移解。

本文于1988年3月29日收到

根据多边形回路中的边数，可分两种情况：

第一种情况，若该机构中有四边形回路。则可在四边形回路中虚设主动件，以代替原主动件来求其位移解。

如图一所示为一平面多杆机构。已知各构件长度及主动件AB的任一位置 ϕ_1 。设其它构件的位置参数为 ϕ_2 、 ϕ_3 …… ϕ_9 。

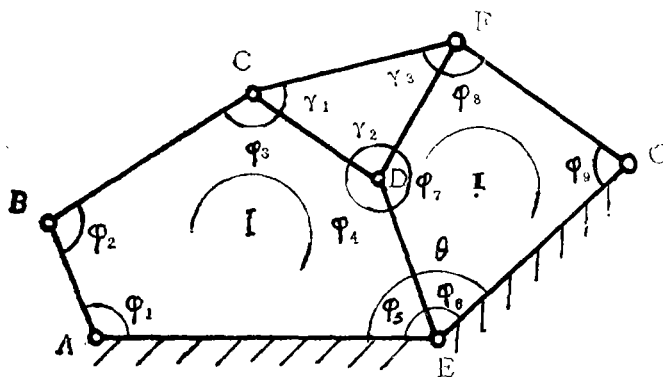


图 一

若取 L_{AB} 为主动件，则该机构为一Ⅲ级机构，其活动度等于1，所以当 ϕ_1 值给定后，则 ϕ_2 、 ϕ_3 …… ϕ_9 之值就是唯一确定的。

现在在四边形回路中(Ⅱ)，增设一虚主动件FG，以求出未知的位移 ϕ_2 、 ϕ_3 …… ϕ_9 。

由于各构件长度为已知，故 γ_1 、 γ_2 、 γ_3 及 $\theta = \angle AEG$ 之值均可确定，且 $\phi_5 + \phi_6 = \theta$ ，

$$\phi_4 + \phi_7 = 2\pi - \gamma_2$$

根据所设虚主动件FG，则可由图解法指出一个 ϕ_6 的初始值 ϕ_{60} ，从而可通过回路Ⅰ，及Ⅱ求得与 ϕ_{60} 所对应的 ϕ_{80} 、 ϕ_{70} 、 ϕ_{60} 、 ϕ_{50} 、 ϕ_{40} 、 ϕ_{30} 、 ϕ_{20} 、 ϕ_{10} 。

其中： $\phi_{50} = \theta - \phi_{60}$

$$\phi_{40} = 2\pi - \gamma_2 - \phi_{70}$$

由于 ϕ_{60} 之值是任设的，所以求得之 ϕ_{10} 必不等于 ϕ_1 。

此时赋予 ϕ_{60} 的一系列增量 $\Delta\phi_{6i}$ ，则 $\Delta\phi_{80}$ 、 $\Delta\phi_{70}$ 、…… $\Delta\phi_{10}$ 必得到一系列相应的增量 $\Delta\phi_{8i}$ 、 $\Delta\phi_{7i}$ …… $\Delta\phi_{1i}$ 。而当 $\phi_{10} + \sum \Delta\phi_{1i}$ 等于 ϕ_1 时，则 $\phi_{20} + \sum \Delta\phi_{2i}$ 、 $\phi_{30} + \sum \Delta\phi_{3i}$ …… $\phi_{90} + \sum \Delta\phi_{9i}$ 即为 ϕ_2 、 ϕ_3 …… ϕ_9 的真实数值。

若取DE为虚主动件，亦同样可以求解。

第二种情况，若该机构有等于或多于五边形的回路，可在五边形或多于五边形回路中取一虚主动件来代替原主动件以求其位移解。

仍以图一所示，在五边形回路(Ⅰ)中取一构件BC为虚主动件。同理，由图解法提出 ϕ_2 的初始值 ϕ_{20} ，则在回路Ⅰ中可以求出与 ϕ_{20} 相应的 ϕ_{30} 、 ϕ_{40} 、 ϕ_{50} ；而在回路Ⅱ中，由于 $\phi_{60} = \theta - \phi_{50}$ ，因此，可求得 ϕ_{70} 、 ϕ_{80} 、 ϕ_{90} 。

同样，由于 ϕ_{20} 之值为任设，所以，上述求得的数值是不能保证： $\phi_{40} = 2\pi - \gamma_2 - \phi_{70}$ 。

此时所赋予 ϕ_{20} 、 ϕ_{30} 、 ϕ_{40} …… ϕ_{90} 的一系列增量 $\Delta\phi_{2i}$ 、 $\Delta\phi_{3i}$ …… $\Delta\phi_{9i}$ ，只有当 $\phi_{40} +$

$\Sigma \phi_{4i} = 2\pi - \gamma_2 - (\phi_{70} + \Delta\phi_{71})$ 时, 则 $\phi_{20} + \Sigma \Delta\phi_{21}$ 、 $\phi_{30} + \Sigma \Delta\phi_{31} \cdots \phi_{60} + \Sigma \Delta\phi_{61}$, 即为主动件AB位于 ϕ_1 时, ϕ_2 、 $\phi_3 \cdots \phi_6$ 的其实数值。

三、虚主动构件法的解题步骤

1、根据已知各杆尺寸, 作出机构运动简图。并算出机构中某些固定不变的角度值。如 γ_1 、 γ_2 、 γ_3 及 θ 等。

2、对该机构进行结构分析。在缺少一个位置参数的单闭链中选取与主动件相联的构件或连架杆为虚主动构件, 并赋予其位置初值。

3、写出解析方程式和约束方程式, 画出计算框图, 编写计算机程序。

4、上机运算, 得出结果。

四、实例: 如图2所示为一多杆机构

已知: 机构中各杆长度为 $AB = 20$, $BC = 47$, $CD = 30$, $DE = 40$, $EG = 35$, $GF = 44$, $DF = 20$, $CF = 30$; 主动件为AB, 其位置角 $\phi_1 = 3/4\pi$ 。现以第二种情况设虚主动件取BC杆。

求: 各位移值 ϕ_2 、 $\phi_3 \cdots \phi_6$ 。

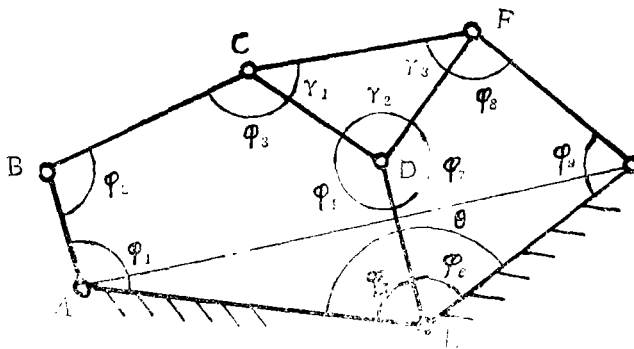


图 二

解: 1、机构简图已作 (图二)

2、计算机构中的固定值角度 γ_1 、 γ_2 、 γ_3 , 及 θ 之值:

$$\gamma_1 = \arccos \left(\frac{\overline{CD}^2 + \overline{CF}^2 - \overline{DF}^2}{2\overline{CD} \cdot \overline{CF}} \right) = 0.6796 \text{ Rad} = 38.9424^\circ$$

$$\gamma_2 = \arccos\left(\frac{\overline{CD}^2 + \overline{DF}^2 - \overline{CF}^2}{2\overline{CD} \cdot \overline{DF}}\right) = 1.2310 \text{ Rad}$$

$$= 70.5288^\circ$$

$$\gamma_3 = \gamma_2 = 1.231 \text{ (Rad)}$$

$$= 70.529^\circ$$

$$\theta = \angle AEG = \arccos\left(\frac{\overline{AE}^2 + \overline{EG}^2 - \overline{AG}^2}{2\overline{AE} \cdot \overline{EG}}\right) = 2.0286 \text{ (Rad)}$$

$$= 116.2293^\circ$$

3、列出解析方程式及约束方程:

解析方程式:

令BC为虚主动件, 其位置参数 ϕ_2 的初始值为 ϕ_{20} , 则得:

$$\begin{aligned} \phi_{30} = & \arcsin\left(\frac{\overline{AB}\sin\phi_{20}}{\overline{AC}}\right) + \arccos\left(\frac{\overline{AC}^2 + \overline{CE}^2 - \overline{AE}^2}{2\overline{AC} \cdot \overline{CE}}\right) \\ & + \arccos\left(\frac{\overline{CD}^2 + \overline{CE}^2 - \overline{DE}^2}{2\overline{CD} \cdot \overline{CE}}\right) \end{aligned}$$

$$\text{式中: } \overline{AC} = \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 - 2\overline{AB} \cdot \overline{BC}\cos\phi_{20}}$$

$$\overline{CE} = \sqrt{\overline{AC}^2 + \overline{AE}^2 - 2\overline{AC} \cdot \overline{AE}\cos\left[\phi_1 - \sin^{-1}\left(\frac{\overline{BC} \cdot \sin\phi_{20}}{\overline{AC}}\right)\right]}$$

$$\phi_{40} = \arccos\left(\frac{\overline{CD}^2 + \overline{DE}^2 - \overline{CE}^2}{2\overline{CD} \cdot \overline{DE}}\right)$$

$$\phi_{50} = \arccos\left(\frac{\overline{AE}^2 + \overline{CE}^2 - \overline{AC}^2}{2\overline{AE} \cdot \overline{CE}}\right) + \arccos\left(\frac{\overline{CE}^2 + \overline{DE}^2 - \overline{CD}^2}{2\overline{CE} \cdot \overline{DE}}\right)$$

$$\phi_{60} = \theta - \phi_{50}$$

$$\phi_{70} = \arccos\left(\frac{\overline{DE}^2 + \overline{DG}^2 - \overline{EG}^2}{2\overline{DE} \cdot \overline{EG}}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{\overline{DF}^2 + \overline{DG}^2 - \overline{FG}^2}{2\overline{DF} \cdot \overline{DG}}\right)$$

$$\text{式中: } \overline{DG} = \sqrt{\overline{DE}^2 + \overline{EG}^2 - 2\overline{DE} \cdot \overline{EG} \cos \phi_{80}}$$

$$\phi_{80} = \arccos\left(\frac{\overline{DF}^2 + \overline{FG}^2 - \overline{DG}^2}{2\overline{DF} \cdot \overline{FG}}\right)$$

$$\phi_{90} = \arccos\left(\frac{\overline{DG}^2 + \overline{FG}^2 - \overline{DF}^2}{2\overline{DF} \cdot \overline{FG}}\right) + \arccos\left(\frac{\overline{DG}^2 + \overline{EG}^2 - \overline{DE}^2}{2\overline{DG} \cdot \overline{EG}}\right)$$

约束条件为:

$$\phi_{70} + \sum \Delta \phi_{7i} = 2\pi - \gamma_2 - (\phi_{40} + \sum \Delta \phi_{4i})$$

设要求的数值解的精度为 $|360^\circ - \phi_7 - \phi_4 - \gamma_2| < 0.001^\circ$

4、计算框图 (图三)

5、原程序 (略)

四、算结果

$$\phi_2 = 80.8264^\circ$$

$$\phi_8 = 112.296^\circ$$

$$\phi_4 = 171.696^\circ$$

$$\phi_5 = 40.1821^\circ$$

$$\phi_6 = 76.0467^\circ$$

$$\phi_7 = 117.776^\circ$$

$$\phi_8 = 83.9283^\circ$$

$$\phi_9 = 82.2493^\circ$$

精度检验:

$$|360^\circ - \phi_4 - \phi_7 - 70.528778^\circ| = 0.0007763^\circ < 0.001^\circ \text{ 达到了预定的精度要求。}$$

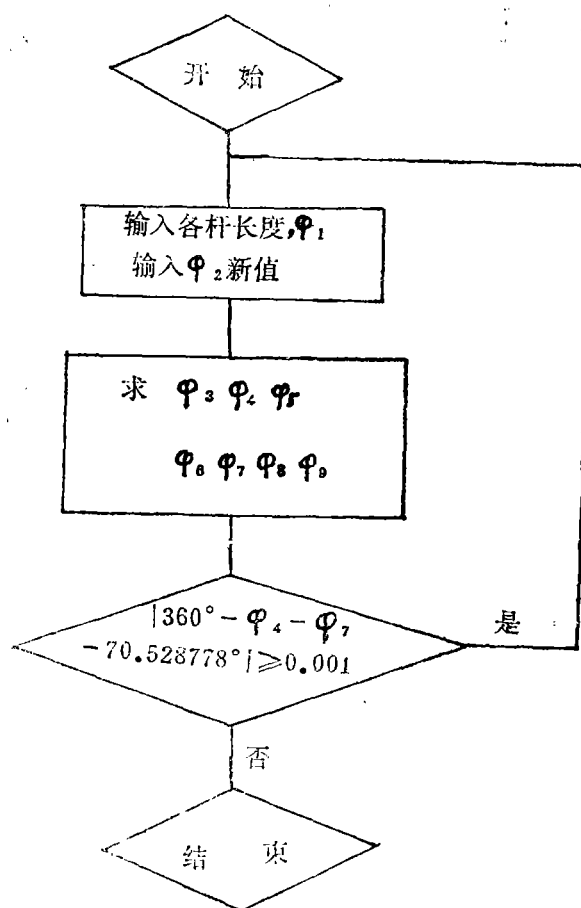


图 三

参 考 文 献

- | | | | |
|--------------------|---|-------|-------|
| 〔1〕、天津大学主编 | 机械原理(上册) | 人教出版社 | 1979年 |
| 〔2〕、〔日〕牧野洋著 | 自动机械机构学 | 科学出版社 | 1980年 |
| 〔3〕、〔苏〕O. H列维茨卡娅等著 | 机械原理教程 | 人教出版社 | 1981年 |
| 〔4〕、杨厚基编著 | 机构运动学与动力学 | 机工社 | 1987年 |
| 〔5〕、7.L.YAHG | Proc 6—th world Congr, on the Theory of Machines and Mechanisms 1 | | 1983年 |