

确定系统模糊模型结构的一个新方法

卢宝光

(电气系)

摘 要

本文分析了文献〔2〕中确定模糊模型结构的相关试验,发现输入——输出模糊变量之间的变化规律。在此基础上,提出一个确定系统模糊模型结构的新方法。此方法不仅简单,且能用以获得更高精度的系统模型。

引 言

用模糊集理论辨识复杂系统模型的方法⁽¹⁾首先由Tong提出,而后李宝绥等⁽²⁾改进了文献〔1〕的方法,得到应用⁽³⁾。文献〔2〕的建模方法中,确定系统模糊模型结构,需要做输出 $y(t)$ 与过去的输入 $u(t-k)$ 和过去的输出 $y(t-1)$ 之模糊变量的相关试验,统计形式为

if $u(t-k)$ then $y(t)$; if $y(t-1)$ then $y(t)$

的相同规则数。所得同一规则的次数,记于方格图中,然后看方格图中对角线及相邻两侧方格内的数值分布情况,判明 $y(t)$ 与某个(或几个) $u(t-k)$ 、 $y(t-1)$ 关系密切,从而定出模型结构 $\langle u(t-k), y(t-1), y(t) \rangle$ 。

上述方法虽然由计算机来统计,但判定模糊变量关系的密切程度是靠人“看”,自然会给模型结构参数带来偏差,影响模型的精度。

本文利用〔2〕中的相关试验统计结果进行分析,发现输入——输出模糊变量之间的变化规律,提出一个解析化程度较高的简单统计方法,不仅可节约计算机工作时间,且能获得更高精度的系统模型。

一 模糊模型结构相关试验数据的处理

系统的模糊模型结构一般形式为 $\langle u(t-k), y(t-1), y(t) \rangle$,确定模型结构就是参数 k 和 l ,因此要做相关试验。

本文于1988年11月11日收到

相关试验需要先将输入和输出数据模糊化。若输入量测值 $\hat{u}(t-k)$ 满足

$$\mu_{B_i}(\hat{u}) = \max[\mu_{B_1}(\hat{u}), \mu_{B_2}(\hat{u}), \dots, \mu_{B_m}(\hat{u})]$$

则模糊变量 $u(t-k)$ 的值为 B_i 。同样，若输出量测值 $\hat{y}(t-1)$ 或 $\hat{y}(t)$ 满足

$$\mu_{C_i}(\hat{y}) = \max[\mu_{C_1}(\hat{y}), \mu_{C_2}(\hat{y}), \dots, \mu_{C_n}(\hat{y})]$$

则模糊变量 $y(t-1)$ 或 $y(t)$ 的值为 C_i 。这样，把输入——输出量测值 $\hat{u}(1), \hat{y}(1); \hat{u}(2), \hat{y}(2); \dots; \hat{u}(i), \hat{y}(i); \dots$ 都换成一串模糊集合 $B_{i1}, C_{i1}; B_{i2}, C_{i2}; \dots; B_{in}, C_{in}; \dots$ 。

现把 $\langle u(t-k), y(t-1), y(t) \rangle$ 分成 $\langle u(t-k), y(t) \rangle$ 和 $\langle y(t-1), y(t) \rangle$ 二组进行相关试验，统计形式为if $u(t-k)$ then $y(t)$ 和if $y(t-1)$ then $y(t)$ 的相同规则数目。

〔2〕中对 $\langle u(t-k), y(t) \rangle$ 组试验进行了九次，即 $k=1, 2, \dots, 9$ ；对 $\langle y(t-1), y(t) \rangle$ 组试验进行了三次，即 $l=1, 2, 3$ ，所得同一规则数记录于方格各1, 2。

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6
B_1	0	0	0	3	4	4
B_2	0	2	7	11	18	10
B_3	0	6	13	11	26	8
B_4	1	3	5	16	17	4
B_5	2	20	20	22	10	2
B_6	10	14	13	3	0	4
B_7	1	3	1	0	0	0

$\langle u(t-1), y(t) \rangle$

(a)

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6
B_1	0	0	0	1	4	6
B_2	0	0	4	13	19	12
B_3	0	5	11	12	30	6
B_4	0	7	7	17	17	2
B_5	1	21	26	22	4	2
B_6	10	12	11	0	1	0
B_7	3	2	0	0	0	0

$\langle u(t-2), y(t) \rangle$

(b)

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6
B_1	0	0	0	0	3	8
B_2	0	0	1	9	24	14
B_3	0	1	9	18	32	4
B_4	0	4	10	21	13	1
B_5	0	23	34	15	3	1
B_6	10	24	5	1	0	0
B_7	4	1	0	0	0	0

$\langle u(t-3), y(t) \rangle$

(c)

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6
B_1	0	0	0	0	1	10
B_2	0	0	0	4	20	14
B_3	0	0	4	22	35	3
B_4	0	1	11	29	6	1
B_5	0	24	41	8	3	4
B_6	9	23	3	0	0	0
B_7	5	0	0	0	0	0

$\langle u(t-4), y(t) \rangle$

(d)

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6
B_1	0	0	0	0	0	11
B_2	0	0	0	1	33	12
B_3	0	0	1	25	33	5
B_4	0	0	13	30	4	0
B_5	0	25	42	6	3	0
B_6	10	27	3	0	0	0
B_7	4	1	0	0	0	0

$\langle u(t-5), y(t) \rangle$

(e)

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6
B_1	0	0	0	0	0	11
B_2	0	0	0	2	37	9
B_3	0	0	1	26	29	8
B_4	0	1	20	20	6	0
B_5	1	25	33	13	3	0
B_6	9	26	0	0	0	0
B_7	4	1	0	0	0	0

$\langle u(t-6), y(t) \rangle$

(f)

B_1	0	0	0	0	2	9
B_2	0	0	0	6	34	8
B_3	0	0	7	22	26	9
B_4	0	4	18	17	7	1
B_5	3	27	23	14	6	1
B_6	8	20	10	2	0	0
B_7	3	2	0	0	0	0

$\langle u(t-7), y(t) \rangle$

(g)

B_1	0	0	0	0	4	7
B_2	0	0	1	12	23	7
B_3	0	1	11	18	25	9
B_4	0	7	17	12	8	2
B_5	5	25	17	15	9	3
B_6	7	18	10	4	1	0
B_7	2	2	1	0	0	0

$\langle u(t-8), y(t) \rangle$

(h)

B_1	0	0	0	0	6	5
B_2	0	0	4	15	24	5
B_3	0	2	13	16	22	10
B_4	1	9	14	9	11	2
B_5	6	24	13	14	11	6
B_6	6	16	11	7	1	0
B_7	2	2	1	0	0	0

$\langle u(t-9), y(t) \rangle$

(i)

图1 $\langle u(t-k), y(t) \rangle$ 的相关试验结果

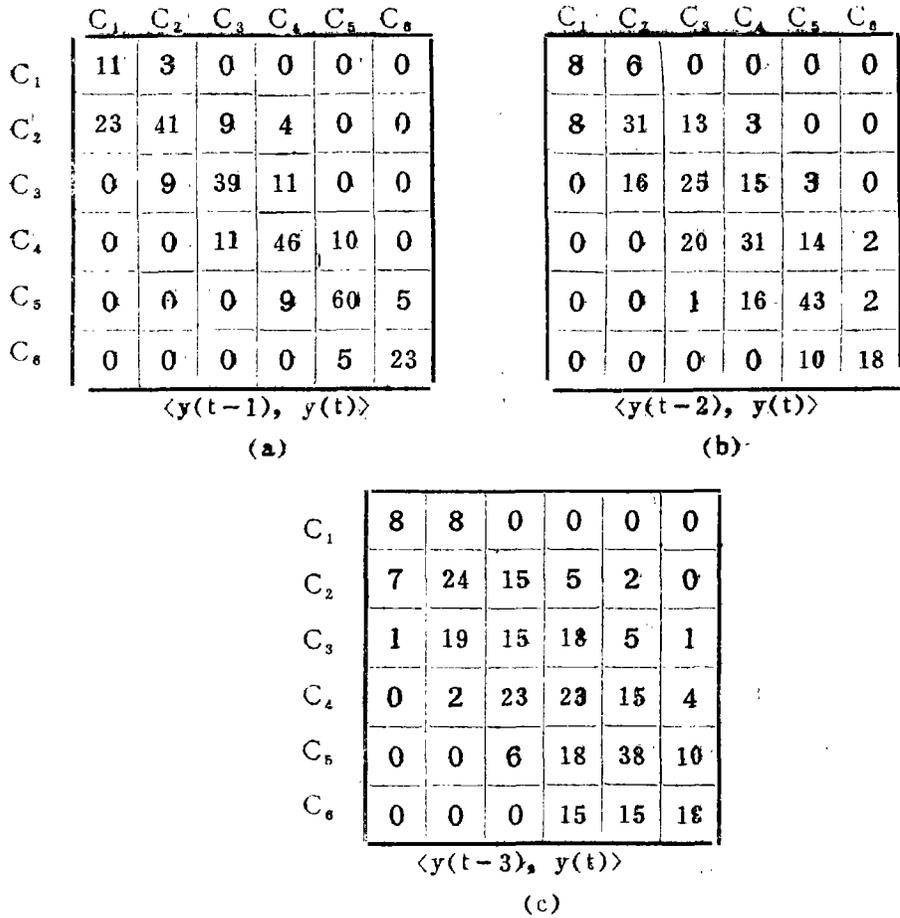


图2 $\langle y(t-1), y(t) \rangle$ 的相关试验结果

为讨论方便，只分析 $\langle u(t-k), y(t) \rangle$ 组试验（即互相关试验）。我们选择所得方格图 1 中的同一 B_i 相应不同 C_j 的规则次数之和 $B_{i\cdot}$ ，以及同一 C_j 相应不同 B_i 的规则次数和 $C_{\cdot j}$ 为研究对象，对试验数据进行处理，显然， $B_{i\cdot} = \sum_{j=1}^m S_{ij}$ （ S_{ij} 为方格图中第 i 行第 j 列方格中的数据）；

同样， $C_{\cdot j} = \sum_{i=1}^m S_{ij}$ ，按此处理图 1 中的数据，得到方格图 3。

从图 3 (a) 和 (b) 可见，在互相关试验中，第一到第五次试验只有 $B_{4\cdot}$ 和 $C_{4\cdot}$ 变化，第六次是 $B_{5\cdot}$ 和 $C_{4\cdot}$ 变化，第七次是 $B_{5\cdot}$ 和 $C_{3\cdot}$ 变化，第八次是 $B_{4\cdot}$ 和 $C_{3\cdot}$ 变化，第九次是 $B_{3\cdot}$ 和 $C_{3\cdot}$ 变化。即

(1) 每次试验只有一个 $B_{i\cdot}$ 和一个 $C_{j\cdot}$ 发生变化，而且每个变化的 $B_{i\cdot}$ 或 $C_{j\cdot}$ 值都较前一次的值减 1。

(2) 在一定试验次数范围内，变化的 $B_{i\cdot}$ 和 $C_{j\cdot}$ 是单调递减改变；超出此范围时，则转移到 $B_{(i+1)\cdot}$ 或 $C_{(j-1)\cdot}$ 。

另外，与图 1 结合可见，在一定试验次数 k 范围内，变化的 $B_{i\cdot}$ 和 $C_{j\cdot}$ 对应的 B_i 和 C_j

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9
B_{1s}	11	11	11	11	11	11	11	11	11
B_{2s}	48	48	48	48	48	48	48	48	48
B_{3s}	64	64	64	64	64	64	64	64	63
B_{4s}	51	50	49	48	47	47	47	46	46
B_{5s}	76	76	76	76	76	75	74	74	74
B_{6s}	40	40	40	40	40	40	40	40	40
B_{7s}	5	5	5	5	5	5	5	5	5
C_{1s}	14	14	14	14	14	14	14	14	14
C_{2s}	53	53	53	53	53	53	53	53	53
C_{3s}	59	59	59	59	59	59	58	57	56
C_{4s}	66	65	64	63	62	61	61	61	61
C_{5s}	75	75	75	75	75	75	75	75	75
C_{6s}	28	28	28	28	28	28	28	28	28

(a)

(b)

图3 处理的 $\langle u(t-k), y(t) \rangle$ 相关试验数据

(记为 B_{i-} 和 C_{j-})所决定的同规则数 S_{ijt} ,是随 k 单调变化的函数。当 $k = k_{opt}$ 时, $S_{ijt}(k_{opt})$ 为极值, B_{i-} 和 C_{j-} 值除 $S_{ijt}(k_{opt})$ 外,其余基本是 B_{i-} 和 C_{j-} 及 C_{j-} 和 B_{i-} 所决定的规则数。这表明 $\langle u(t-k_{opt}), y(t) \rangle$ 的相同规则集中程度高,也即 $y(t)$ 与 $u(t-k_{opt})$ 关系密切,从而定出一个模型结构参数 k_{opt} 。

综上所述,可得以下结论:

若模糊变量 $u(t-k)$ 和 $y(t)$ 的值域 B_i 和 C_j 是正态型模糊集合,则在统计形式为 $\langle u(t-k), y(t) \rangle$ 相同规则数的相关试验中

1、每次试验只有一个 B_i 和 C_j 变化,其值较前一次减少1;

2、当 k 在一定范围内,存在某个 $k = k_{opt}$,使 B_{i-} 和 C_{j-} 所确定的 $S_{ijt}(k_{opt})$ 为极值,该 k_{opt} 即为模糊模型结构最优参数值。

对 $\langle y(t-1), y(t) \rangle$ 组试验(自相关试验),同前述办法图2中的数据得方格图4,同样具有以上结论。

1	C_{p1s}	C_{p2s}	C_{p3s}	C_{p4s}	C_{p5s}	C_{p6s}	C_{1s}	C_{2s}	C_{3s}	C_{4s}	C_{5s}	C_{6s}
1	14	53	59	67	74	28	14	53	59	66	75	28
2	14	53	59	67	73	28	14	53	59	65	75	28
3	14	53	59	67	72	28	14	53	59	64	75	28

(a)

(b)

图4 处理的 $y(t-1)$, $y(t)$ 相关试验数据

相关试验统计数据的结果分析

系统量测数据 $(\hat{u}(1), \hat{u}(2), \dots, \hat{u}(s))$ 和 $(\hat{y}(1), \hat{y}(2), \dots, \hat{y}(s))$ 构成的输入/输出空间 U 和 Y 为实数域 R , 而模糊化得到串有序模糊集 B_i 和 C_j 有

$$F_{\text{模}}(U)^* = \bigcup_{i=1}^n B_i = \bigcup_{i=1}^n N_i(u(t)) \quad (1)$$

$$F_{\text{模}}(Y)^* = \bigcup_{j=1}^m C_j = \bigcup_{j=1}^m M_j(y(t)) \quad (2)$$

其中 $u(t) = (\hat{u}(1), \hat{u}(2), \dots, \hat{u}(s))$ 为输入模糊变量;

$y(t) = (\hat{y}(1), \hat{y}(2), \dots, \hat{y}(s))$ 为输出模糊变量;

$N_i(u(t))$ 为 $u(t)$ 的第 i 个可能分布;

$M_j(y(t))$ 为 $y(t)$ 的第 j 个可能分布;

当 $\langle u(t-k), y(t) \rangle$ ($k=1, 2, \dots$) 统计相同规则数时,

$$u(t-k) = (\hat{u}(k+1), \hat{u}(k+2), \dots, \hat{u}(s)) \quad (3)$$

$$y(t) = (\hat{y}(1), \hat{y}(2), \dots, \hat{y}(s-k)) \quad (4)$$

显然, 第 k 次试验中某个 $N_i(u(t))$ 和 $M_j(y(t))$ 要比 $(k-1)$ 次试验中的某个 $N_i(u(t))$ 和 $M_j(y(t))$ 少一个可能值, 即要减少某个 B_i 或 C_j 的一条规则数。因 $\langle u(t-k), y(t) \rangle$ 为全单射, 故有

$$B_i(k) = B_i(k-1) - 1 \quad (5)$$

$$C_j(k) = C_j(k-1) - 1 \quad (6)$$

于是得到如下结论:

推论1 若 $\langle u(t-k), y(t) \rangle$ 为全单射, 则每次试验中只有一个 B_i 和 C_j 变化, 并且其值较上次的减少1。

注: $F_{\text{模}}(U)^*$ 和 $F_{\text{模}}(Y)^*$ 分别为全体 U 和 Y 的模糊子集。

因为 B_i 或 C_j 中的变量 $u(t)$ 或 $y(t)$ 的隶属度都达到或超过一定阈值,并且 B_i 和 C_j 的隶属函数为正态分布,因此,在 $\langle u(t-k), y(t) \rangle$ 的试验过程中,当 k 值在一定范围内,推论1仍成立。由此可得

推论2 若 $\langle u(t-k), y(t) \rangle$ 为全单射,且 B_i 和 C_j 的隶属函数为正态分布,则在一定的 k 值内,这个变化的 B_i 和 C_j 每次较上次减少1。

定理1 若 $\langle u(t-k), y(t) \rangle$ 为全单射,且 B_i 和 C_j 的隶属函数为正态分布,则在一定 k 值内,变化的 B_i 和 C_j 为单调递减改变;否之转变为 $B_{(i+1)}$ 和 $C_{(j+1)}$ 。

证 由推论1,2可得 B_i 和 C_j 为单调递减变化。当 k 超过一定值时,由于 $\bigcup_{i=1}^n B_i$ 和 $\bigcup_{j=1}^m C_j$ 是有序的, B_i 和 C_j 转变只能是 $B_{(i+1)}$ 和 $C_{(j+1)}$ 。

定义 设 $\langle u(t-k), y(t) \rangle$ 试验统计的 B_i 和 C_j 为变化的,则 B_i 和 C_j 对应的 B_{i-} 和 C_{j-} 所决定的规则数 S_{ij-} 称为结构表征函数。

显然, S_{ij-} 是 k 的单调函数,即 $S_{ij-}(k)$ 为单调函数。

定理2 若 $\langle u(t-k), y(t) \rangle$ 为全单射,且 B_i 和 C_j 的隶属函数为正态分布,则在一定 k 值内,存在某 $k = k_{opt}$ 值,使 $S_{ij}(k_{opt})$ 为极值,且

$$B_i \approx S_{ij-}(k_{opt}) + S_{i(i-1)-}(k_{opt}) \quad (7)$$

$$C_j \approx S_{ij-}(k_{opt}) + S_{(i+1)j-}(k_{opt}) \quad (8)$$

证 由定义可知,单调函数 $S_{ij}(k)$ 在某 $k = k_{opt}$ 时为极值。

因 $B_i = \sum_{i=1}^m S_{ij-}$, $C_j = \sum_{i=1}^n S_{ij-}$,根据分解定理和扩展原理, B_i 和 C_j 中的各分量均随 k 变化。由定理1可知,对于有序 B_i 和 C_j , $k \rightarrow k_{opt}$ 时, S_{ij} 趋于极值,而 $k = k_{opt} + 1$ 时,则 B_i 和 C_j 转变为 $B_{(i+1)}$ 和 $C_{(j+1)}$,故 $S_{ij} =$ 相邻的 $S_{i(i+1)}$ 和 $S_{(i+1)j}$ 较其余分量具有更大的值,使式(7)和(8)成立。

三 新的统计方法及举例

前面已指出,确定模糊模型结构,实际就是定出 $\langle u(t-k), y(t-l), y(t) \rangle$ 中的参数 k 和 l 。根据所得结论我们提出:只计算 $S_{ij-}(k)$ 而不要计算其它 $S_{ij}(k)$ 值,就能确定模型结构参数的统计方法。其步骤如下:

(1) 确定变化的 B_i 和 C_j :根据 $\langle u(t-k), y(t) \rangle$ 统计形式,计算出 $k = 1, 2$ 所有的 B_i 和 C_j ,其中数值发生改变的 B_i 和 C_j 即是。

(2) 计算 $S_{ij-}(k)$:由变化的 B_i 和 C_j 所对应的 B_{i-} 和 C_{j-} 求出 S_{ij-} ,并计算 k 逐一增大的 $S_{ij-}(k)$ 值,直到其单调递增(或递减)发生改变则停止,记下相应的 $k = d$ 。

(3) 判定参数 k_{opt} 值:取 $S_{ij}(k)$ 极值相应的 k ,按 $\langle u(t-k), y(t) \rangle$ 计算 B_i 对应各 C_j 的相同规则数。若 $S_{i(i+1)}(k)$ 中有一个为零或二者与 $S_{ij}(k)$ 之和几乎等于 B_i 值,即

$$S_{i(i+1)}(k) + S_{ij}(k) + S_{(i+1)j}(k) = B_i, \text{ 则此 } k = k_{opt}$$

(4) 若判定 k_{opt} 条件不成立,则取 $k = d, d+1$ 重复上述三步。

所述方法完全适用自相关试验 $\langle y(t-1), y(t) \rangle$ 。

为了便于比较,以〔2〕中的互相关试验统计为例:

(1) 确定变化的 B_{1s}, C_{1s}

由 $\langle u(t-1), y(t) \rangle, \langle u(t-2), y(t) \rangle$ 得图 1 (a)、(b), 算得 $k=1, 2$ 的 B_{1s}, C_{1s} 值,

记于方格图 5。

k	B_{1s}	B_{2s}	B_{3s}	B_{4s}	B_{5s}	B_{6s}	B_{7s}	C_{1s}	C_{2s}	C_{3s}	C_{4s}	C_{5s}	C_{6s}
1	11	48	64	51	76	40	5	14	53	59	66	75	28
2	11	48	64	50	76	40	5	14	53	59	65	75	28

图 5

比较可知, B_{4s}, C_{4s} 是变化的。

(2) 计算 $S_{ii}(k)$: 本例即 $S_{44}(k)$:

统计if $u(t-k)=B_{4s}$ then $y(t)=C_{4s}$, ($k=1, 2, \dots$) 规则数, 记于方格图 6。

k	1	2	3	4	5	6
$S_{44}(k)$	16	17	21	29	30	20

图 6

当 $k=6$ 时, $S_{44}(k)$ 的单调递升变为下降, 统计停止, 其中 $S_{44}(5)$ 最大, $S_{44}(1)$ 最小。

(3) 判定参数 k_{opt} 值:

取 $S_{44}(1), S_{44}(5)$ 相应的 $k=1, 5$, 按 $\langle u(t-1), y(t) \rangle, \langle u(t-5), y(t) \rangle$ 统计 $S_{4i}(1), S_{4i}(5)$ ($i=1, 2, \dots, 6$), 得方格图 7。

$S_{41}(1)$	$S_{42}(1)$	$S_{43}(1)$	$S_{44}(1)$	$S_{45}(1)$	$S_{46}(1)$	$S_{41}(5)$	$S_{42}(5)$	$S_{43}(5)$	$S_{44}(5)$	$S_{45}(5)$	$S_{46}(5)$
1	8	5	16	17	4	0	0	13	30	4	0

图 7

比较

$$S_{43}(1) + S_{44}(1) + S_{45}(1) = 5 + 16 + 17 = S_{4s}(1) = 51$$

和

$$S_{43}(5) + S_{44}(5) + S_{45}(5) = 13 + 30 + 4 = S_{4s}(5) = 47$$

判定 $k_{opt} = 5$

同样可得 $k_{opt} = 1$

因此, 系统的最优模糊模型结构为 $\langle u(t-5), y(t-1), y(t) \rangle$, 文献 [2] 选为 $\langle u(t-4), y(t-1), y(t) \rangle$, 这是用“看”选择最优模糊模型结构带来的偏差。

四 结语

确定系统模糊模型结构是用模型集理论辨识系统模型的关键一步, 本文提供的新方法能简单精确地确定系统模糊模型。应用本方法的条件是: 输入/输出模糊变量值域为有序的正态分布模糊集, 是能满足大部分工业过程的, 因此本方法具有较大实用价值。

本方法能否推广到值域为凸模糊集一般情况, 有待于进一步研究。

参 考 文 献

[1] Tong, R.M., Synthesis of Fuzzy Models for Industrial Processes, Int. J. Gen. Systems 4 (1978) 143~162.

[2] 李宝缓、刘志俊 用模糊理论测辨系统的模型, 信息与控制 3 (1980) 32~38

[3] 徐征明、杨振野 基于模糊模型设计自校正调节器的研究 自动化学报 3 (1987) 207~211

[4] 李宝缓、刘志俊 用模糊集合理论设计一类控制器 自动化学报 6 (1980) 25~32。

[5] 汪培庄 模糊集合论及其应用 上海科学技术出版社1985年