建设项目经济评价的风险分析

陈 进

(建 工 系)

摘 要

我国建设项目可行性研究的传统做法忽视了经济评价,更没有进行过经济评价的不确定性分析,从而导致了项目可行性论证很大程度的失真。

本文从理论上分析了事件的确定性、风险性和不确定性,阐述了它们的区别及相互组合的事件中变量的函数关系,给出了建设项目之所以有风险性和不确定性的主要原因。通过简化假设,经过严密的数学推导,给出了风险分析的一般方法,并运用实例进行了阐述。

在建设项目经济评价中,所研究的问题都是在未来发生的,所用的数据诸如投资规模、建设工期、产品的质量、生产成本、销售收入等,都是来源于预测和估计,从而使经济评价不可避免地要带有不确定性。因此,对于大、中型建设项目除进行确定性的分析外,还应该进行不确定性分析,尤其是风险分析。

风险分析可以根据各种可变量的概率分布来推求一个项目所承担的风险大小。因此,风险分析也可以叫概率分析。

一 风险性与不确定性的差异

风险性与不确定性的差异在于事件的概率分布是否已知。若概率分布已知,则为风险性;若概率分布未知,且不服从某种规律,则为不确定性。以项目的寿命为例,图示事件的风险、不确定性和确定性的差别于图1—1中。

在风险性和不确定性的差别中,若离散程度已知则为风险性,离散程度未知则为不确定性。

本文于1989年12月21日收到

图1—1 事件的确定性、风险性和不确定性的差别

事件的风险性与确定性的各种组合可以说明事件中变量的函数关系。以数量和时间为例，图1—2说明了时间与数量皆为确定性的函数关系；图1—3说明数量为风险性而时间为确定一点的函数关系；图1—4说明了数量为确定性而时间为风险性的函数关系；图1—5说明了时间与数量皆为风险性的函数关系。

图1—2 时间、数量皆为确定性

图1—3 数量风险性、时间确定性

图1—4 数量确定性、时间风险性

图1—5 数量时间皆风险性

建设项目之所以有风险性和不确定性，主要是有以下几项因素：

- 1、投资相近的方案不多：近似投资的方案可以作为我们评价计划的参考，由于参考的投资方案不多，也就产生了风险性和不确定性。
- 2、搜集与评估资料的偏差：一般市场研究与经济分析的资料搜集，往往偏于乐观与悲观或太过于主观，由于这些偏差的存在，也造成了风险性与不确定性。
- 3、使用过去资料的时候造成的误差：由于过去的投资环境不尽相符，经常使用过去的近似方案也会造成不可避免的误差。
- 4、管理水平的不一致：执行某一方案时，由于有限的管理水平，往往造成风险的产生。

二 风险分析的方法

风险分析中的可变参数（随机变量）可以是统计独立的亦可以是与时间相关的或者是彼此相关的，若能预先确定出各参数的概率分布，便可以通过整理获得有关效益的概率分布。在实际工作中，建设项目评价中的各种参数常常缺乏足够的历史统计资料，很多不能用建立在大量数据基础上的客观概率来表示。因此，也经常使用建立在主观估计上的主观概率分布。

为了确定效益指标的概率分布，不妨做些简化的假设。最简单的情况为假设只有年净现金流量为统计独立的随机变量。如，设 A_j 为第 j 年末的净现金流量， $j=0,1,2,\dots,n$ · n 为项目寿命，

则净现值由下式给出:

$$PW = \sum_{j=1}^n (1+i)^{-j} A_j \quad (2-1)$$

由于随机变量之和的期望值等于随机变量期望值的和, 则净现值的期望值 $E[PW]$ 可由下式获得:

$$E[PW] = \sum_{j=0}^n (1+i)^{-j} E[A_j] \quad (2-2)$$

既然随机变量 A_j 是统计独立的, 则净现值的方差 $V[PW]$ 可由下式得出:

$$V[PW] = \sum_{j=0}^n (1+i)^{-2j} V[A_j] \quad (2-3)$$

式中, $V[\cdot]$ 表示方差, 而标准差由 $\sigma[\cdot] = \sqrt{V[\cdot]}$ 表示。

由中心极限定理知: 当 n 足够大时, 独立随机变量的和趋近于正态分布。因此, 随着 n 的增大, 净现值 PW 趋于正态分布, 其均值为 $E[PW]$, 方差为 $V[PW]$ 。

如当 $i = 10\%$ 时, 确定下表所示净现值小于零之概率。

则: $E[PW] = -10,000$

表 2-1

$$\begin{aligned} &+ \sum_{j=1}^{10} (1+0.1)^{-j} \times 1800 \\ &= -10,000 + 1800(P/A, \\ &10\%, 10) = 1059.2 \end{aligned}$$

j	$E[A_j]$	$V[A_j]$
0	-10,000	1×10^8
1-10	1800	4×10^4

$$V[PW] = 1 \times 10^8 + (4 \times 10^4) \sum_{j=1}^{10} (1+0.1)^{-2j}$$

$$\text{因为 } \sum_{j=1}^n (1+i)^{-2j} = (P/A, i\%, 2n) / (2+i) \quad (2-4)$$

$$\begin{aligned} \text{所以 } V[PW] &= 1 \times 10^8 + (4 \times 10^4)(P/A, 10\%, 20) / 2.10 \\ &= 116.27 \times 10^4 \end{aligned}$$

因此, 净现值小于零 ($PW \leq 0$) 的概率由下式得到

$$\begin{aligned} P_r(P_w) &= P_r\left(S \leq \frac{0 - E[PW]}{\sqrt{V[PW]}}\right) \\ &= P_r\left(S \leq -\frac{1059.20}{1078.04}\right) \\ &= P_r(S \leq -0.982) \\ &= 0.163 \end{aligned}$$

式中, S 为标准正态差。故该项目净现值小于零的概率为 0.163。

当不是一个而是一组相关的现金流量时, 则方差的计算可以这样来修正: 设 A_j 不是独立的, 则:

$$V[PW] = \sum_{j=0}^n V[A_j] (1+i)^{-2j} + 2 \sum_{j=0}^{n-1} \sum_{k=j+1}^n \text{cov}[A_j, A_k] (1+i)^{-(j+k)} \quad (2-5)$$

这里 $\text{cov}[A_j, A_k]$ 是 A_j 和 A_k 间的协方差, $\text{cov}[x, y] = E[xy] - E[x]E[y]$ 方差亦可由下式得到:

$$V[PW] = \sum_{j=0}^n V[A_j] (1+i)^{-2j} + 2 \sum_{j=0}^{n-1} \sum_{k=j+1}^n \rho_{jk} \sigma[A_k] (1+i)^{-(j+k)} \quad (2-6)$$

式中 ρ_{jk} 是 A_j 和 A_k 之间的相关系数。

如果所有的 A_j 和 A_k 是完全相关的, 即 $\rho_{jk} = +1$, 则:

$$V[PW] = \left\{ \sum_{j=0}^n \sigma[A_j] (1+i)^{-j} \right\}^2 \quad (2-7)$$

在实际工作中, 如果把各年的现金流量分成两种分量, 一种是逐年独立的现金流量分量 x_j ; 另一种是与时间相关的分量 y_j ; 则第 j 年的现金流量 A_j 为:

$$A_j = X_j + Y_{j1} + Y_{j2} + \dots + Y_{jm} \quad (2-8)$$

其中, X_j 对 j 是统计独立的, Y_{jk} 对 j 是相关的, 对 k 是统计独立的, k 代表分量, 即 $Y_{0k}, Y_{1k}, \dots, Y_{nk}$ 是相关的, 而 $Y_{11}, Y_{12}, \dots, Y_{1m}$ 是统计独立的, 此时, 净现值的期望值和净现值的方差计算可按式 (2-9) 和式 (2-10) 进行。

$$E[PW] = \sum_{j=0}^n E[X_j] (1+i)^{-j} + \sum_{j=0}^n \sum_{k=1}^m E[Y_{jk}] (1+i)^{-j} \quad (2-9)$$

$$V[PW] = \sum_{j=0}^n V[X_j] (1+i)^{-2j} + \sum_{k=1}^m \left\{ \sum_{j=0}^n \sigma[Y_{jk}] (1+i)^{-j} \right\}^2 \quad (2-10)$$

再来探讨项目的寿命为随机变量时的情况: 设寿命为正整数 $N, N=1, 2, \dots$, 在这种情况下, 净现值 PW 由下式可得

$$PW = A_0 + \sum_{j=1}^N (1+i)^{-j} A_j \quad (2-11)$$

如 A_j 是统计独立的随机变量, 则:

$$E[PW|N] = E[A_0] + \sum_{j=1}^N (1+i)^{-j} E[A_j] \quad (2-12)$$

$$\text{及 } E[PW] = E[A_0] + \sum_{N=1}^{\infty} \left(\sum_{j=1}^N (1+i)^{-j} E[A_j] \right) \cdot P(N) \quad (2-13)$$

这里, $P(N)$ 是 N 的概率密度函数, 欲求 PW 的方差, 首先要确定 $E[PW^2]$, 由于

$$\begin{aligned}
E\{PW^2|N\} &= E\left\{A_0 + \sum_{j=1}^N (1+i)^{-j}A_j\right\}^2 \\
&= E\left\{A_0^2 + \sum_{j=1}^N (1+i)^{-2j}A_j^2\right\} + E\left\{2 \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{k=j+1}^N (1+i)^{-j-k}A_jA_k\right\}
\end{aligned}
\tag{2-14}$$

如果 A_j 是统计独立的, 则

$$\begin{aligned}
E\{PW^2|N\} &= E\{A_0^2\} + \sum_{j=1}^N (1+i)^{-2j}E\{A_j^2\} \\
&+ 2 \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{k=j+1}^N (1+i)^{-j-k}E\{A_j\}E\{A_k\}
\end{aligned}
\tag{2-15}$$

由于 $E\{X^2\} = V\{X\} + E^2\{X\}$, 故:

$$\begin{aligned}
E\{PW^2|N\} &= (V\{A\} + E^2\{A_0\}) + \sum_{j=1}^N (V\{A_j\} + E^2\{A_j\})(P/F, i\%, 2j) \\
&+ 2 \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{k=j+1}^N E\{A_j\}E\{A_k\}(P/F, i\%, j+k)
\end{aligned}
\tag{2-16}$$

因此:

$$\begin{aligned}
E\{PW^2\} &= (V\{A_0\} + E^2\{A_0\}) + \sum_{N=1}^{\infty} \left\{ \sum_{j=1}^N (V\{A_j\} + E^2\{A_j\})(P/F, i\%, 2j) \right. \\
&+ 2 \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{k=j+1}^N E\{A_j\}E\{A_k\}(P/F, i\%, j+k) \left. \right\} P(N)
\end{aligned}
\tag{2-17}$$

在推导出 $E\{PW\}$ 和 $E\{PW^2\}$ 后, 现值的方差可由下式得出:

$$V\{PW\} = E\{PW^2\} - \{E\{PW\}\}^2
\tag{2-18}$$

设某项目的统计独立的现金流量的期望和方差如表2-2。该项投资项目的寿命是服从表2-3示概率分布的随机变量, 其净现值的期望和方差可按上述方法获得。(利率 $i=10\%$)

表2-2

j	$E\{A_j\}$	$V\{A_j\}$
0	-10000	1×10^6
1	2000	2×10^4
2	3000	3×10^4
3	4000	4×10^4
4	5000	5×10^4
5	6000	6×10^4
6		

表2-3

N	$P(N)$
3	0.25
4	0.50
5	0.25

期望值 $E\{PW\} = E\{PW|N=3\}(0.25) + E\{PW|N=4\}(0.50) + E\{PW|N=5\}(0.25)$

$$\begin{aligned}
\text{其中 } E[PW|N=3] &= -10000 + [2000 + 1000(A/G, 10\%, 3)](P/A, 10\%, 3) \\
&= -2,688.22 \\
E[PW|N=4] &= -10000 + [2000 + 1000(A/G, 10\%, 4)](P/A, 10\%, 4) \\
&= 714.60 \\
E[PW|N=5] &= -10000 + [2000 + 1000(A/G, 10\%, 5)](P/A, 10\%, 4) \\
&= 4,443.71
\end{aligned}$$

因此 $E[PW] = -2688.22 \times 0.25 + 714.60 \times 0.5 + 4443.71 \times 0.25 = 796.17$

为确定PW的方差,由式(2-17)求 $E[PW^2]$

$$\begin{aligned}
E[PW^2] &= (V[A_0] + E^2[A_0]) + \sum_{n=3}^5 \left\{ \sum_{j=1}^N (V[A_j] + E^2[A_j])(P/F, 10\%, 2j) \right. \\
&\quad \left. + 2 \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{k=j+1}^N E[A_j]E[A_k](P/F, 10\%, j+k) \right\} P(N) = 224 \times 10^6
\end{aligned}$$

再由式(2-18)得

$$\begin{aligned}
V[PW] &= (224 \times 10^6) - (796.17)^2 \\
&= 223.66 \times 10^6
\end{aligned}$$

由中心极限定理,净现值PW近似服从正态分布,所以:

$$\begin{aligned}
P_r(PW < 0) &= P_r\left(S < \frac{0 - 796.17}{\sqrt{223.66 \times 10^6}}\right) = P_r(S < 0.053) \\
&= 0.4789
\end{aligned}$$

结 语

文中仅作了当年净现金流量和项目的寿命为随机变量时进行风险分析的方法论证。实际上,和建设项目经济效益有关的随机变量远不止此,只要按本文的方法,便可同样进行风险分析,如果当随机变量的数目很多,用解析法难以进行风险分析时,则可以用计算机模拟来进行分析。

在进行建设项目经济评价的风险分析中,不管是采用解析法还是采用计算机模拟,首先应建立效益指标的数学模型,其次,对其参数进行随机性分析,确定其随机变量的概率分布规律,进而通过计算获得各效益指标的概率分布。从而,为决策提供定量的参考依据。

The Risk Analysis of Economic Appraisal for Construction Projects

Chen Jin

ABSTRACT

The traditional ways of feasibility of construction projects of China ignored the economic appraisal, and not made uncertainly analysis of economic appraisal, so resulted in the feasibility demonstration of project to a great extent.

This paper analyse the certainly, riskily and uncertainly. It state the difference and the functional relations about them. It put forward the major causes of riskily and uncertainly for construction projects, and give out the mothed of risk analysis on the base of mathematic demonstration.