

论齿轮变速箱的合理设计

徐 耀 信

(机械工程系)

摘 要

本文论述应用优化理论使齿轮变速箱的设计布局合理、结构紧凑、材料节省，而用计算机运算加快设计进程，提高设计质量，并采用阻尼技术及多种措施来减低它的振动及噪声。这些方法不仅适用于一般机械，也适合于铁路工厂各种机械、专机中的齿轮变速箱设计。

在机械传动中所使用的齿轮变速箱，一般均为降速传动，而对于要求加工范围大、适应性强的通用机床则要求多级变速。因此，如何设计出传动合理、结构紧凑、节省金属，而又能达到工作要求，运转时振动噪声小的齿轮变速箱是设计者的任务，我们通过以下的分析及各种措施来达到这些目的。

一、如何使齿轮数量最少

齿轮变速箱中齿轮是主角，因此在达到同样的变速级数要求的前提下，齿轮传动付数越少，也即齿轮个数越少，经济性越好。如何达到这个目的呢？我们可以采用优化的方法来进行分析。

设变速级数为 Z ，第一变速组传动付数为 A ，第二变速组传动付数为 B ，总传动付对数为 N ，可得：

$$\begin{cases} A + B = N \\ A \cdot B = Z \end{cases}$$

优化的数学问题是求 N 的最小值，即

$$\begin{cases} \min N = A + B & (1) \\ A \cdot B = Z & (2) \end{cases}$$

本文于1989年12月28日收到

解：由（2）式得 $B = \frac{Z}{A}$ 代入（1）式

$$N = A + \frac{Z}{A}$$

$$N \text{ 对 } A \text{ 求导得 } \frac{dN}{dA} = 1 - \frac{Z}{A^2}$$

$$\text{令 } \frac{dN}{dA} = 0$$

$$\text{即 } 1 - \frac{Z}{A^2} = 0$$

$$A^2 = Z$$

$$\text{故得 } A = \sqrt{Z}$$

$$\text{从而 } B = \frac{Z}{\sqrt{Z}} = \sqrt{Z}$$

$$N = A + B = 2\sqrt{Z}$$

可以清楚地看出，当 $A = B = \sqrt{Z}$ 时， N 最小。在实际设计时 A 及 B 均只能取正整数，即当它们的差值越小时，传动付总对数 N 越小，从下面的例子也可说明。

设变速级数 $Z = 24$ ，利用因式分解可得出不同的传动付对数：

$$24 = 12 \times 2 \quad \text{传动付总数 } N = 14$$

$$24 = 8 \times 3 \quad N = 11$$

$$24 = 6 \times 4 \quad N = 10$$

若采用四个变速组得 $24 = 3 \times 2 \times 2 \times 2$ ，各变速组的传动付数间差值更小，因此得出最少的传动付总对数 $N = 9$ 。另外，每个变速组内变速级数少（传动付对数少），也便于操纵机构的设计。

二、传动轴的合理位置

在变速组数和传动付对数确定好后，应考虑各传动轴在变速箱内的合理空间位置，因为它们的位置不同，使作用在传动轴上的力变化，引起轴的变形大小不同。如何使变形引起的挠度和倾角最小，来减小传动轴的结构尺寸呢？

1、采用公用轴心

如图 1 所示，I 轴与 III 轴共轴心，齿轮均为渐开线齿，I 轴主动轮 Z_1 对 II 轴被动轮 Z_2 的切向传动力 P_1 切，与 III 轴上被动轮 Z_4 对 II 轴主动轮 Z_3 的切向阻力 P_2 切，方向正好相反，因此对 II 轴在水平方向引起的变形方向也相反，可以尽量的抵消一部分，使变形减小，因此传动轴的结构尺寸可减小。但此种布局形式常常受到结构布置的限制，尤其是在有级变速的 I、III 轴上有多联滑移齿轮时，采用短轴难于实现。

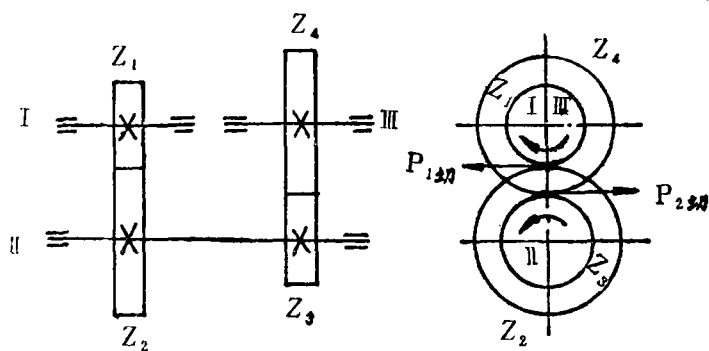


图 1

2、采用空心轴

如图 2 所示，I 轴为空心轴，内面有共轴心的 III 轴，因此该传动系统两个轴心位置可以布置 3 根轴，与图 1 所示结构一样，可以使变速箱径向尺寸小，结构紧凑。对 II 轴来说，切向传动力与切向阻力，方向也相反，可以使它在水平方向的变形抵消一部分，减少 II 轴的结构尺寸，但 I 轴为空心轴强度较差，且内孔太小，安装结构尺寸较大的滚动轴承困难，常常不得不使用滚针轴承。

因此，传动轴的布置常用的还是它的一般位置。

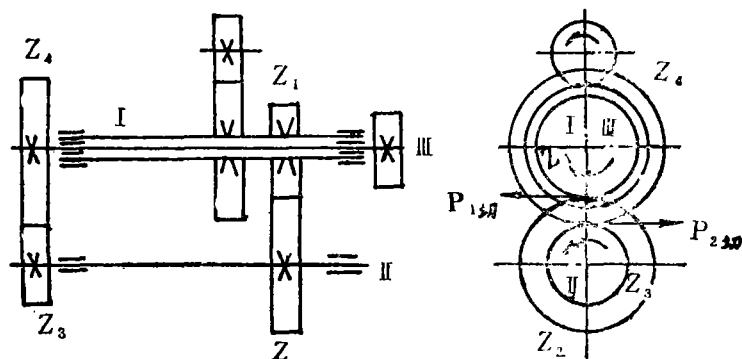


图 2

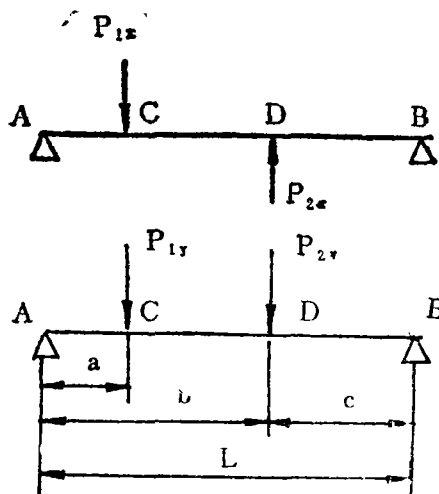
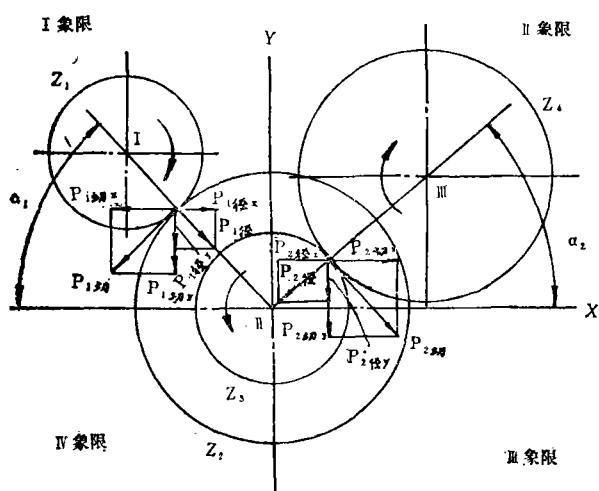
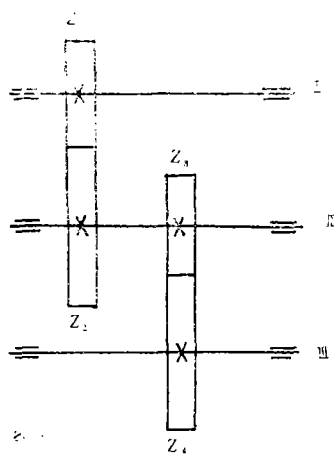
3、传动轴的一般位置

根据变速传动及操纵机构等布置的需要，传动轴应可以在空间任意位置，但如何能使传动轴产生的变形最小呢？通过图 3 所示传动系统的布局来说明。

若讨论如何使 II 轴受力后变形最小，I、III 轴可在空间四个象限任何位置，本例设由于结构需要，确定 I 轴应在 I 象限、III 轴应在 II 象限什么合理位置。

由图示的受力情况可以得出

$$\begin{aligned} P_{1切x} &= P_{1切} \sin \alpha_1 & P_{1切y} &= P_{1切} \cos \alpha_1 \\ P_{1径x} &= P_{1径} \cos \alpha_1 & P_{1径y} &= P_{1径} \sin \alpha_1 \\ P_{2切x} &= P_{2切} \sin \alpha_2 & P_{2切y} &= P_{2切} \cos \alpha_2 \\ P_{2径x} &= P_{2径} \cos \alpha_2 & P_{2径y} &= P_{2径} \sin \alpha_2 \end{aligned}$$



II 轴X向
受力图

II 轴Y向
受力图

图 3

式中

$$P_{\text{切}} = \frac{2M}{D} = \frac{2}{D} 955 \times 10^3 \frac{N}{n_1} \quad (\text{牛})$$

M ——II 轴传递的扭矩 (牛·厘米)

N ——II 轴传递的功率 (千瓦)

n_1 ——II 轴的计算转速 (转/分)

D ——传动齿轮的节圆直径 (厘米)，当计算 $P_{1\text{切}}$ 时为 Z_2 轮节圆直径，计算 $P_{2\text{切}}$ 时为 Z_3 轮节圆直径 ($D = \text{齿轮模数} m \times \text{齿数} Z$)。

$$P_{\text{径}} \approx 0.5 P_{\text{切}}$$

$$\text{令 } P_{1x} = P_{1\text{切}x} - P_{1\text{径}x}$$

$$P_{1y} = P_{1\text{切}y} + P_{1\text{径}y}$$

$$P_{2x} = P_{2\text{切}x} - P_{2\text{径}x}$$

$$P_{2y} = P_{2\text{切}y} + P_{2\text{径}y}$$

如求 II 轴 D 点处的挠度，根据材料力学公式分别求出 P_{1x} 、 P_{2x} 在 D 引起的挠度然后叠加得 X 方向的挠度， P_{1y} 、 P_{2y} 在 D 点引起的挠度叠加得 Y 方向的挠度。

$$Y_{D,x} = \frac{P_{1x}ac(L^2 - a^2 - c^2)}{6EIL} - \frac{P_{2x}b^2c^2}{3EIL}$$

$$Y_{D,y} = \frac{P_{1y}ac(L^2 - a^2 - c^2)}{6EIL} + \frac{P_{2y}b^2c^2}{3EIL}$$

而合成挠度为 $Y_D = \sqrt{Y_{D,x}^2 + Y_{D,y}^2}$

同理求出D点在X方向、Y方向的倾角及合成倾角。

$$\theta_{D,x} = \frac{P_{1x}a(L^2 - a^2 - 3c^2)}{6EIL} - \frac{P_{2x}bc(b-c)}{3EIL}$$

$$\theta_{D,y} = \frac{P_{1y}a(L^2 - a^2 - 3c^2)}{6EIL} + \frac{P_{2y}bc(b-c)}{3EIL}$$

$$\theta_D = \sqrt{\theta_{D,x}^2 + \theta_{D,y}^2}$$

式中E为传动轴材料的弹性模量 (牛/厘米²)，I为传动轴截面惯性矩 (厘米⁴)，

$$I = \frac{\pi d^4}{64}$$

很明显可以看出，随着 α_1 、 α_2 的变化， Y_D 、 θ_D 大小将变化。因此，若I、II轴轴心线位置适当，便得出合理的 α_1 、 α_2 ，使 Y_D 、 θ_D 减小，就可减小传动轴所需的外圆直径。目前，一般人工计算只能在有限的位置中进行比较，找出一个认为较合理的方案，其实未达到最优值。所以只有采用优化设计的方法，在电子计算机上进行运算，才能较迅速的得出合理的 α_1 、 α_2 值来。

优化的目标函数为所求点的挠度Y及倾角 θ 为最小值，编制好程序后，在实际运算中使其均小于挠度及倾角的许用值即可收敛，输出计算结果，其计算框图如图4示。

计算时，若跨度L及a、b、c值根据结构需要均已确定，则传动轴直径d作为参变量在运算中按一定步长变化增大，到符合要求为止，得到在合理的 α_1 、 α_2 值时，传动轴所需的最小直径。一般可根据仅按强度计算得出的轴径d作为初始值代入

$$d = A \cdot \sqrt[3]{\frac{N}{n_i}} \quad (\text{厘米})$$

A——轴的材料及工作情况系数，对于45号钢A=12~11。

I、II轴所在空间位置的要求，

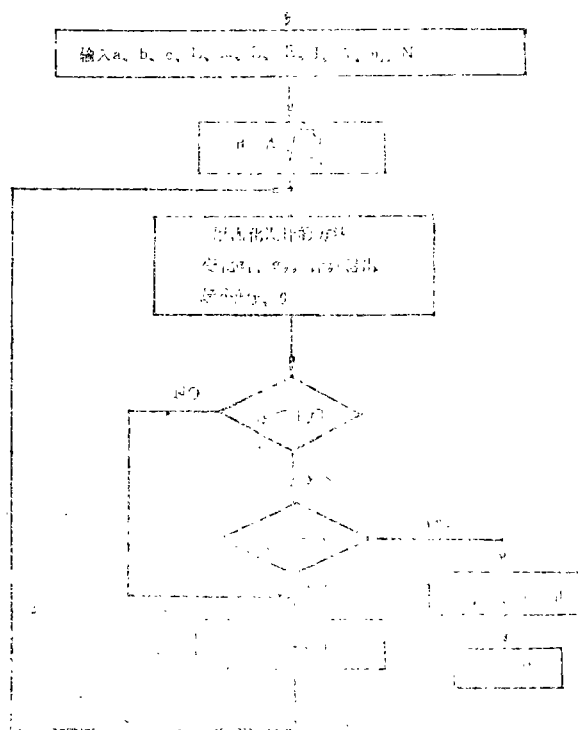


图4

在约束条件中对 α_1 、 α_2 进行限制来实现。

在实际应用时,如设计两级变速的齿轮变速箱,由速比及传递动力的要求,已确定出各齿轮的数及模数后,需确定各轴的空间位置。设图3示Ⅱ轴D点处的许用挠度 $[Y]=0.0003L$, $[\theta]=0.002$ 弧度,采用约束优化方法,如约束随机方向法进行运算,变化 α_1 、 α_2 ,计算出极小的 Y 及 θ ,在 $Y\leq[Y]$ 、 $\theta\leq[\theta]$ 时收敛,即得出所需的 α_1 、 α_2 ,确定出各轴的最合理位置,此时Ⅱ轴得到满足要求的最小直径。

三 降低齿轮变速箱的振动与噪声

齿轮变速箱工作时的振动与噪声小,有利于净化环境,减少噪声污染,提高工作质量与增强产品在市场的竞争力。为此,在设计时应注意以下方面:

1、为了减小齿轮变速系统前面各轴的结构尺寸及齿轮模数,由传动轴所传递的扭矩

$M=9550\frac{N}{n}$ (牛·米) 知,一般在设计时都使前面传动轴的转速 n 高,可使传递的扭矩 M

小,来达到目的。但是,这样各传动轴的转速之和就增大了,有助于增强噪声。根据低噪声机械的设计原则,要求齿轮节圆啮合线速度 <10 米/秒,这就要求降低传动轴的转速及齿轮节圆直径,因此不要把前面各传动轴的转速提得太高,要兼顾低噪声的需要。另外,为了齿轮节圆直径不过大,就不能有太多的齿数,因此不要采用过大的升速比及过小的降速比而使主动轮或被动轮齿数过多。

2、齿轮固有频率的影响:试验结果表明,当齿轮的啮合频率 $Z\cdot n/60$ (HZ)(Z —齿轮齿数, n —齿轮转速rpm)与它的固有频率相等时,齿轮将因共振产生极大噪声。因此应改变齿数或转速,使啮合频率与固频不相等。齿轮固频的测定可用较简单易行的敲击法,即用锤头敲击自由悬挂的齿轮,使它产生自由振动,用传感器将测得的振动信号经测振仪放大,在光线示波器上画出它的谐波波形,确定出齿轮的固有频率。

3、变速箱体应采用阻尼系数大的材料制造,并且注意箱体的壁厚设计应适当,避免产生薄壁振动。另外应注意,开式齿轮箱较闭式齿轮箱更有助于箱体内噪声的传播。

4、应用阻尼材料来减振降噪

阻尼材料是新近发展起来的新型高分子材料,由于它有高阻尼特性,在变形时能消耗能量,对振动结构在较宽的频率范围内起抑制峰值、降低振动及噪声的作用。它分为阻尼板材及阻尼涂料两类。

若将这种阻尼粘弹材料贴在所需减振的构件上,当结构产生弯曲振动时,粘弹材料产生弯曲变形,因此在它内部产生交变的拉应力和应变,将振动的能量转变为热能,起到抑制振动、降低噪声的目的。

为此,可在齿轮的两端面粘贴、嵌镶阻尼板材,其形式如图5所示。在齿轮箱体外壁粘贴阻尼板材时可部分贴,主要贴在振幅值较大的区域,因此可按交叉条状或框格形式来贴。阻尼板材厚度与结构厚度有关,若结构壁较薄,阻尼板材的厚度与结构的厚度比应大于1,若结构壁较厚,结构材料又较硬时,可采用垫高层阻尼结构和蜂窝状阻尼结构,如图6示,其目的都是为了增大阻尼板材的变形耗能。

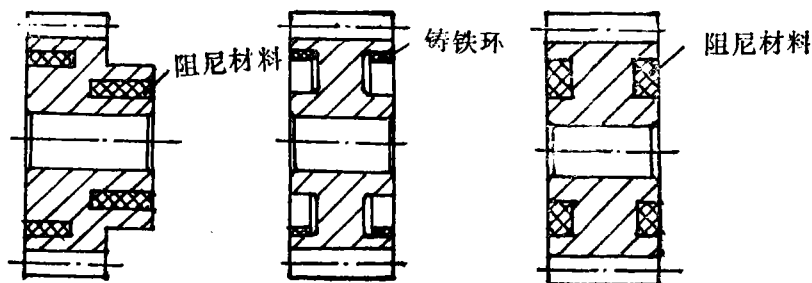


图 5

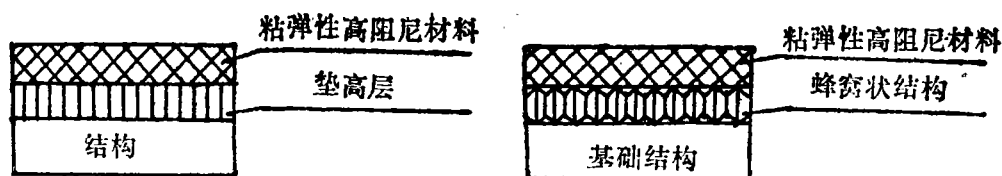


图 3

为了达到更大的结构内耗,加强减振降噪效果,还可采用约束层阻尼处理,如图 7 示。它是在阻尼板材外面再贴一层约束层,可采用金属,如 1 mm 厚的铝板或其他材料,如石墨纤维制成品。阻尼层一面受到约束层的约束,而另一面随着构件振动,使其产生较大的剪切变形,提供较大的结构损耗因子,起到良好的阻尼减振作用。

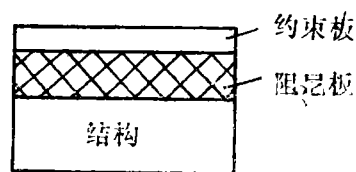


图 7

阻尼涂料是一种涂覆在各种金属结构表面,同样具有减振降噪性能的特殊涂料。它可直接喷涂在齿轮端面,故其施工方便,而对变速箱体,它可喷涂在形状复杂的箱体内部,更体现出了它的优越性。

另外对于齿轮的模数、齿宽、精度、重叠系数、齿侧隙及变速箱内的润滑等,在设计时也应注意及选取适当的参数。

参 考 文 献

- [1] 《金属切削机床设计》编写组.金属切削机床设计.上海:上海科学技术出版社,1985.
- [2] 陈立周等.机械优化设计.上海:上海科学技术出版社,1985
- [3] 吕玉恒等.噪声与振动控制设备选用手册.北京:机械工业出版社,1988

Discussion of Optimized Design of Gearbox

Xu Yaixin

ABSTRACT

This article discusses how to apply the theory of optimization in making a gearbox more rational in distribution and compact in structure on its design, as well as to more efficiently utilize materials. Additionally, using the computer can quicken the process and improve the quality of the design. Damp technique and other means are also used to reduce the gearbox vibration and noise. All these methods are suitable for the design of gearboxes not only in general machinery, but also in various machinery and special purpose machine tools used in railroad factories.