

# 齿轮副动态模拟与分析

王中庆

(机械工程系)

## 摘 要

目前国内外在齿轮振动机理及动力学分析问题上开展了比较深入的研究, 这些研究主要局限理论分析较多, 这些模型计算复杂, 用于工程设计仍有一定困难。本文提出的平行轴齿轮传动系统动态矩阵模型(14)(15)(34)式, 解决了轴间耦合问题及轮系内部特性问题, 比较方便地求出系统的固有频率, 模态比及动载系数, 对工程设计有较好的实用价值, 并通过闭式直齿圆柱齿轮传动的实际事例计算与现行图表提供的数据比较, 说明本文提出的计算方法是可行的。

## 前 言

一对齿轮传动, 由于有齿距误差和轮齿的突然发生的变形, 轮齿上的载荷本来就是动载荷。它们应该根据啮合速度, 轮齿误差以及轮齿, 齿轮和联接零件的柔度和质量来进行计算, 这个问题目前尚未完全得到解决<sup>(1)</sup>。故齿轮传动的动态特性仍是国内外机械传动研究领域十分关注的问题。本人在1983年全国第四届机械传动学会年会上发表了有关平行轴齿轮副动态特性的问题<sup>(2)</sup>, 现又根据近年来国内外研究的成果基础上对此问题作进一步的简述。

### 一、 平行轴齿轮副传动动态模型的建立

一对齿轮的传动过程的振动特点属于两个“质量—阻尼—弹簧”系统的机械耦合性质<sup>(2)(3)</sup>, 因此一对齿轮副的振动方程为两个自由度的耦合振动模型。

利用等效质量原理 $[J_1-C-J_2]$ 传动系统可等效为在啮合线方向上 $[m_1-c-m_2]$ 的弹性振动系统(5)。见图1。

本文于1990年7月16日收到

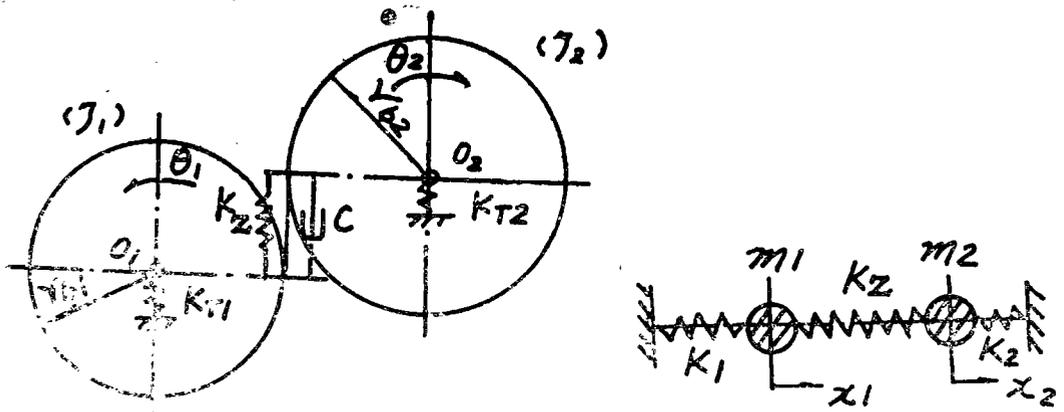


图 1

图中  $\theta_1, \theta_2$  ——角位移  
 $J_1, J_2$  ——质量惯性矩  
 $K_{T1}, K_{T2}$  ——支承轴扭转刚度  
 $r_{b1}, r_{b2}$  ——齿轮基圆半径  
 $m_1, m_2$  ——齿轮等效质量  
 $C, K_z$  ——啮合阻尼与啮合刚度

### 1、振动模型

为了简化问题，我们在以下条件下建立动态模型：

- 1) 假设齿轮副的负载扭矩固定不变；
- 2) 假设齿轮传动轴系刚度（支承轴扭转刚度）不变；同时也不考虑材料阻尼的影响；
- 3) 假设齿面接触摩擦仅起粘性阻尼作用。

因此一对齿轮副在啮合线方向上的振动数学模拟为：

$$[M] \{ \ddot{\mathbf{x}} \} + [C] \{ \dot{\mathbf{x}} \} + [K(t)] \{ \mathbf{x} \} = \{ p(t) \} \quad (1)$$

式中， $[M]$  ——质量矩阵

$$[M] = \begin{vmatrix} m_1 & m_0 \\ m_0 & m_2 \end{vmatrix} \quad (2)$$

$[C]$  ——阻尼矩阵

$$[C] = \begin{vmatrix} C_1 & 0 \\ 0 & C_2 \end{vmatrix} \quad (3)$$

$[K(t)]$  ——刚度矩阵，包括支承刚度和齿轮啮合刚度，是时间的周期函数。

$$[K(t)] = \begin{bmatrix} K_1(t) & -K_z \\ -K_z & K_2(t) \end{bmatrix} \quad (4)$$

{x}——广义坐标向量

{p(t)}——载荷向量，包括外载荷和误差引起的广义力。

$$\begin{bmatrix} p_1(t) \\ p_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{n1} \\ F_{n2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & m_e \\ m_e & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\varepsilon}_1 \\ \ddot{\varepsilon}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & K_z \\ K_z & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

{F<sub>n</sub>}——外载荷向量

m<sub>e</sub>——耦合质量(又称诱导质量，虚构质量)

K<sub>z</sub>——耦合刚度(又称啮合刚度，诱导刚度)

{ε}——误差廓形坐标(位移)变化量向量。

## 2、固有频率

固有频率估计，传统采用名义固有频率：

1) 主动轮系名义固有频率 ω<sub>n1</sub>

$$\omega_{n1} = \sqrt{\frac{K_1}{m_1}} \quad (6)$$

2) 从动轮系名义固有频率 ω<sub>n2</sub>

$$\omega_{n2} = \sqrt{\frac{K_2}{m_2}} \quad (7)$$

K<sub>1</sub>, K<sub>2</sub>——支承轴等效直线刚度

3) 啮合系统固有频率 ω<sub>n</sub><sup>(5)</sup>

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K_z}{m_e}} \quad (8)$$

$$\text{式中, } m_e = (m_1 \cdot m_2) / (m_1 + m_2) \quad (9)$$

K<sub>z</sub>——啮合刚度，采用平均值。

本文通过动态模拟实例说明(见四部分)，名义固有频率不能反映齿轮副振型特性，传统中将齿轮副动模拟为单自由度计算存在很大局限性的。

## 二、等效质量及平均等效刚度定义与确定

方程(1)表达了齿轮传动系统运动方程式，但不能直观反映齿面的动态位移变化情况，而且直接求解相当困难。为此，我们引入四个关系式：

$$[K(t)] = [\bar{K}] + [\Delta K] \quad (10)$$

$$\{x\} = \{x_s\} + [\Delta x] \quad (11)$$

$$\{F_n\} = [K(t)] \{x_s\} \quad (12)$$

$$\{\dot{\varepsilon}\} = \{\Delta f\} + \{\Delta h\} \quad (13)$$

式中， $[\bar{K}]$ ——常矩阵，取K(t)变动范围内的平均值。

$[\Delta K]$  ——  $K(t)$  的波动量, 为时间的周期函数

$\{x_s\}$  —— 静载变形量

$\{\Delta x\}$  —— 齿面振动波动量

$\{\Delta f\}$  —— 齿形误差

$\{\Delta h\}$  —— 齿面啮合动态脱啮高度, 即接触齿面分离距离。

将(10)、(11)、(12)式代入(1)式, 并且考虑到:

$\{\dot{x}\} = \{\Delta \dot{x}\}$ ,  $\{\ddot{x}\} = \{\Delta \ddot{x}\}$ , 略去二次小量  $[\Delta K]$   $[\Delta x]$ , 得到:

$$[M] \{\Delta \ddot{x}\} + [C] \{\Delta \dot{x}\} + [\bar{K}] \{\Delta x\} = \begin{bmatrix} 0 & m_s \\ m_s & 0 \end{bmatrix} \{\ddot{\varepsilon}\} + \begin{bmatrix} 0 & K_z \\ K_z & 0 \end{bmatrix} \{\varepsilon\} \quad (14)$$

为了分析齿轮副振型, 我们取施力函数  $p(t)$  为 0 (即无载荷作用时), 设:

$$\begin{cases} m_s \ddot{\varepsilon}_1 + K_s \varepsilon_1 = 0 \\ m_s \ddot{\varepsilon}_2 + K_s \varepsilon_2 = 0 \end{cases}$$

从而获得齿面谐振方程, 由此可以分析无阻尼自由振动时齿轮副的振型。

$$\begin{cases} M_1 \Delta \ddot{x}_1 + C_1 \Delta \dot{x}_1 + \bar{K}_1 \Delta x_1 - K_z \Delta x_2 = 0 \\ M_2 \Delta \ddot{x}_2 + C_2 \Delta \dot{x}_2 + \bar{K}_2 \Delta x_2 - K_z \Delta x_1 = 0 \end{cases} \quad (15)$$

式(15)充分地反映了齿轮副的传动动力学关系, 反映了等效质量  $m_s$  和平均等效刚度  $\bar{K}$  的动力学概念。

1、 $m_s$  定义:

1) 从等效原理分析, 是轴系转动惯量向啮合点等效的结果, 称为等效质量。

2) 从啮合冲击来说, 反映了啮合冲击的能量效应, 可以理解为是一个虚构质量<sup>(2)</sup>, 或称诱导质量<sup>(6)</sup>, 其运动类似质心运动。

3) 从振动耦合来说, 反映了齿轮传动动力耦合效应, 故称为耦合质量<sup>(8)</sup>。

2、 $\bar{K}$  定义:

1) 齿面振动特性, 取决于平均等效刚度  $\bar{K}$ , 而不决定于其非线性瞬态刚度  $K(t)$ , 等效刚度的本身就存在将非线性系统向线性化处理的基本概念。由于在齿面微小振动范围内平均等效刚度可认为是一个常数, 故我们可以认为: 齿面的振动位移可用匀加速运动来处理, 这是一个重要发现<sup>(2)</sup>。

2) 平均等效刚度反映了啮合刚度和支承轴等效直线刚度的综合效应。因此, 齿面的振动特性受啮合刚度和支承轴直线刚度的影响。

3、 $\bar{K}$  确定

根据(4)式:

$$[\bar{K}] = [\bar{K}(t)] = \begin{bmatrix} K_1 + K_s & -K_s \\ -K_s & K_2 + K_s \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\text{即} \begin{cases} \bar{K}_1(t) = K_1 + K_s \\ \bar{K}_2(t) = K_2 + K_s \end{cases} \quad (17)$$

若令  $A = K_0 / K_2$  (18)

因 $K_0$ 为 $K_1$ ,  $K_2$ 综合等效刚度,  $A$ 为齿输轴支承刚度 $K_0$ 与平均啮合刚度之比。由此可知, 在进行齿输传动结构设计时, 我们可以通过调节支承轴扭转刚度来改变系统的固有频率, 避免与激振频率相同从而减少振动。

### 三、齿轮振动非线性处理及附加动载荷计算

将齿轮振动简化为线性振动方程是解决问题的关键。从刚度计算, 采用平均等效刚度; 从力分析, 采用平均作用力; 从附加载荷估计, 采用静差分析。

#### 1、弹性力及弹性力的功:

我们忽略阻尼的影响, 作为《质量——弹簧》系统, 动载荷的能量主要由弹簧来吸收。引起弹簧压缩量决定于弹簧顶点 $B$ 与端点 $A$ 的位置向量的合成。

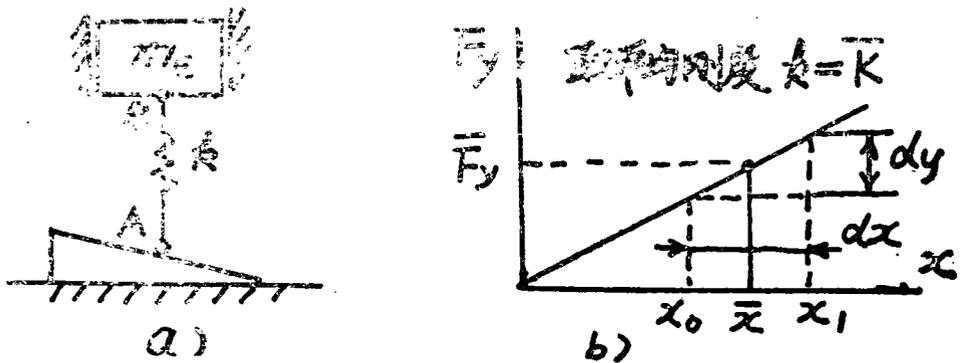


图2 啮合系统等效模型

根据虎克定律, 作用在物体上的弹性力 $F_y$ 的大小应与弹簧的变形量 $\delta$ 成正比。

$$F_y = k\delta = -kx \quad (19)$$

若齿面在 $dx$ 范围内变化时, 那么弹簧的平均弹簧力为: (见图2, b)

$$\bar{F}_y = \frac{1}{x_0 - x_1} \int_{x_0}^{x_1} kx dx = \frac{1}{2} (kx_1 + kx_0) \quad (20)$$

式中:  $x_0$ ——弹簧受予压时压缩量 $x_0 = x_s$

$x_1$ ——弹簧瞬态受压时的压缩量

若:  $x_1 = x_0 + u - \Delta f$  (21)

则:  $u$ —— $B$ 点位置移动量

$\Delta f$ —— $A$ 点位置移动量

$$\bar{F}_y = kx_0 - \frac{1}{2}k(\Delta f - u) \quad (22)$$

作者在文献(2)中, 明确指出啮合系统的能量守恒关系, 即输入系统的能量应等于系统机械能量的增量与消散能量的总和(0)。

那么弹簧的应变能量值为:

$$E = \frac{1}{2}kx_{m,x}^2 - \frac{1}{2}kx_0$$

$$= kx_0(u+x) - [kx_0 - \frac{1}{2}k(\Delta f - u)]\Delta f \quad (23)$$

## 2、附加动载荷计算:

自动控制原理<sup>(10)</sup>指出:“扰动或给定值变化会引起动态偏差,经过过渡过程到达稳定后,此偏差也可能继续存在,造成静态偏——即静差”。实验也证明了:齿轮传动过程刚度变化,齿隙变化,载荷变化等是造成静差的原因,即附加动载荷,这是一个动态问题。

理论力学<sup>(9)</sup>也精辟指出:“……我们可以给动力学方程以静力学方程的形式并利用由此而产生的一切形式上的方便”。

国际著名齿轮专家M·F·Spotts,从两个方面:能量守恒分析<sup>(7)</sup>与量纲分析<sup>(8)</sup>求出附加动载荷公式,并且举出计算例题。(见(24)(25)式)

$$F_d = K\Delta f \sqrt{1 - \frac{u}{\Delta f}} \quad (24) \quad (7)$$

$$F_d = C \frac{\Delta f}{t} \sqrt{K_z m_e} \quad (25) \quad (8)$$

上述结果与作者<sup>(2)</sup>文的结果十分一致:

$$\Delta F_d = C \frac{\Delta f}{t} \sqrt{K_z m_e} \quad (26) \quad (2)$$

$$\begin{cases} \Omega = f_z / \sqrt{K_z / m_e} \\ C = \sqrt{\frac{4}{4\Omega^2 + 1}} \end{cases} \quad (27)$$

充分证明了(2)文利用静力学方程的一切形式上的方便,来估计动力学的问题是正确。在工程中忽略了次要因素的影响,去求得具有一定安全因素的估计值也是科学的。

Spotts的计算例题也说明了(26)、(27)式不仅可算而且易算。

## 四、齿轮副动态模拟分析

方程(14)式,从本质上反映了齿轮副传动动态特性。这个方程说明:

(1) 导致齿轮剧烈振动的内在因素是齿轮啮合刚度、支承扭转刚度和等效转动惯量,反映了动态耦合特性,属参数激励。这种情况只有误差效应较小时才突出。

(2) 齿轮副振动过程取决于齿轮副单齿运动误差对时间的二阶导数 $\ddot{\varepsilon}$ ,若改善 $\varepsilon$  (静态值,包括形状)有助于改善传动质量。

(3) 啮合刚度变化 $K_z(t)$ 和相对运动误差及变化 $\varepsilon$ ,  $\ddot{\varepsilon}$ ,是产生调制的根源,为传动误差效应。

### 1、典型齿形模型:

压力角误差效应已被人们所认识,文献<sup>(9)</sup>指出:压力角误差应作为传动系统的振动源。正、负压力角误差效应对传动质量影响的区别在于,后者形成的DFE(或称振动源)的响应频率更高,频带更宽。……因此,避免负压力角误差效应的传动副,从概率上讲可以减少整个

系统出现“共振”的可能性。所以文〔2〕中，用“楔块”来模拟负压力角误差效应是被本人及他人的实验所证实。

我们可以用计算机对中鼓形和负压力角齿形进行动态特性模拟计算：

对中鼓齿形：

$$f(\omega t) = \frac{4A}{\pi} \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{1 \times 3} \cos 2\omega t - \frac{1}{3 \times 5} \cos 4\omega t + \frac{1}{5 \times 7} \cos 6\omega t + \dots - \frac{1}{n^2 - 1} \cos \left( \frac{n\pi}{2} \right) \cos n\omega t \right) \quad (28-1)$$

对负压力角齿形：

$$f(\omega t) = \frac{A}{\pi} \left( \sin \omega t - \frac{1}{2} \sin 2\omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \dots + (-1)^{n-1} \frac{1}{n} \sin n\omega t \right) \quad (28-2)$$

为了研究的方便，暂不考虑  $\varepsilon$  项，(14) 式变为(通式)：

$$\begin{cases} \ddot{x} + 2\xi\omega_0\dot{\Delta x} + \omega_0^2\Delta x = \alpha\varepsilon \\ \alpha_1 = \frac{m_2}{m_1} & \alpha_2 = \frac{m_1}{m_2} \quad (\text{质量比}) \\ \varepsilon = f(\omega t) \end{cases} \quad (29)$$

式中，

$\omega_0$ ——齿轮系统固有频率 ( $\omega_{01}, \omega_{02}$ )。

$\xi$ ——齿面等效阻尼系数 (阻尼比)。

A——取齿形误差幅值。

由(29)式，我们可以绘出中鼓，负压力角齿形的模拟动态曲线图。由此可知：采用楔形负压力角误差来模拟误差效应是从最坏误差效应条件来考虑问题的。(见表1)

## 2、工况对齿轮副动态影响：

工况对齿轮副动态影响，实质上是弹性支承与振动系统之间的关系。可以用单自由度受迫振动系统来模拟。

工作机输出，原动机输入的振动可用  $y(t)$  表示，主动轮系(1)或从动轮系(2)的振动用  $\Delta x(t)$  表示，那么振动方程为：

$$M(I)\Delta \ddot{x} + C(I)\Delta \dot{x} + K(I)\Delta x = C(I)\dot{\Delta y} + K(I)\Delta y \quad (30)$$

式中  $I=1$  为主动轴系统 (输入系统)

$I=2$  为从动轴系统 (输出系统)

其力激振与位移激振传递率 (隔振系数) 为：

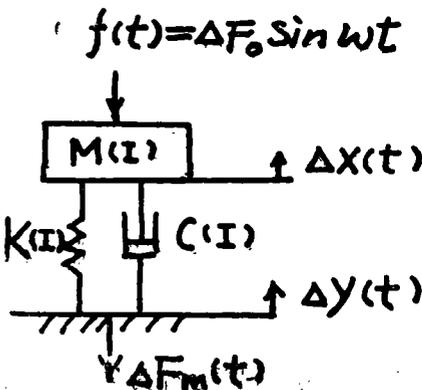
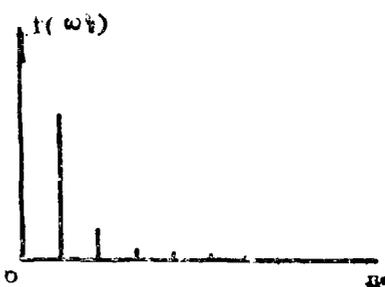
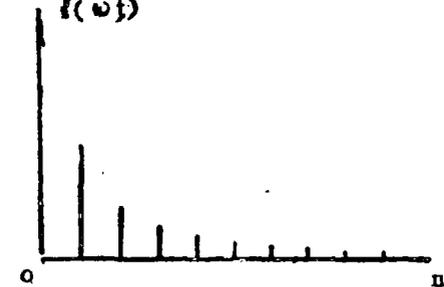
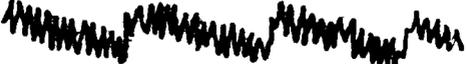


图3 隔振效应

	中鼓齿形	负压力角齿形
频谱图		
模拟动态图 (齿面振动)	<p>二次谐波共振</p>  <p>四次谐波共振</p>  <p>八次谐波共振</p>  <p>十六次谐波共振</p> 	<p>二次谐波共振</p>  <p>四次谐波共振</p>  <p>八次谐波共振</p>  <p>十六次谐波共振</p> 

$$\Gamma = \frac{\Delta F_n}{\Delta F_0} = \frac{\Delta x}{\Delta y} = \frac{\sqrt{1 + [2\xi \omega / \omega_0(I)]^2}}{\sqrt{[1 - (\omega / \omega_0(I))^2]^2 + [2\xi \omega / \omega_0(I)]^2}} \quad (31)$$

由此可知:

当  $\omega / \omega_0(I) < \sqrt{2}$  时  $\Gamma > 1$ , 支承轴振动会引起齿轮副系统振动加剧;

当  $\omega / \omega_0(I) > \sqrt{2}$  时  $\Gamma < 1$ , 支承才有可能起隔振作用。

### 3、啮合刚度模拟:

啮合刚度可以用周期的矩形波函数来近似描述:

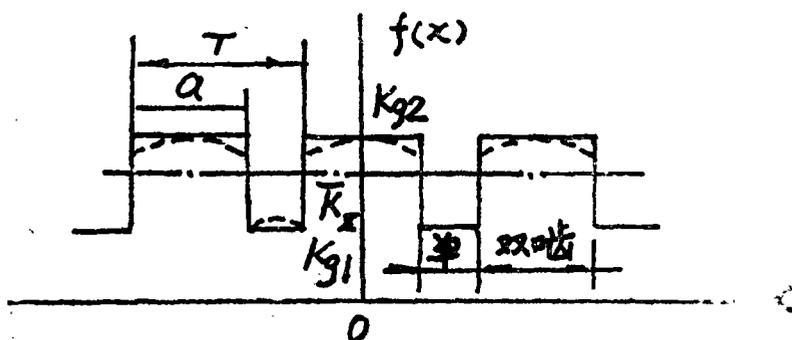


图4 啮合刚度模拟

由图可得, 平均啮合刚度为:

$$\bar{K}_g = \frac{K_{g1}(T-a) + K_{g2}a}{T} = K_{g1} + \frac{a}{T} (K_{g2} - K_{g1}) \quad (32-1)$$

式中,  $K_{g2}$  —— 双啮区平均啮合刚度

$K_{g1}$  —— 单啮区平均啮合刚度

啮合刚度  $K_g(t)$  可用区间  $[-1, 1]$  上满足收敛条件的函数  $f(x)$  的福里哀级数表示:

$$\left. \begin{aligned} K_g(\omega t) &= \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ a_n \cos \frac{n\pi x}{1} + b_n \sin \frac{n\pi x}{1} \right] \\ a_0 &= 2\bar{K}_g = 2K_{g1} + \frac{2a}{T} (K_{g2} - K_{g1}) \\ a_n &= \frac{2(K_{g2} - K_{g1})}{n\pi} \sin\left(\frac{n\pi a}{T}\right) \\ b_n &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (32-2)$$

### 4、齿轮副传动动载系数模拟

根据上述分析:

式(14)仅考虑啮合系统的自励振动效应(即误差效应);式(26)仅考虑动载静差效应;式(30)仅考虑工况激励效应。若从整个系统考虑三大效应影响,齿轮传动受迫振动矩阵方程式为:

$$[M] \{\Delta \ddot{x}\} + [C] \{\Delta \dot{x}\} + [\bar{k}] \{\Delta x\} = [\Delta F \varepsilon] + [\Delta F_s] + [\Delta F_t] \quad (33)$$

式中,  $\Delta F_s = C \frac{\Delta f}{t} \sqrt{K_z m_0}$

$$\Delta F \varepsilon = m_e \ddot{\varepsilon} + K_z \varepsilon$$

$$\Delta F_t = C \Delta \dot{y} + K \Delta y$$

右边反映了三类不同性质的激振力的增量对齿面振动的影响,以及误差效应将引起调制及动力耦合特性。

左边反映了齿轮副动态主振型振动特性,及静力耦合特性。

对于齿轮传动若不考虑阻尼的非线性,用其等效阻尼来代用时,(33)式是一个常系数非齐次线性方程。那么其通解就是余函数与特解之和。<sup>(11)</sup>

$$\Delta x = C_1 \Delta x_1 + C_2 \Delta x_2 + \Delta x^*$$

而特解又可用代数方法来求出,则具有迭加性,故系统动载荷系数为:

$$K_d = T + \frac{1}{2} A(\omega) \varepsilon + C \frac{\Delta f}{F_{n0} t} \sqrt{K_z m_0} \quad (34)$$

式中, T——隔振系数  $T = f_1(\xi, \Omega)$

A(ω)——放大系数  $A = f_2(\xi, \Omega)$

ξ——阻尼比  $\omega$ ——激振频率

ε——稳态过程载荷相对变动率

t——齿轮误差作用时间

用计算机我们很容易求出齿轮传动各种动态性能参数。我们编制了《齿轮动态模拟软件GDAS》,详见实例。

### 5、模拟实例:

经GDAS模拟分析,上述建立的模型不仅适用一般的工程计算,而且可供特殊使用条件下齿轮传动计算参考,为降低齿轮动载荷优化设计提供了新途径。

结果如下:

#### -----齿轮动态模拟-----

1. 传动类型: 闭式直齿园柱齿轮传动

2. 传动参数:

传动功率(马力)  $N = 40$

主动轴转速(R/MIN)  $n_1 = 1000$

传动比  $I = 2$

原动机传动变动率  $E = 0.03$

3. 齿轮参数:

模数  $M = 0.3$  压力角  $A = 20$  齿宽  $B = 5.8$

齿轮精度: 7 综合运动误差DF = 0.013

	主动轮	被动轮
齿数	$Z_1 = 32$	$Z_2 = 64$
分度圆直径	$D_1 = 9.600001$	$D_2 = 19.2$
跨度:	$L_1 = 15$	$L_2 = 25$
轴径:	$D_{01} = 4$	$D_{02} = 6$

4. 材料性能:

齿轮材料	CM = 钢件
材料比重	$P = 7.85$
剪切弹性模量	$G = 850000$
弹性模量	$E = 2150000$

5. 动态性能:

	主动轮	被动轮
质量惯性矩	$J_1 = 3.873976E-02$	$J_2 = 0.6198361$
扭转刚度:	$KT_1 = 1424190$	$KT_2 = 4325978$
等效直线刚度:	$K_1 = 70002.56$	$K_2 = 53158.2$
等效质量:	$M_1 = 1.904158E-03$	$M_2 = 7.61663E-03$
频率特性:		
固有角频率:	$W_{01} = 3021.423$	$W_{02} = 13114.94$
阻尼角频率:	$WX_1 = 3011.739$	$WX_2 = 13049.2$
模态比:	$R_{01} = 0.7821748$	$R_{02} = -2.923659$
名义角频率:	$WN_1 = 6063.251$	$WN_2 = 2641.823$
啮合系统:		
等效支承刚度:	$KE = 60428.5$	
耦合刚度:	$KZ = 125106$	
耦合质量:	$MZ = 1.523326E-03$	
啮合系统角频率:	$WN = 9062.389$	

动载性能:

	(1)	(2)	(3)
附加动载荷: ADL =	191.4289	191.4289	191.4289
隔振系数: DVC =	1.001203	1.000064	1.000134
变动系数: FLC =	1.503564E-02	1.500188E-02	1.500401E-02
系统动载系数: $K_d =$	1.317636	1.316464	1.316536

现行图表查得动载荷系数:  $(1,2)KD_0 = 1.3 \sim 1.45$

注: 单位: (Kg, Cm, S制)

# Dynamic Analog and Analysis of Gear Pair

Wang Zhongqing

## ABSTRACT

A lot of deepgoing researches have been done on the vibration principles and dynamic analysis of gears at home and abroad currently. Because of so many limits within theoretical analysis in these researches and the complexity of calculations of these models, it is still difficult to some extent to apply them in engineering designs. The dynamic matrix model (14) (15) (16) in parallel shaft gear drive proposed in this paper can solve the problems of intershaft coupling and internal dynamic characteristics of gear train. Based on them, the natural frequency, the modality (amplitude) ratio and the dynamic load coefficient will be calculated conveniently. These models prove valuable to engineering design. Through the comparison between the data from the calculation of actual example of close cylinder spur gear drive and the data from the existing table, the calculation method proposed in this paper is proved to be practicable.

## 参 考 文 献

- [1] [美]A.H.Burr·机械分析与机械设计·北京:机械工业出版社,1988
- [2] 王中庆·见1983年全国齿轮传动学术年会论文集(续3—3册):·齿轮传动稳态过程动载荷计算与分析·北京:中国机械工程学会机械传动学会:1983.9—1
- [3] [美]P.M莫尔斯著·振动与声·北京:科学出版社,1981
- [4] 王中庆·齿轮传动脱啮振动及控制·安徽工学院学报,1988;3:111
- [5] 刘筱安等编·国家标准“渐开线圆柱齿轮承载能力计算方法”的介绍·齿轮,1983;7,(4):19
- [6] 江凌,颜思健,李德滋·压力角误差效应在齿轮噪声振动源中的地位与作用·齿轮1986;10,(2):13
- [7] M.F.Spotts·Mechanical Design Analysis·1964
- [8] M.F.Spotts·估算齿轮动载荷·齿轮,1985,(3):40—43
- [9] 哈尔滨工业大学理论力学教研室编·理论力学·北京:人民教育出版社,1964:339~423
- [10] 陆道政,季新宝·自动控制原理及设计·上海:上海科学技术出版社,1978,11,P66
- [11] 樊映川等编·高等数学讲义(下册)·北京:人民教育出版社,1963:612~654
- [12] 许镇宇主编·机械零件·1965:P141 表42