

混凝土轨枕的有限元分析

雷 晓 燕

王 午 生

(建筑工程系)

(上海铁道学院)

摘 要

本文将混凝土轨枕看作是支承在弹性地基上的结构,用三维弹塑性有限元法分析了混凝土轨枕的变形,由计算得到:(1) $b_0=0.3\text{m}$ 是混凝土轨枕支承的最佳掏空长度;(2)道床系数的变化仅对轨枕变形有较大的影响,对应力影响甚微;(3)轨枕的最不利位置是轨下截面。

引 言

随着我国铁路建设事业的发展,混凝土轨枕已越来越多地被使用,到目前为止,混凝土轨枕的铺设已遍及全国各铁路主要干线,这主要是由于混凝土轨枕具有两个突出的优点,一是使用寿命长,二是能节约大量的优质木材。然而,如果对混凝土轨枕使用不当,则将引起轨枕的早期开裂和破坏,大大缩短其使用寿命。本文从力学的角度,将混凝土轨枕看作是支承在弹性地基上的结构,采用三维有限元法对混凝土轨枕进行了弹塑分析,得到了一些有用的结论。本文所采用的计算方法和所得到的计算成果,对从事混凝土轨枕设计和工务部门的技术人员有一定的参考价值。

一、考虑弹性地基作用的有限元方程

以往对混凝土轨枕内力的计算,都是按弹性地基上的梁理论进行,但实际上,混凝土轨枕是一空间结构,按梁理论计算将有一定的误差,为了获得较可靠的结果,我们采用三维有限元来分析混凝土轨枕的变形。

为处理问题方便,且能考虑道床和地基的弹性作用,我们采用文克尔假定,即假设道床

本文于1990年10月20日收到

产生的基础反力与混凝土轨枕的挠度成正比

$$\underline{q} = c\underline{u} \quad (1)$$

其中, $\underline{q}$ 为道床的基础反力; c 为道床系数, 在正常捣固密实的条件下, c 一般为 $6.0 \sim 8.0 \times 10^4 \text{ KN/m}^2$; $\underline{u}$ 是道床表面的沉陷, 等于轨枕的挠度。

考虑弹性地基作用的有限元方程是〔2〕

$$(\underline{K} + \underline{K}_0)\underline{a} = \underline{P} \quad (2)$$

式中: $\underline{K} = \sum_e \int_{\Omega_e} \underline{B}^T \underline{D} \underline{B} d\Omega_e$;

$\underline{K}_0 = \sum_e \int_{\Gamma_e} \underline{C} \underline{N}^T \underline{N} d\Gamma_e$, Γ_e 为具有弹性支承的边界; $\underline{P}$ 为等效节点荷载列阵。

二、混凝土轨枕的有限元分析

利用自编的考虑弹性地基作用的三维有限元程序, 我们对现有的混凝土轨枕进行了力学分析。

如图 1 所示, 混凝土轨枕长 $l = 2.5 \text{ m}$, 宽 $a = 0.29 \text{ m}$, 高 $h = 0.2 \text{ m}$, 轨枕底部的掏空长度

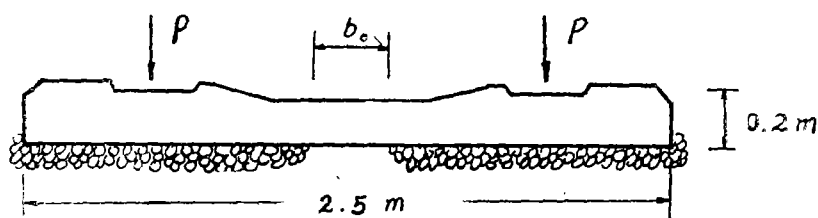


图 1

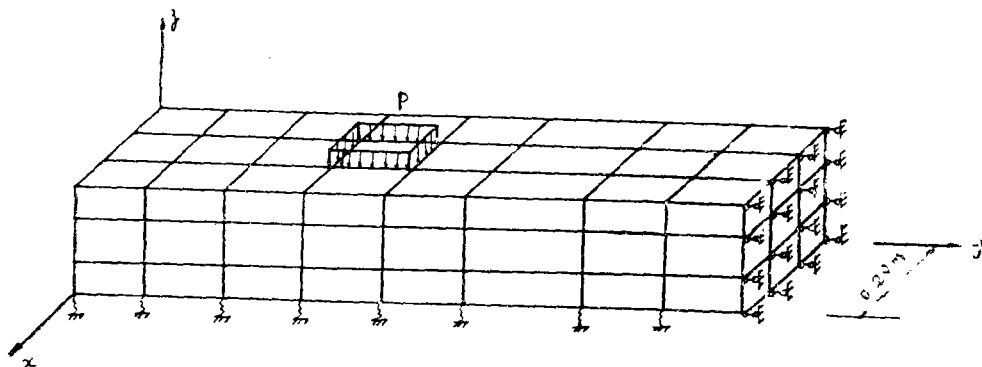


图 2

为 b_0 ，道床系数为 C 。已知混凝土的弹性模量 $E = 2.0 \times 10^4 \text{ MPa}$ ，泊松比 $\nu = 0.17$ ， $P = 100 \text{ kN}$ ，利用结构和荷载的对称性，取一半轨枕作为计算模型。轨枕被分成72个单元，144个节点，轨枕底部的支承条件为弹性支承，中间截面沿Y方向有位移约束，如图2。

我们主要进行了如下两项计算

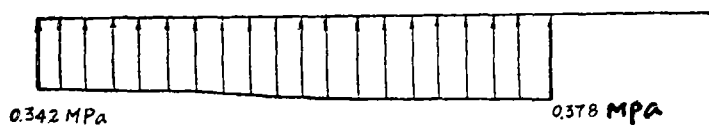
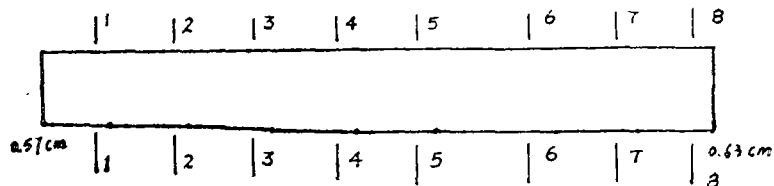


图3 $b_0 = 60 \text{ cm}$ 位移、反力分布图

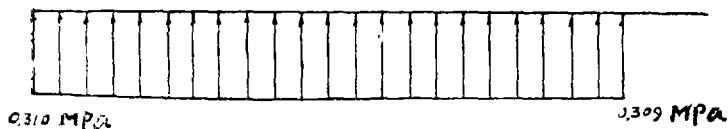
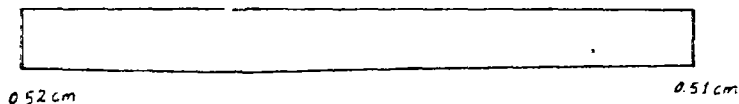


图4 $b_0 = 30 \text{ cm}$ 位移、反力分布图

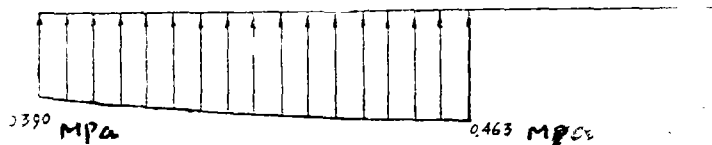
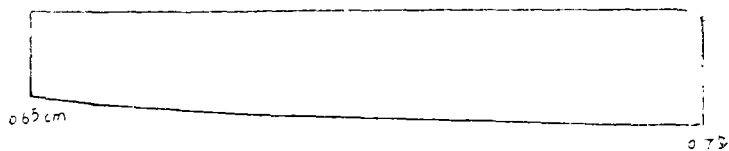


图5 $b_0 = 90 \text{ cm}$ 位移、反力分布图

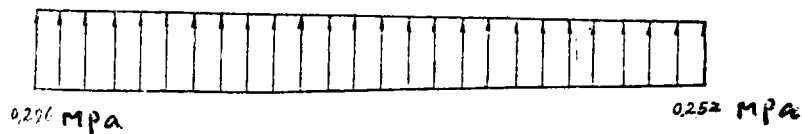
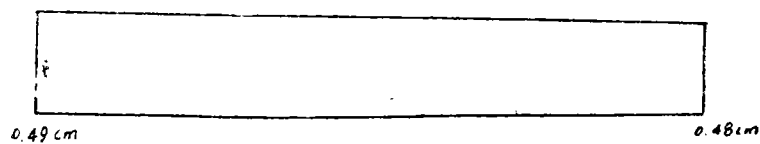
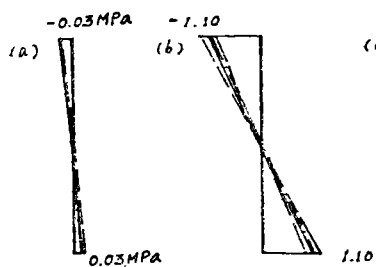
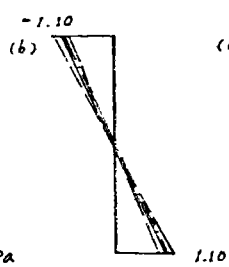


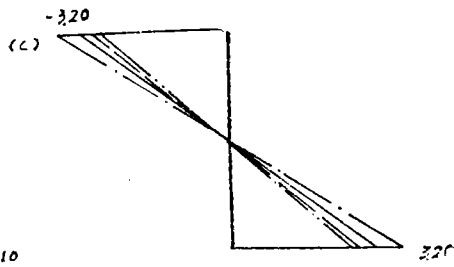
图6 $b_0 = 0$ 位移、反力分布图



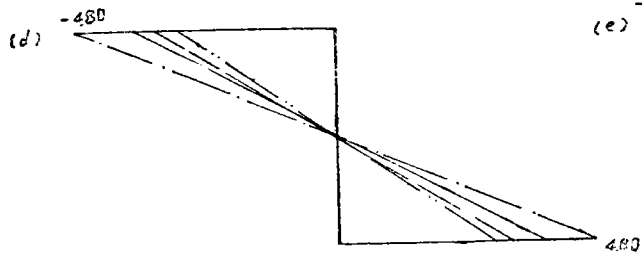
1-1 剖面



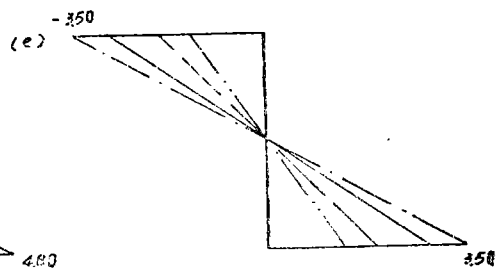
2-2 剖面



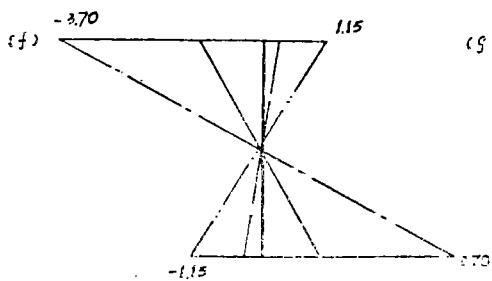
3-3 剖面



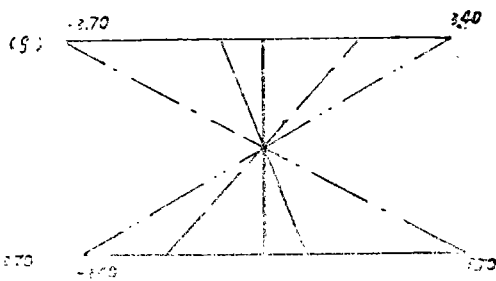
4-4 剖面



5-5 剖面



6-6 剖面



7-7 剖面

图7 应力分布图

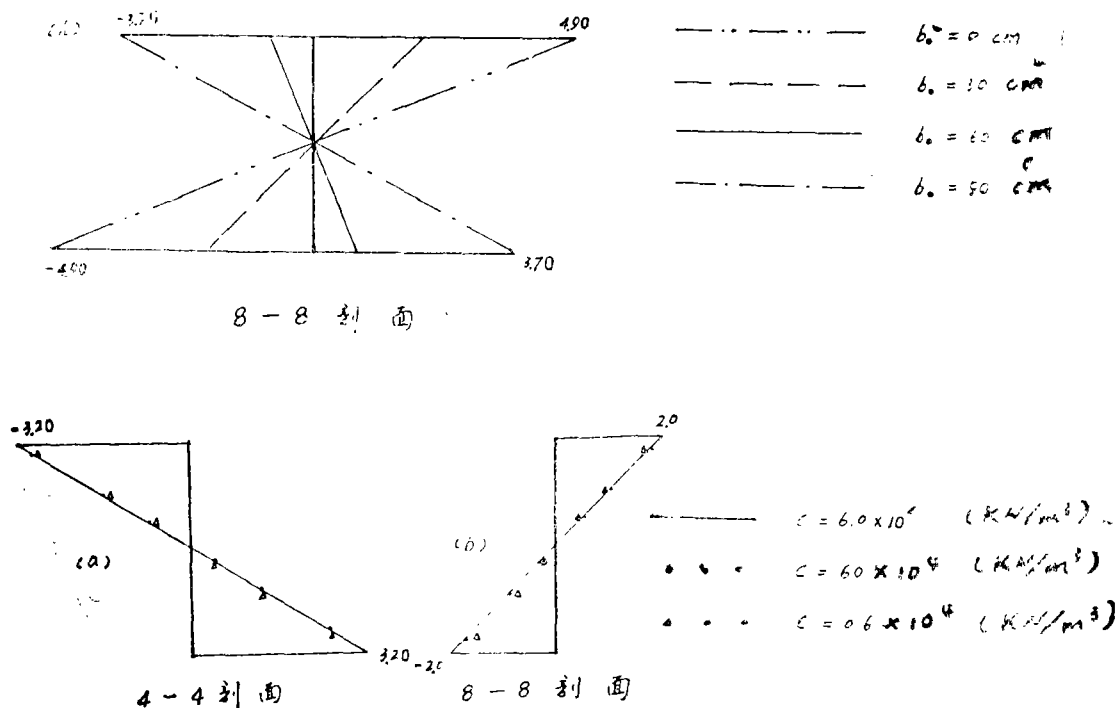


图 8 不同道床系数 σ_r 对应力影响图

1. 掏空长度 b_0 分别等于0, 0.3, 0.6, 0.9m时, 轨枕内位移, 应力和支承反力的分布规律及变化情况。

2. 道床系数 C 分别等于 0.6×10^4 , 6.0×10^4 , $60 \times 10^4 \text{ KN/m}^3$ 时, 对轨枕位移和应力的影响。

其中, $b_0 = 0, 0.3, 0.6, 0.9 \text{ m}$ 时, 轨枕底部位移和支承反力沿 y 方向的分布情况分别表示在图 3, 图 4, 图 5 和图 6 中; 图 7 (a)~(h) 表示相应于各支承长度时轨枕各截面的应力 σ_y 沿高度 z 的分布; 图 8 (a), (b) 分别表示不同的道床系数对轨下截面和跨中截面应力的影响。

由计算我们得到了如下几点结论:

1. 不同的掏空长度 b_0 对轨枕应力有较大影响, 当 b_0 分别等于0.6m和0.9m时, 轨枕底部各截面均为拉应力; 当 b_0 分别等于0和0.3m时, 轨枕各截面底部的应力由轨底的拉应力逐渐变化到跨中的压应力。由图 7 可见, 当 $b_0 = 0.3 \text{ m}$ 时, 无论是轨下截面还是跨中截面所产生的拉应力和压应力都较小, 因而是最理想的掏空长度。

2. 轨枕底部的变形比较均匀, 因而按文克尔假定计算得到的道床反力也较均匀, 变化较小, 见图 3~图 6, 因此在设计时, 轨枕底部的道床反力可按线性分布荷载计算。

3. 不同的道床系数 C 对轨枕底部的变形有显著的影响, 道床系数越大, 变形越小, 反之则越大, 但对轨枕内的应力影响甚微, 如图 8 所示。

根据以上分析, 我们认为在实际铺设混凝土轨枕时, 选择0.2~0.4m的掏空长度是适宜的, 任何过大或过小的掏空长度都将使轨枕承受较大的拉、压应力, 从而引起轨枕的开裂和

破坏。此外，捣固密实不仅可以减少轨枕的变形，还可以使轨枕底部的道碴支承更稳定，从而保持原来的支承状态，使轨枕长期处在最佳的支承条件下工作。

三、弹塑性问题的有限元方程

以上计算是在线弹性范围进行的，当荷载继续增加时，轨枕将产生塑性变形，这时必须按弹塑性理论来计算。

由于材料和结构的弹塑性行为与加载以及变形的历史有关，在进行结构的弹塑性分析时，通常是将荷载分成若干个增量，然后对于每一荷载增量，将弹塑性方程线性化，从而使弹塑性分析这一非线性问题分解为一系列的线性问题。

假设对应于时刻 t 荷载条件下的位移 $\underline{u}$ ，应变 $\underline{\varepsilon}$ ，及应力 $\underline{\sigma}$ 已经求得，当时间过渡到 $t + \Delta t$ 荷载条件时，要求解的位移，应变和应力记为

$$\begin{cases} {}^{t+\Delta t}\underline{u} = {}^t\underline{u} + \underline{\Delta u} \\ {}^{t+\Delta t}\underline{\varepsilon} = {}^t\underline{\varepsilon} + \underline{\Delta \varepsilon} \\ {}^{t+\Delta t}\underline{\sigma} = {}^t\underline{\sigma} + \underline{\Delta \sigma} \end{cases} \quad (3)$$

利用增量形式的虚位移原理，可建立 $t + \Delta t$ 时刻荷载条件下的有限元方程，即利用

$$\int_{\Omega} ({}^t\underline{\sigma} + \underline{\Delta \sigma})^T \delta(\underline{\Delta \varepsilon}) d\Omega - \int_{\Omega} ({}^t\underline{b} + \underline{\Delta b})^T \delta(\underline{\Delta u}) d\Omega - \int_{\Gamma_0} ({}^t\underline{T} + \underline{\Delta T})^T \delta(\underline{\Delta u}) d\Gamma = 0 \quad (4)$$

其中， $\underline{b}$ 为体力向量， $\underline{T}$ 为面力向量， Γ_0 为给定面力的边界。

将单元内的位移增量表示成节点位移增量的插值形式

$$\underline{\Delta u} = \underline{N} \underline{\Delta a} \quad (5)$$

其中， $\underline{N}$ 为三维有限元的插值函数， $\underline{\Delta a}$ 为节点位移增量列阵。

引入增量形式的本构关系和几何方程，再将 (5) 式代入 (4) 中，则可得到增量形式的有限元方程

$$\underline{K} \underline{\Delta a} = \underline{\Delta P} + \underline{\Delta \psi} \quad (6)$$

式中：

$$\begin{aligned} \underline{K} &= \sum_{\epsilon} \int_{\Omega_{\epsilon}} \underline{B}^T \underline{D}_{\epsilon} \underline{B} d\Omega \\ \underline{\Delta P} &= \sum_{\epsilon} \left(\int_{\Gamma_0} \underline{N}^T \underline{\Delta T} d\Gamma + \int_{\Omega_{\epsilon}} \underline{N}^T \underline{\Delta b} d\Omega \right) \\ \underline{\Delta \psi} &= \sum_{\epsilon} \left(\int_{\Omega_{\epsilon}} \underline{N}^T {}^t\underline{b} d\Omega + \int_{\Gamma_0} \underline{N}^T {}^t\underline{T} d\Gamma - \int_{\Omega_{\epsilon}} \underline{B}^T {}^t\underline{\sigma} d\Omega \right) \end{aligned}$$

$\underline{\Delta \psi}$ 为上一计算步中的不平衡力。

对于混凝土材料，本文采用 Mohr-Coulomb 屈服准则，即

$$\begin{aligned} (\sigma_1 - \sigma_3) + (\sigma_1 + \sigma_3) \sin \phi &= 2\mu \cos \phi \\ (\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3) \end{aligned} \quad (7)$$

其中, μ 为材料的粘性系数, ϕ 为内摩擦角。

有了 (7) 式表达的屈服准则, 就不难得到弹塑性本构矩阵 $\underline{D}_p$, 具体形式可在文献 [5] 中查到。

四、混凝土轨枕的弹塑性有限元分析

为了考虑弹性基础的作用, 只须将有限元方程 (b) 改成如下形式

$$(\underline{K} + \underline{K}_0) \Delta \underline{a} = \Delta \underline{P} + \Delta \underline{\psi} \quad (8)$$

其中, $\underline{K}_0 = \sum \int_{\Gamma_0} \underline{C} \underline{N}^T \underline{N} d\Gamma$, Γ_0 为具有弹性支承的边界。

求解有限元方程 (8), 即可得到节点位移增量 Δa , 从而可求得 $\Delta \varepsilon$ 和 $\Delta \sigma$, 利用 (3) 式, 可求出 $t + \Delta t$ 时刻荷载条件下的位移, 应变和应力。

我们对上述介绍的方法, 编制了计算程序, 程序框图见图 9。利用该程序, 我们对现有的混凝土轨枕进行了弹塑性分析。

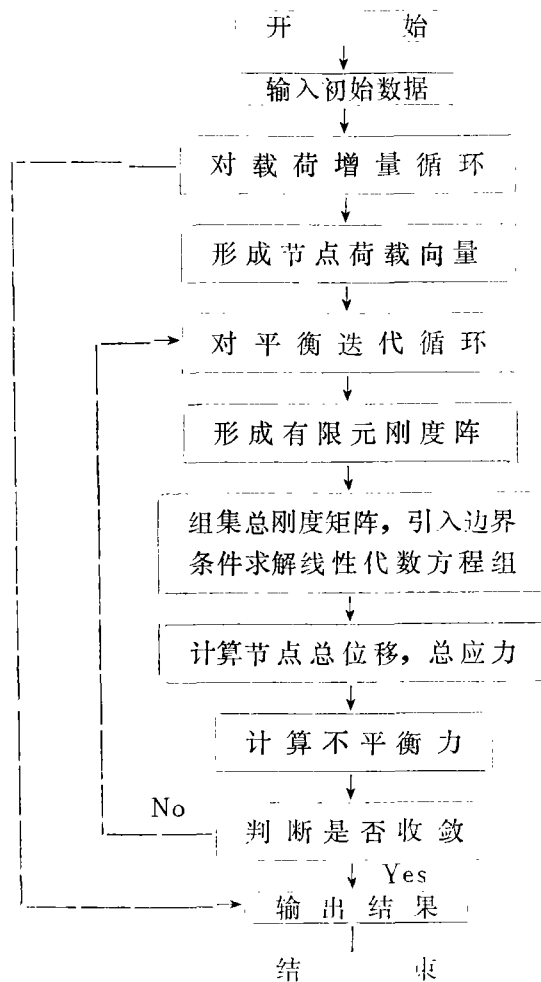


图 9

混凝土轨枕的几何尺寸如图 1，轨枕底部的掏空长度 $b_0 = 0.30\text{m}$ ，道床系数 $C = 6.0 \times 10^4 \text{ kN/m}^3$ ，荷载 $P = 200 \text{ kN}$ 。已知混凝土的弹性模量 $E = 2.0 \times 10^4 \text{ MPa}$ ，泊松比 $\nu = 0.17$ ，混凝土为 500[#]，其抗拉强度 $f_t = 4 \text{ MPa}$ ，抗压强度 $f_{cu} = 40 \text{ MPa}$ ，由此根据文献[5]可计算出混凝土的粘性系数 μ 和内摩擦角 ϕ

$$\begin{cases} \phi = \arcsin\left(\frac{1-\alpha}{1+\alpha}\right) \\ \mu = \frac{1}{2} \sqrt{\alpha f_{cu}}, \quad \alpha = f_t/f_{cu} \end{cases} \quad (9)$$

代入已知数据，得到 $\alpha = 0.1$ ， $\phi = 54.9^\circ$ ， $\mu = 6.32 \text{ MPa}$ 。

由计算我们得到

1. 当荷载增大到 150 kN 时，轨枕开始出现塑性区，塑性区是由轨下截面的底部自下而上逐渐扩展的，说明最大拉应力是处于轨下截面的底部，该区域是最不利位置，如图 10 所示。

图 8 不同道床系数对 σ_y 应力的影响

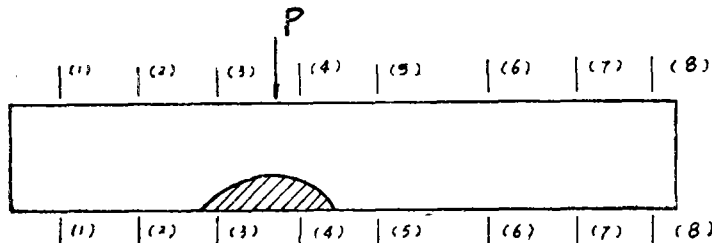


图 10 塑性区分布图

塑性区

2. 轨枕屈服以后，轨枕各截面的应力 σ ，不再按线性分布，见图 11，由于塑性效应，即使外加荷载 $P = 200 \text{ kN}$ 时，轨下截面的最大拉应力 σ ，为 4.30 MPa ，也仅略超过混凝土的抗拉强度 ($f_t = 4.0 \text{ MPa}$)，目前使用的混凝土轨枕都是预应力钢筋混凝土轨枕，其抗拉、压强度均超过混凝土，因此，在正常列车运行的情况下，混凝土轨枕是处于安全工作状态的。

3. 弹性分析与弹塑性分析所得到的应力结果相差较大，按弹性分析求得的应力大于按弹塑性分析得到的应力，因此按弹性分析设计混凝土轨枕是偏于安全的。

最后，我们还须指出，以上我们的分析计算都是假设道碴的支承是完全均匀的，这是一种理想的情况，实际上，道碴支承的好坏与捣固情况和道碴的级配有很大的关系，另外道床的掏空长度也不可能始终稳定在 0.30 m ，考虑到这种种因素，轨枕内的应力可能比计算值大好几倍，分布规律也不同，因而产生裂缝的位置也不同，有时发生在跨中截面。目前这些随机现象还难于在计算中得到反映，常用的做法是采用安全系数来计及这些不利因素。

作者在完成本文的过程中，得到了上海铁道学院孙崎教授的大力支持和帮助，在此表示衷心的感谢。

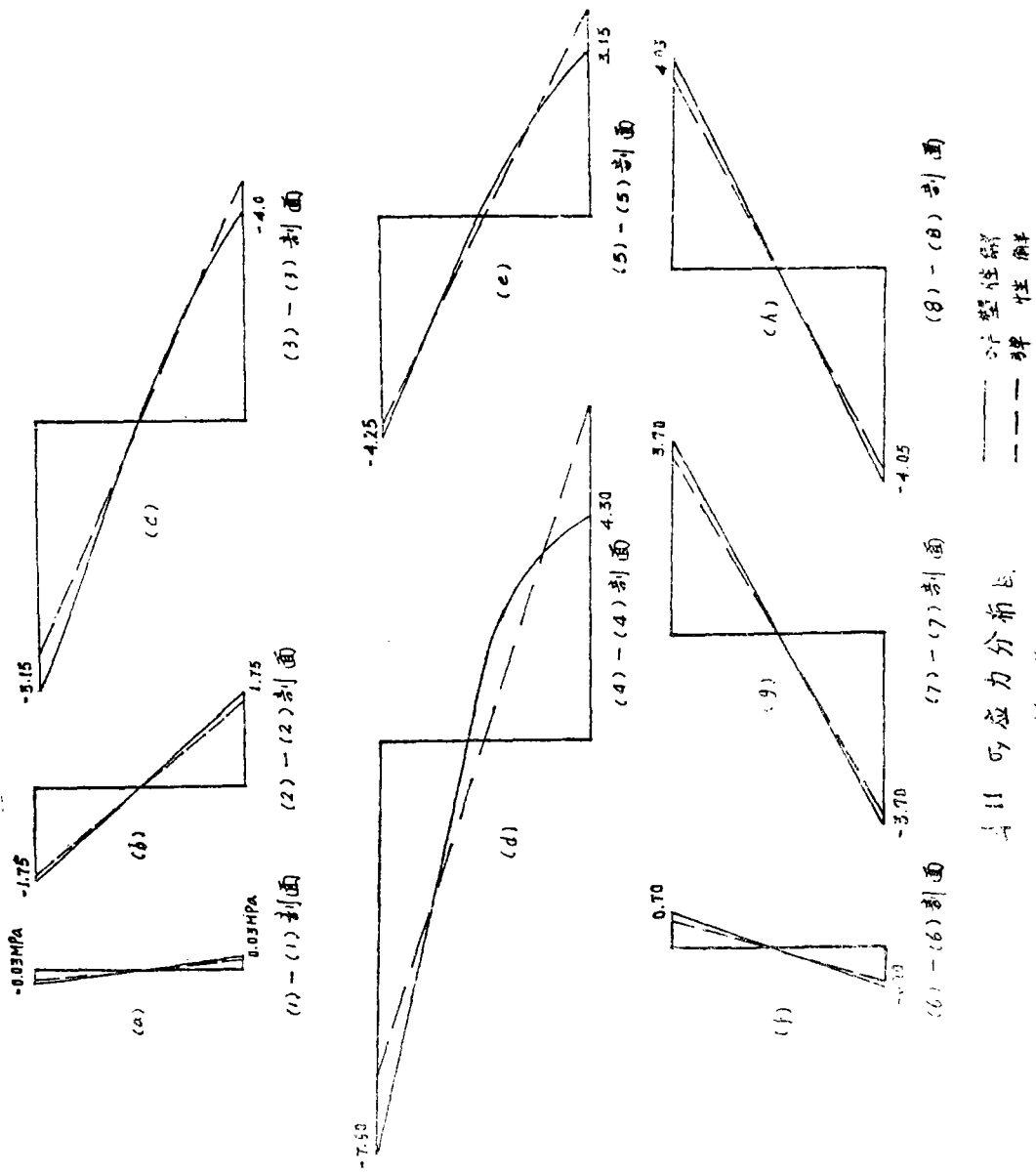


图 11 σ 应力分布图

参 考 文 献

- 〔1〕 姚明初·混凝土轨枕设计和制造. 北京: 人民铁道出版社, 1979.
- 〔2〕 朱伯芳·有限单元法原理及其应用. 北京: 水利电力出版社, 1979.
- 〔3〕 王勖成, 邵敏·有限单元法的原理与数值方法. 北京: 清华大学出版社, 1988.
- 〔4〕 Hinton, E. and Owen, D.R.J., Finite Element Programming, Academic Press, 1977.
- 〔5〕 Hinto, E. and Owen., Finite Elements In Plasticity: Theory and Practice, Pineridge Press Limited, Swansea, U.K.

Analysis of Concrete Sleeper by Finite Element Method

Lei Xiaoyan

Wang Wusheng

ABSTRACT

Taking concrete sleeper as the structure supported on the elastic foundation, the author analyses the deformation of concrete sleeper by three dimensional elastoplastic finite element method. The main results are: (1) $b_0 = 0.3$ metre is the optimized excavation length for concrete sleeper; (2) The variation of ballast coefficient has great effect on the deformation of sleeper, but very small on the stresses; (3) Plastic region gradually develops from the bottom of sleeper under rails to the top.