

模糊功能意义下的机械可靠性分析方法研究

黄洪钟

(西南交通大学)

摘 要

本文讨论了模糊可靠性产生的实际背景,定义了模糊功能条件下的模糊可靠性的若干基本概念,导出了其常用指标的数学表达式。

关键词:模糊可靠性;模糊功能;模糊故障

0 引 言

可靠性是产品的基本属性,是衡量产品质量的重要指标,是世界产品市场竞争的焦点。为此,各工业发达国家都投入了大量人力、财力进行可靠性的系统研究和推广应用,从而极大地推动了国民经济各个领域的发展。但是随着可靠性研究的不断深入以及人们认识上产生的巨大飞跃,以概率论和数理统计(基于二值逻辑)为理论基础的普通可靠性理论面临着严重挑战,可靠性研究不可避免地跨入一个新时代——模糊可靠性时代。

1 模糊可靠性研究的工程背景

众所周知,普通可靠性理论是建立在二值逻辑基础之上的,它基于如下两个基本假设:

- (1) 二态假设:系统只有两种状态,要么完全正常,要么完全故障(失效)。
- (2) 概率假设:系统可靠性行为可用概率方式刻画。

实践表明,在实际工程系统中,由于“耗损”所引起系统性能下降最终导致故障的现象是极为普遍的。例如,断裂是轴类零件的主要失效模式。但在这种失效中,有一半以上是疲劳破坏,即在零件的局部高应力区,较弱的晶粒在变应力作用下形成微裂纹,随着工作时间的延长,微裂纹逐渐扩展最终导致断裂失效。在失效分析中,除了那些完全失效的个体外,还应考虑未失效个体所受到的损伤,并把这种损伤看作是在一定程度上的失效。这种非完全失效即中介状态呈现出亦此变彼的性态,即既不是完全正常,也不是完全失效。这时二态假设不成立,而应以模糊状态假设替代。在机械系统中大量发生的疲劳、磨损、腐蚀和蠕变,电气设备绝缘的老化,电子设备的参数漂移,液压系统的油污染等现象都具有上述特点,都应以模糊状态表示。

本文于 1993 年 2 月 16 日收到

下面再来考察概率假设。我们知道,应用概率方法解决实际问题必须满足三个前提:首先,事件明确加以定义;其次,应有大量样本存在,这是大数定律所需求的;最后,样本应具有概率重复性。但在实际问题中这三个条件往往并不满足。譬如在航天领域一般不存在大样本,对于电站、化工、冶金等大型成套机械设备以及无失效数据的设备同样如此。此时,系统可靠性行为更适合用可能性(possibility)指标刻划。这是因为概率反映样本的一般性,而可能性反映样本的特殊性。因此当只有小样本或样本之间不存在概率重复性时,可能性方法比概率方法更合理。

另一方面,由于工程系统内部结构和机理的复杂性以及人们认识上的局限性,某些零件与系统间的关系尚不清楚,某些系统或零件的真实状态是不可测的,或是无法用数量指标来刻划的。例如火车颠覆、矿井透水、煤层自燃等灾难性故障,有许多影响因素是未知的、无法量化的或变化规律不清楚(信息不全)的。对于这类系统,用基于二值逻辑的普通可靠性理论描述同样是非常困难的。

此外,对于日益涌现的软系统以及有人参与的人机系统、经济系统、管理系统和操作系统等,其可靠性评价也是非常需要的。但用基于二值逻辑的可靠性理论对它们进行描述同样是困难的。

对于上述系统,人们仍希望对其进行笼统而大致的描述,对于那些不可量化的因素、不可测的状态或信息不全的现象,人们往往依据经验和主观推断给出程度性的描述。如把“大、小、多、少、强、弱、高、低”等模糊程度词以及“较、很、非常、极”等模糊语气助词加在某个概念上,就构成了对系统性能的模糊性描述,例如“较可靠”、“可靠性非常高”等。此时用基于二值逻辑的普通可靠性理论进行系统评价也是非常困难的。

要解决上述问题,必须借助于模糊数学的有关理论和概念,建立新的可靠性观念和方法,以便扩展可靠性理论的应用范围。为此,本文拟作一些初步尝试,将普通可靠性意义下的清晰功能推广到模糊功能,从而建立起相应的若干基本概念和常用指标的数学表达式。

2 模糊可靠性的基本概念

2.1 模糊可靠性

普通可靠性是指产品在规定的条件下和规定的时间内完成规定功能的能力。在这里,“规定的条件”和“规定功能”分别反映了系统的外部环境和内部性能,两者的综合体现为系统所处的状态,所谓“完成规定功能”即是指产品性能指标值落在清晰的性能指标标准范围内,“规定功能”即“标准范围”。然而,在实际问题中,经常遇到难以精确刻划的功能,这一方面表现为状态边界不易确定,另一方面也反映了实际问题的复杂性,外部环境的难控性以及信息不完全性等。为此,需对可靠性这一概念进行模糊化处理,引入模糊可靠性概念。

定义1 产品(系统)在规定的条件下和规定的时间内,保持一定性能水平或在某种程度上完成规定功能的能力,称为产品的模糊可靠性。

2.2 模糊功能

模糊可靠性理论的一个最重要的突破,就是把“规定功能”由清晰转化为模糊,即把“标准范围”由清晰转化为模糊。

定义2 用“某种程度”模糊化了的产品“功能”,称为模糊功能。

若将模糊可靠性定义中“程度”的前缀词“某种”用“大”和“小”两个单词表示, 则得两个表示模糊功能的模糊子集:

“大程度上完成规定功能”;

“小程度上完成规定功能”。

至于进一步区分“大”和“小”的各种程度, 就要借助于模糊数学中的语气算子、余集概念和语言值的运算规则, 本文不再赘述。

2.3 模糊故障(失效)

普通可靠性中的故障, 是指产品丧失规定的功能。对于不可修复的产品, 在出现故障后即报废, 故又称为失效。一般情况下, 故障可分为功能故障和参数故障。功能故障是指产品不能完成自己的功能, 而参数故障是指产品的参数超出或达不到技术条件的规定值。

事实上, 不同程度的故障对产品性能的影响各不相同, 而且排除它们的难易程度也不一样。因此, 在多数场合, 不分故障的程度而一般地谈论“故障”是不够的。为此, 下面给出模糊故障的定义。

定义3 产品在某种程度上丧失规定的功能, 称为模糊故障。对不可修复的产品而言, 则称为模糊失效。

与模糊功能一样, 可将模糊故障定义中的“某种”用“大”和“小”表示, 则得到两类模糊故障:

大故障: 产品在大程度上丧失规定功能;

小故障: 产品在小程度上丧失规定功能。

借助于语气算子, 可将模糊故障分为八种类型: 特(极)大故障、重(很)大故障、大故障、较大故障、较小故障、小故障、很小故障、极(微)小故障。

3 模糊可靠性的常用指标

3.1 模糊可靠度 $\underline{R}(A_i)$

定义4 产品在规定的条件下和规定的时间内, 在某种程度上完成规定功能的概率, 称为产品的模糊可靠度, 记为 $\underline{R}(A_i)$, 简记为 \underline{R} 。其中 A_i 表示所要讨论的某一模糊功能子集。

如用 A 表示普通可靠性定义中“产品在规定的条件下和规定的时间内, 完成规定功能”这一普通事件, 用 A_1, A_2, \dots, A_n 分别表示各个模糊功能子集所代表的模糊事件, 显然, A 在不同程度上分别隶属于 A_1, A_2, \dots, A_n 。由模糊可靠度定义知: 模糊可靠度不是 $P\{A_i\}$, 而是“ A 与 A_i 同时出现的概率”。

由模糊条件概率的定义可知

$$P\{A_i|A\} = \frac{P\{AA_i\}}{P\{A\}} \quad (1)$$

根据普通可靠度 R 和模糊可靠度 \underline{R} 的定义得

$$P\{A\} = R \quad (2)$$

$$P\{\underline{A}\underline{A}_i\} = \underline{R} \quad (3)$$

由(1)和(2)、(3)式可得

$$\underline{R} = p\{\underline{A}_i|\underline{A}\}\underline{R} \quad (4)$$

由隶属函数和模糊条件概率的定义可知,隶属函数 $\mu_{\underline{A}_i}(A)$ 在此可理解为模糊条件概率 $P\{\underline{A}_i|\underline{A}\}$, 而 \underline{A} 出现的机会又是用其概率 \underline{R} 表示的, 因此, $P\{\underline{A}_i|\underline{A}\}$, 可用 $\mu_{\underline{A}_i}(\underline{R})$ 表示, 于是有

$$\underline{R} = \mu_{\underline{A}_i}(\underline{R})\underline{R} \quad (5)$$

(5)式就是模糊可靠度和普通可靠度的关系式, 其中 $\mu_{\underline{A}_i}(\underline{R})$ 称为模糊化因子。从(5)式可以看出, 离开了模糊功能 \underline{A}_i 而谈模糊可靠度 \underline{R} 是毫无意义的, 而且即使 \underline{R} 一定, 但 \underline{R} 却随着所讨论的 \underline{A}_i 的不同而不同, 即 \underline{R} 随着功能的模糊化程度不同而不同。

3.2 模糊故障率 $\underline{\lambda}(\underline{A}_i)$

定义5 产品工作到某时刻 t 后, 在单位时间内发生模糊故障的概率, 称为产品的模糊故障率, 记为 $\underline{\lambda}(\underline{A}_i)$, 简记为 $\underline{\lambda}$ 。

设 \underline{B}_1 表示“产品在 $[0, t]$ 内无模糊故障”, \underline{B}_2 表示“产品在 $(t, t+\Delta t)$ 内发生模糊故障”, 则由模糊条件概率的定义得

$$P\{\underline{B}_2|\underline{B}_1\} = \frac{P\{\underline{B}_1|\underline{B}_2\}}{P\{\underline{B}_1\}} \quad (6)$$

设 \underline{T} 为产品无模糊故障的工作时间, 则

$$\underline{B}_1\{T > t\} \quad (7)$$

$$\underline{B}_2 = \{t < T \leq t + \Delta t\} \quad (8)$$

$$\underline{B}_2|\underline{B}_1 = \{t < T \leq t + \Delta t | T > t\} \quad (9)$$

$$\underline{B}_1 \underline{B}_2 = \{t < T \leq t + \Delta t, T > t\} \quad (10)$$

将(7)和(10)式代入(6)式得

$$\begin{aligned} P\{\underline{B}_2|\underline{B}_1\} &= \frac{P[\{t < T \leq t + \Delta t\}, \{T > t\}]}{P\{T > t\}} \\ &= \frac{p\{t < T \leq t + \Delta t\}}{P\{T > t\}} \\ &= \frac{P\{T \leq t + \Delta t\} - P\{T \leq t\}}{P\{T > t\}} \\ &= \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{\underline{R}} \end{aligned} \quad (11)$$

式中, $\underline{F}(t)$ 为产品的模糊寿命分布函数, 即模糊失效分布函数或模糊不可靠度, 将其定义为

$$\underline{F}(t) \triangleq P\{T \leq t\} = 1 - P\{T > t\} = 1 - \underline{R} \quad (12)$$

产品在时刻 t 的模糊故障率 $\underline{\lambda}$ 为

$$\begin{aligned}\lambda &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P\{\underline{B}_2 | \underline{B}_1\}}{\Delta t} \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{\Delta t} \cdot \frac{1}{\underline{R}} \\ &= \frac{F'(t)}{\underline{R}}\end{aligned}$$

将 (12) 式代入上式得

$$\lambda = - \frac{dR}{R dt} \quad (13)$$

将 (5) 式代入 (13) 式得

$$\begin{aligned}\lambda &= - \frac{d[\mu_{A_i}(R)R]}{\mu_{A_i}(R)R dt} \\ &= \frac{-R d\mu_{A_i}(R) - \mu_{A_i}(R) dR}{\mu_{A_i}(R)R dt} \\ &= - \frac{d\mu_{A_i}(R)}{\mu_{A_i}(R) dt} - \frac{dR}{R dt} \\ &= \lambda - \frac{d\mu_{A_i}(R)}{\mu_{A_i}(R) dt}\end{aligned} \quad (14)$$

由上式可以看出，与模糊可靠度一样，模糊故障率也具有很强的针对性。

由 (13) 式得

$$- \frac{dR}{R} = \lambda dt$$

在 $[0, t]$ 区间积分上式，得

$$-\ln R = \int_0^t \lambda dt$$

则有

$$R = e^{-\int_0^t \lambda dt} \quad (15)$$

3.3 模糊平均寿命 $\widetilde{MTTF}(A_i)$

定义 6 产品无某类模糊故障工作时间的数学期望，称为产品关于该类模糊故障的模糊平均寿命，记为 $\widetilde{MTTF}(A_i)$ ，简记为 \widetilde{MTTF} 。

由数学期望的定义知

$$\widetilde{MTTF} = \int_0^{\infty} t \left(\frac{dF(t)}{dt} \right) dt$$

$$\begin{aligned}
 &= \int_0^{\infty} t \left\{ \frac{d(1-R)}{dt} \right\} dt \\
 &= - \int_0^{\infty} t dR \\
 &= \int_0^{\infty} R dt
 \end{aligned} \tag{16}$$

将(15)式代入(16)式得

$$\widetilde{MTTF} = \int_0^{\infty} R dt = \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt$$

当 λ 为常数时,有

$$\widetilde{MTTF} = \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda} \tag{17}$$

由上式可知,模糊平均寿命与模糊故障率互为倒数。故模糊可靠度又可表示为

$$\widetilde{R} = e^{-\lambda \widetilde{MTTF}}$$

显然,与模糊可靠度一样,模糊平均寿命也具有很强的针对性。

4 结束语

本文所讨论的模糊可靠性,只是在模糊功能意义下对普通可靠性的一种拓广。其基本概念中所涉及的概率,既可以是精确的数值(普通概率),也可以是语言值(语言概念),但其指标只讨论了与模糊事件的普通概率所对应的,至于与普通事件的语言概率、模糊事件的语言概率相应的模糊可靠性指标尚待进一步探讨。

参 考 文 献

- [1] Onisawa T.: Fuzzy Theory in Reliability Analysis, Fuzzy Sets and Systems, 1989, 29 (2): 250~251
- [2] Zadeh L. A.: Fuzzy Sets as a Basis for a Theory of Possibility, Fuzzy Sets and Systems, 1978, 1 (1): 3~28
- [3] Zadeh L. A.: The Concept of a Linguistic Variable and its Application to Approximate Reasoning - I, Information Science, 1975, 8 (3): 199~249; - II, 8 (4): 301~357; - III, 9: 43~80
- [4] Li Tingjie, Gao He: Fuzzy Reliability, BUSEFAL, 1988, (35): 158~167
- [5] Huang Hongzhong: Fuzzy Reliability Analysis of Resisting Fracture of Mechanical Structures, Proc. of BICRMS'92, 1992
- [6] 黄洪钟. 机械强度的模糊可靠性设计. 机械设计与制造, 1991; (1): 14~17
- [7] 黄洪钟. 同时考虑模糊性和随机性时的系统可靠性分析方法. 机械强度, 1992; (3): 11~13

- [8] 黄洪钟. 机械系统的模糊—随机可靠性. 西南交通大学学报, 1992; (5): 108~113
- [9] 水本雅晴. 模糊数学及其应用. 北京: 科学出版社, 1986
- [10] 黄洪钟. 关于机械系统模糊—随机可靠性理论的研究. 机械科学与技术, 1992; (1): 6~11

Research on the Reliability Analysis Method in the Presence of Fuzziness Attached to the Function

Huang Hongzhong

ABSTRACT

This paper discusses the background of fuzzy reliability, defines the basic concepts of fuzzy reliability under the fuzzy function condition, and then develops the expressions of major indexes used in fuzzy reliability analysis.

Key words: Fuzzy reliability; Fuzzy function; Fuzzy failure; Fuzzy failure rate