

道碴厚度对轨道结构的影响

宋功河 圣小珍 雷晓燕

(土木工程系)

摘要 建立了车轮—轨道—道碴为一体的有限元动力计算模型. 在这个计算模型中, 钢轨被离散成平面梁单元, 道碴是作为附加自由度包含在梁单元中. 这种处理方法, 使得作为附加自由度的道碴可在单元水平上进行刚度、阻尼和质量的迭加从而极大地降低了总刚度矩阵的带宽. 作为实际应用的例子, 文章对不同道碴厚度条件下, 轨道结构的动力响应进行了分析, 获得了一些初步结论.

关键词 道碴; 轨道结构

分类号 U 212. 2

0 引言

道床是轨道结构的重要组成部分. 它作为轨排基础具有以下功用^[1]: 将列车荷载以大大减小了的单位压力均布于路基面上, 起着保护路基的作用; 提供抵抗轨排纵横向位移的阻力, 保护轨道的正确几何形状; 具有缓冲和减振的弹性特征, 以及具有良好的排水性能等特点. 国内外对道碴的研究十分重视, 进行了大量的工作. 但多侧重于试验研究. 近几十年来, 尽管有许多轨道结构计算模型中考虑了道碴的影响^[2~5], 但研究还不深入. 本文建立了车轮—轨道—道碴为一体的有限元动力计算模型, 在这个计算模型中, 钢轨被离散成平面梁单元, 道碴是作为附加自由度包含在梁单元中. 这种处理方法, 使得作为附加自由度的道碴可在单元水平上进行刚度、阻尼和质量的迭加从而极大地降低了总刚度矩阵的带宽. 作为模型的应用, 文章对 60kg/m 轨道结构不同道碴厚度条件下, 轨道结构的动力响应进行了分析, 得到了一些初步结论.

1 基本假设与计算模型

为了简化计算, 本文仅考虑轮轨竖向动力效应和纵向动力效应^[7], 略去横向力的作用. 在建立计算模型时, 采用以下基本假设:

- (1) 机车和车辆悬挂系统簧上簧下质量的点头振动和沉浮振动略去不计, 而将其质量集中在各个轮对上;
- (2) 由于将机车和车辆的质量集中在轮对中, 可以选取整个列车长度为计算对象;
- (3) 将钢轨视为支承在弹性支座上的长梁, 梁与梁之间通过钢轨接头连接, 轨下垫层和

枕下道床的支承弹性及阻尼分别用等效的弹性系数 k_{x1}, k_{y1} 和阻尼系数 c_{x1}, c_{y1} 表示; (4) 轨枕质量作为集中质量处理, 施加于各支座节点上; (5) 道碴的质量简化为集中质量并仅考虑竖向振动效应, 道碴下路基的支承弹性和阻尼分别用 k_{y2} 和 c_{y2} 表示; (6) 两支座间的钢轨及钢轨接头简化成梁单元, 作为钢轨接头的梁单元采用较小的抗弯刚度.

车轮 - 轨道 - 道碴为一体的有限元动力计算模型如图 1 所示.

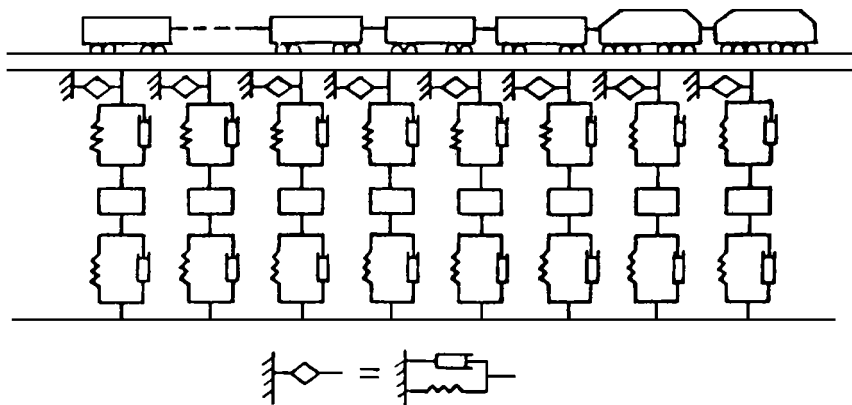


图 1 车轮 - 轨道 - 道碴为一体的有限元动力计算模型

2 轨道结构的广义梁单元理论

为了便于计算程序的设计和减小总刚度矩阵的带宽, 本文将道碴的竖向振动自由度归类到梁单元的结点自由度中, 使得原来结点自由度数为 3 的梁单元变成结点自由度为 4 的广义梁单元, 如图 2 所示. 这时, 单元的结点位移和结点力记为

$$\{a\} = \{u_1 \ v_1 \ \theta \ v_1^* \ u_2 \ v_2 \ \theta \ v_2^*\}^T, \quad \{F\} = \{U_1 \ V_1 \ M_1 \ V_1^* \ U_2 \ V_2 \ M_2 \ V_2^*\}^T.$$

2.1 单元刚度矩阵

在广义坐标系中, 梁单元的刚度矩阵扩大成

$$[k_b]^e = \begin{pmatrix} EA/l & 0 & 0 & 0 & -EA/l & 0 & 0 & 0 \\ & 12EI/l^3 & -6EI/l^2 & 0 & 0 & -12EI/l^3 & -6EI/l^2 & 0 \\ & & 4EI/l & 0 & 0 & 6EI/l^2 & 2EI/l & 0 \\ & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & EA/l & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & 12EI/l^3 & 6EI/l^2 & 0 \\ & & & & & & 4EI/l & 0 \\ & & & & & & & 0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

称

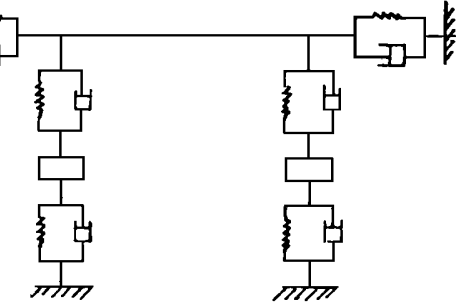


图 2 轨道结构广义梁单元模型

在轨道结构广义梁单元模型中,除式(1)由钢轨应变能产生的刚度外,还需考虑由支承弹性产生的刚度.

假充弹性力正比于结点位移,由图 2 可得

$$\begin{cases} U_{ie} = k_{x1}u_i, \\ V_{ie} = k_{y1}(v_i - v_i^*), \\ M_{ie} = 0, \\ V_{ie}^* = -k_{y1}(v_i - v_i^*) + k_{y2}v_i^*. \end{cases} \quad (i = 1, 2) \quad (2)$$

写成矩阵的形式有

$$\{F_e\} = [k_e]^e \{\alpha\}, \quad (3)$$

其中, $\{F_e\}$ 为广义梁单元弹性力向量, $[k_e]^e$ 为由支承弹性能产生的单元刚度矩阵

$$[k_e]^e = \begin{pmatrix} k_{x1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & k_{y1} & 0 & -k_{y1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & k_{y1} + k_{y2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 对 & & & & k_{x1} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & k_{y1} & 0 & -k_{y1} \\ & & & & & & 0 & 0 \\ & & & & & & & k_{y1} + k_{y2} \end{pmatrix}. \quad (4)$$

称

由式(1),(4)可得轨道结构广义梁单元的刚度矩阵为 $[k]^e = [k_b]^e + [k_e]^e$. (5)

2.2 单元质量矩阵

在广义坐标系中,梁单元一致质量矩阵扩大为

$$[M_b]^e = \frac{\rho A l}{420} \begin{pmatrix} 140 & 0 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 & 0 \\ & 156 & -22l & 0 & 0 & 54 & 13l & 0 \\ & & 4l^2 & 0 & 0 & -13l & -3l^2 & 0 \\ 对 & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & 140 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & 称 & 156 & 22l \\ & & & & & & & 4l^2 \\ & & & & & & & 0 \\ & & & & & & & 0 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

轨道结构的质量矩阵除了考虑钢轨的质量外,还要计及轨枕和道碴的质量.根据基本假设(4)、(5),分别将轨枕和道碴的质量作为集中质量施加于单元和附加自由度上,即

$$[M_p]^e = \begin{pmatrix} m_p & & & & & & & 0 \\ & m_p & & & & & & \\ & & 0 & & & & & \\ & & & m_d & & & & \\ & & & & m_p & & & \\ & & & & & m_p & & \\ & & & & & & 0 & \\ 0 & & & & & & & m_d \end{pmatrix} \quad (7)$$

其中 m_p 、 m_d 分别为三分之一的轨枕质量和相邻两枕间道碴质量的一半.

由上述两式可得到轨道结构的质量矩阵为 $[M]^e = [M_b]^e + [M_p]^e$. (8)

2.3 单元阻尼矩阵

在梁单元理论中,常将阻尼矩阵表示为 $[C_b]^e = \alpha[M_b]^e + \beta[k_b]^e$. (9)

这种阻尼称为比例阻尼或振型阻尼, α β 为阻尼系数,与阻尼比和系统的固有频率有关.

如同与讨论轨道结构的单元刚度矩阵一样,轨道结构除了上述由钢轨引起的比例阻尼外,还应考虑由支承体产生的阻尼.

由图 2 可以得到支承体产生的阻尼力为

$$\begin{cases} U_{i0} = c_{x1}u_i, \\ V_{i0} = c_{y1}(v_i - v_i^*), \\ M_{i0} = 0, \\ V_{i0}^* = -c_{y1}(v_i - v_i^*) + c_{y2}v_i^*. \end{cases} \quad (i = 1, 2) \quad (10)$$

写成矩阵的形式则有 $[F_D]^e = [C_D]^e \{a\}$. (11)

其中, $[F_D]^e$ 为广义梁单元阻尼力向量, $[C_D]^e$ 为阻尼力系数矩阵,在广义坐标系中

$$[C_D]^e = \begin{pmatrix} c_{x1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & c_{y1} & 0 & -c_{y1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & \text{对} & c_{y1} + c_{y2} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & c_{x1} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & c_{y1} & 0 & -c_{y1} \\ & & & & & & & 0 & 0 \\ & & & & & & & & c_{y1} + c_{y2} \end{pmatrix}. \quad (12)$$

由式(9), (12) 得到轨道结构广义梁单元的阻尼矩阵为

$$[C]^e = [C_b]^e + [C_D]^e. \quad (13)$$

2.4 单元等效结点荷载向量

在轨道结构振动分析中,我们考虑由轮载引起的竖向集中力和由牵引和制动引起的纵向力,分别用 p_x 和 p_y 表示,如图 3 所示.

由竖向和纵向集中力引起的等效结点荷载向量为

$$\{Q\} = \begin{Bmatrix} \frac{b}{l}p_x & -\frac{p_y b^2}{l^3}(l+2a) & \frac{p_y a b^2}{l^2} & 0 \\ \frac{a}{l}p_x & -\frac{p_y a^2}{l^3}(l+2b) & -\frac{p_y a^2 b}{l^2} & 0 \end{Bmatrix} \quad (14)$$

2.5 轨道结构振动有限元方程

由 Hamilton 原理可得动力问题的有限元方程为

$$[M]\{a\} + [c]\{a\} + [k]\{a\} = \{Q\}, \quad (15)$$

其中 $[M] = \sum_e [M]^e$, $[c] = \sum_e [c]^e$, $[k] = \sum_e [k]^e$. 分别是单元的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵.

方程(15) 是二阶常微分方程组,原则上可利用常微分方程组的常用求解方法(例如 Runge-kutta 方法).但是在有限元动力分析中,因为矩阵阶数很高,用这些常用算法一般是不经济的.国内采用 Newmark 数值积分法^[6]. Newmark 方法采用下列假设^[6].

$$\{a_{t+\Delta t}\} = \{a_t\} + [(1 - \delta)\{a_t\} + \delta\{a_{t+\Delta t}\}]\Delta t, \quad (16)$$

$$\{a_{t+\Delta t}\} = \{a_t\} + \{a_t\}\Delta t + [(\frac{1}{2} - r)\{a_t\} + r\{a_{t+\Delta t}\}]\Delta t^2. \quad (17)$$

时间 $t + \Delta t$ 的位移解答 $\{a_{t+\Delta t}\}$ 是通过满足时间 $t + \Delta t$ 的轍的运动方程

$$[M]\{a_{t+\Delta t}\} + [c]\{a_{t+\Delta t}\} + [k]\{a_{t+\Delta t}\} = \{Q_{t+\Delta t}\} \quad (18)$$

而得到的.

将式 (16)、(17) 代入式 (18) 中, 则得到从 $\{a_t\}$ 、 $\{a_t\}$ 计算 $\{a_{t+\Delta t}\}$ 的公式

$$([k] + \frac{1}{r\Delta t^2}[M] + \frac{\delta}{r\Delta t}[c])\{a_{t+\Delta t}\} = \{Q_{t+\Delta t}\} + [M][\frac{1}{r\Delta t^2}\{a_t\} + \frac{1}{r\Delta t}\{a_t\} + (\frac{1}{2r} - 1)\{a_t\}] + [c][\frac{\delta}{r\Delta t}\{a_t\} + (\frac{\delta}{r} - 1)\{a_t\}] + (\frac{\delta}{2r} - 1)\Delta t\{a_t\} \quad (19)$$

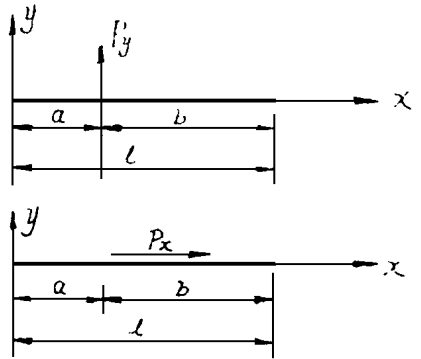


图 3 竖向和纵向集中力引起的结点荷载

3 道碴厚度对轨道结构的影响

对上述理论, 我们编制了计算程序, 并利用具有解析解的算例对程序进行了考核.

作为应用实例, 分别对不同道碴厚度情况下列车对轨道结构的影响进行了动力分析.

考虑旅客列车的情况, 列车编组为一台 ND5 内燃机车, 牵挂十四节车箱. 线路为 60kg/m 无缝钢轨, 每公里轨枕根数 1760 根. 计算参数为: 钢轨截面积 $A = 0.7708 \times 10^{-2} \text{m}^2$, 惯性矩 $I = 0.3203 \times 10^{-4} \text{m}^4$, 弹性模量 $E = 2.1 \times 10^{11} \text{N/m}^2$, 钢轨密度 $\rho = 7.83 \times 10^3 \text{kg/m}^3$, 支承弹性系数 $k_{x1} = k_{y1} = 6 \times 10^7 \text{N/m}$, $k_{y2} = 1.5 \times 10^7 \text{N/m}$; 支承阻尼系数 $c_{x1} = c_{y1} = 4.6 \times 10^4 \text{N} \cdot \text{s/m}$, $c_{y2} = 9000 \text{N} \cdot \text{s/m}$; 混凝土轨枕质量为 250kg. 考虑三种不同的道碴厚度: $H_1 = 30 \text{cm}$, $H_2 = 60 \text{cm}$, $H_3 = 100 \text{cm}$.

线路计算长度为 $l = 285 \text{m}$, 时间步长 $\Delta t = 0.002 \text{s}$, 比例阻尼系数 $\alpha = \beta = 0.0002$. Newmark 数值积分法中的参数取为 $\delta = 0.25$, $r = 0.5$, 列车运行速度 $v = 60 \text{km/h}$.

计算中将钢轨划分成 500 个单元, 501 个结点, 自由度数为 2004. 机车的轴重和纵向牵引力分别为 $p_y = -250 \text{kN}$, $p_x = -2.85 \text{kN}$. 车箱的轴重和纵向阻力分别为 $p_y = -195.5 \text{kN}$, $p_x = 0.3 \text{kN}$.

图 4 ~ 图 6 为 $H = 30 \text{cm}$ 、 60cm 、 100cm 三种道碴厚度时, 钢轨中央点竖向加速度对应的自谱.

由于不考虑列车悬挂系统的影响, 列车在轨道上行驶时, 相当于一列互相平行的移动荷载使轨道结构作强迫振动. 从加速度时域曲线可知(因篇幅所限, 图略), 当列车驶近测点时, 测点的响应曲线近似为振幅按指数增加的正弦曲线, 其振动频率与道碴厚度之间的关系为

$$H = 30 \text{cm}, f = 33.8 \text{Hz}; H = 60 \text{cm}, f = 35.42 \text{Hz}; H = 100 \text{cm}, f = 36.83 \text{Hz}.$$

当列车通过测点时, 测点的响应曲线为稳态的周期运动, 其周期为一节车箱通过测点所要的时间. 显然该周期与道碴厚度无关. 当列车驶离测点很远时, 测点的响应为按指数衰减的振动曲

线,说明主要是轨道结构的自由振动部分.自由振动的频率与道碴厚度之间的关系为

$$H = 30\text{cm}, f = 54.4\text{Hz}; H = 60\text{cm}, f = 25.89\text{Hz}; H = 100\text{cm}, f = 24.52\text{Hz}.$$

由此看出,增加道碴厚度使得自由振动频率降低.这是由于道碴厚度增加引起参振质量增加的原因^[8].

从自由衰减曲线可以算出轨道结构一阶模态所对应的阻尼比与道碴厚度的关系如下:^[9]

$$H = 30\text{cm}, \xi = 0.0013; H = 60\text{cm}, \xi = 0.03; H = 100\text{cm}, \xi = 0.03.$$

由加速度时域曲线可以得到最大加速度响应与道碴厚度之间的关系:

$$H = 30\text{cm}, a_{\max} = 1.147\text{m/s}^2; H = 60\text{cm}, a_{\max} = 0.8184\text{m/s}^2; H = 100\text{cm}, a_{\max} = 0.873\text{m/s}^2.$$

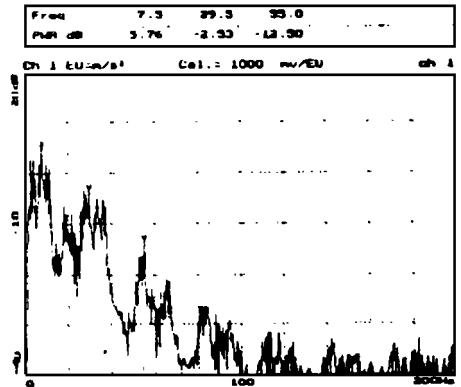


图4 $H = 30\text{cm}$ 自功率谱

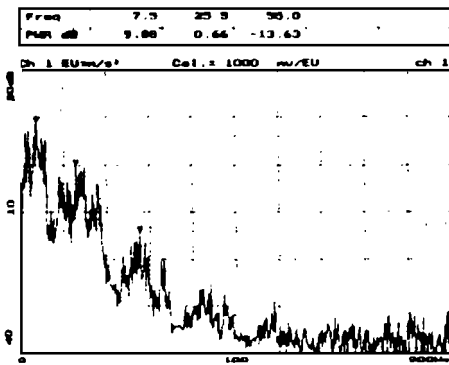


图5 $H = 60\text{cm}$ 自功率谱

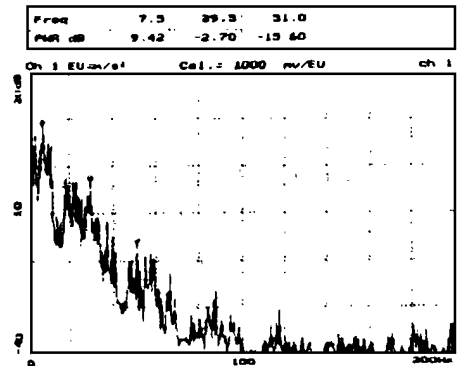


图6 $H = 100\text{cm}$ 自功率谱

图4~图6自功率谱曲线说明响应中的主要能量集中在7.5Hz, 29.5Hz, 55Hz附近,即轨道结构响应中的能量集中在55Hz以下的低频部分.

上述分析说明道碴厚度的改变对自由振动频率、阻尼比系数和最大加速度均有影响.但当厚度增加到60cm以上时,影响甚微.铁路轨道结构规范规定正常线路条件下道碴的厚度为30~60cm是适宜的.另外,轨道结构振动主要是低频部分起作用.

参 考 文 献

- 1 上海铁道学院主编. 铁路轨道及路基. 北京: 中国铁道出版社, 1979
- 2 kerr D A. 轨道力学及轨道工程(中译本). 北京: 中国铁道出版社, 1983
- 3 童大坝等. 铁路轨道. 北京: 中国铁道出版社, 1990
- 4 王午生, 雷晓燕. 道床应力的半解析法分析. 上海铁道学院学报, 1985, 6(1)
- 5 雷晓燕. 道床极限承载力的有限元分析. 铁道学报, 1992, 14(1)

参 考 文 献

- 1 梁钟琪. 土力学及路基. 北京: 中国铁道出版社, 1980
- 2 张炳华, 候昶. 土建结构优化设计. 上海: 同济大学出版社, 1988

Optimum Analysis of Slope Stability

Qing Ming

(Department of Civil Engineering)

Abstract Slice method is an essential method to analyse simple slope stability. It usually calculates many times in order to get the safety factor K . In this paper, it is expressed the faction of cir centre coordinates of slip circle. According to the faction, the restrain is made. By optimum theory, the minime K is obtained. The program is made in PC calculator. Using esamples the program is examined.

Key words Slope stability; Slice method; Optimum

(上接第48页)

- 6 王勳成, 邵敏. 有限单元法基本原理与数值方法. 北京: 清华大学出版社, 1988
- 7 管天保, 雷晓燕, 吴祖荣. 列车通过时轨道结构振动分析. 华东交通大学学报, 1994, 11 (3): 40~52
- 8 郑兆昌. 机械振动 (上册). 北京: 机械工业出版社, 1980
- 9 付志方. 振动模态分析与参数设别. 北京: 机械工业出版社, 1990

Effects of Ballast Thickness on Rail Track Structure

Song Gonghe Sheng Xiaozheng Lei Xiaoyan

(Department of Civil Engineering)

Abstract A dynamic finite element model for system of wheel-rail-ballast is proposed in the paper. In this computational model, the rails are discretized into plane beam elements in which the ballast is considered as additional degrees of freedom. This treatment makes it possible for us to assemble the stiffness, damp and mass of the ballast on the element level, which greatly reduces the band width of the total stiffness matrix. As an application example, the dynamic responses of rail track structure with different ballast thickness are analyzed and some preliminary conclusions are obtained.

Key words Ballast; Rail track structure