

电磁系统动态特性的分析

郑晓芳

(电气工程系)

摘要 介绍了用数值计算方法计算电磁系统动态特性的原理与方法,并开发了一套电算程序,利用该程序可以简便、准确地计算出电磁系统的动态特性。

关键词 电磁系统;动态特性;数值计算;有限元

分类号 TM502

0 引言

在开关电器中常采用电磁铁作为驱动元件来带动触头分合或其它负载作功。在电器的工程设计以及一般的教学参考书中,通常是按照驱动电磁铁的静态吸力特性来判断其工作特性的,它一般要求衔铁在全部行程范围内静吸力特性大于负载反力特性。它固然可以判断电磁系统在一定的激磁电压或电流下能否可靠地动作或释放,但它却未能真实地反映电磁系统的实际状况。实际上电器的接通过程并不是决定于静态特性而是动态特性,也即随时间变化的工作过程。

由于在电磁铁的吸合过程中,许多问题是热、光、电、化等物化现象交织在一起,在同一零部件上需同时满足电磁、热和机械性能的要求,这样对建立准确的数学模型带来不少问题,同时对利用电子计算机在电器领域内进行数值分析计算也带来不少困难。因此现在电器数值分析所涉及的问题还十分有限,本文仅对电磁系统的动态特性作些数值分析计算。

1 电器动态微分方程组

在一般的情况下,电器接通时的动态过程可由以下一些非线性的微分方程组来表达。

1.1 电路方程式

电磁铁线圈回路的方程式为:

$$u = iR + \frac{d\psi}{dt}$$

其中: u —— 电源电压; i —— 线圈电流; R —— 回路电阻; x —— 行程;

ψ —— 磁系统磁链,且 $\psi = f(i, x)$ 。

1.2 运动方程式

电器运动部分的位移方程式为:

$$F = m \frac{d^2x}{dt^2} + F_f(x) + F_f\left(\frac{dx}{dt}\right)$$

其中: F ——电磁吸力; m ——运动部分的质量; $F_f(x)$ ——与运动部分的位移有关的反作用力; $F_f\left(\frac{dx}{dt}\right)$ ——与运动部分的速度有关的反作用力。

1.3 吸力方程式

电磁铁的吸力方程式为: $F = f(i, x)$.

1.4 触头振动方程式

电器动触头在振动时的位移方程式为:

$$x_k = f(v_k, \epsilon, c_x, x_x, m_k),$$

其中: x_k ——动触头位移; v_k ——动触头碰撞前速度; ϵ ——动触头速度恢复系数;
 c_x ——触头弹簧刚度; x_x ——触头弹簧预压缩量; m_k ——动触头的归算质量。

以上方程虽能描述电磁系统的动态过程,但由于电磁系统的磁化曲线和吸力方程是非线性的,上述方程组不可能用严密的解析法求解。为此在下文中将探讨已知运动部分的归算质量和反作用力特性时电磁铁的动态特性计算。

2 动态微分方程组的数值解法

2.1 方程的标准化

电磁系统的动态特性微分方程可写为:

$$\begin{cases} u = iR + \frac{d\psi}{dt} \\ m \frac{d^2x}{dt^2} = F - F_f \\ \psi = L(i, x) \\ i = \psi(t, x) \\ F = F(i, x) \\ F_f = F_f(x) \end{cases} \quad (1)$$

方程组(1)是二阶非线性微分方程。龙格-库塔法是解微分方程组的一种常用数值方法,它对解电器的动态特性微分方程组较为有效。应用龙格-库塔法需将微分方程组转化成一阶导数的方程组形式,为此将方程组(1)作些变换。

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{d(Li)}{dt} = i \frac{dL}{dt} + L \frac{di}{dt},$$

将其代入电路方程并整理可得

$$\frac{di}{dt} = \frac{u - iR}{L} - \frac{i}{L} \frac{dL}{dt}.$$

运动方程式可写作

$$\begin{cases} m \frac{dv}{dt} = F - F_f, \\ v = \frac{dx}{dt}. \end{cases}$$

取自变量为 t, i, v, x , 即取

$$Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ Y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t \\ i \\ v \\ x \end{bmatrix}, \quad \text{一阶导数为 } Y' = \begin{bmatrix} \frac{dt}{dt} \\ \frac{di}{dt} \\ \frac{dv}{dt} \\ \frac{dx}{dt} \end{bmatrix},$$

则原方程组(1)可化成以下标准的一阶联立微分方程组(2)

$$\begin{cases} \frac{dt}{dt} = 1 \\ \frac{di}{dt} = \frac{u - iR}{L} - \frac{i}{L} \frac{dL}{dt} \\ \frac{dv}{dt} = \frac{1}{m} (F - F_f) \\ \frac{dx}{dt} = v \end{cases} \quad (2)$$

在这联立微分方程组中,还不能直接求解,还需计算出 L 及 F 的数值. L 不仅是 x 的函数,而且与激磁电流 i 有关,它可用有限元法求解. 现假设激磁电流为 i , 衔铁位置为 x , 则磁场能量为:

$$W = \frac{1}{2} Li^2, \quad \text{则 } L = \frac{2W}{i^2}$$

由此可见,需先用有限元法求出磁场 B 的离散值,才可计算出磁场能量 W . 同样电磁吸力 F 亦是 x 及 i 的函数,它也必需先计算出磁场 B 的离散值,才可计算出 F , 由以上分析可知,计算 L 及 F 的关键在于计算出 B 值.

2.2 磁场 B 值的有限元法

恒定电流磁场的 Maxwell 方程为

$$\nabla \times H = J$$

引入磁矢位 A , 则 $B = \nabla \times A$

设介质方程为

$$H = \gamma B$$

对于非线性磁场则有 Curl curl equation 方程

$$\nabla \times \gamma \nabla \times A = J$$

对于双旋度方程有限元离散方程为 $3n$ 阶代数方程, 写成矩阵方程式为:

$$SA = F \quad (3)$$

式中 S 为系数矩阵

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{1n} \\ S_{21} & S_{22} & \cdots & S_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ S_{n1} & S_{n2} & \cdots & S_{nn} \end{bmatrix},$$

其中子阵 $S_{ij} = \gamma C_{ij} = \gamma \begin{bmatrix} C_{xx} & C_{xy} & C_{xz} \\ C_{yx} & C_{yy} & C_{yz} \\ C_{zx} & C_{zy} & C_{zz} \end{bmatrix} \quad (i, j = 1, 2, \dots, n)$

它是由各单元的 S_{ij} 迭加而成。

A 为磁矢位列阵

$$F = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_n \end{bmatrix} \quad \text{其中子阵} \quad A_i = \begin{bmatrix} A_{xi} \\ A_{yi} \\ A_{zi} \end{bmatrix} \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

F 为右端项列阵

$$F = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \vdots \\ F_n \end{bmatrix} \quad \text{其中子阵} \quad F_i = \begin{bmatrix} F_{xi} \\ F_{yi} \\ F_{zi} \end{bmatrix} \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

对于非线性方程(3)可以采用牛顿—拉斐松求解,其中迭代公式为:

$$A^{(q+1)} = A^{(q)} - [J^{(q)}]^{-1}[S^{(q)}A^{(q)} - F] \quad (4)$$

式中上标为迭代次数, J 为雅可比矩阵。首先将磁矢位 A 的初值置零,按式(4)逐次迭代求解,直至满足精度要求为止。其中单元体中的磁阻率 γ 和磁阻率对磁感应强度的导数 $\left(\frac{\partial \gamma}{\partial B}\right)$ 决定于单元中的磁感应强度 B 值,可由磁导体材料的磁化曲线用插值法求得。

3 计算机程序

电磁系统的动态过程通常分为触动阶段、运动阶段,描述这个过程可用方程组(2)来描述。方程组(2)在用有限元法求解出 B 值后,即可用四阶龙格—库塔法求解,整个过程采用

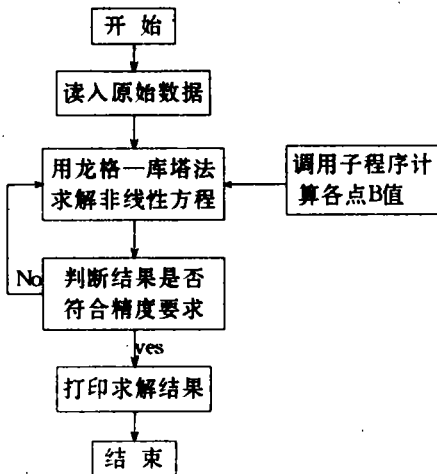


图1 程序流程图

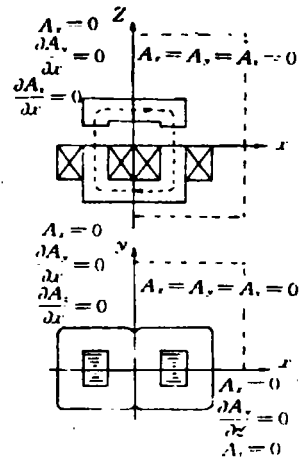


图2 1/4空间磁场区域及边界条件图

FORTRAN 语言编制电算程序。

在电磁铁通电后的触动阶段,只需求解方程组(2)的前2个方程,其初始条件为 $t=0$ 时 $i=0, L_0$ 按磁系统不饱和时的电感值计算。在运动阶段需将方程组(2)中的4个方程联立求解,其初始条件为 $v_0=0, x_0=0, i_0$ 取上一阶段的终值。

4 算 例

以CJ20—250交流接触器为例进行计算。首先用有限元法对接触器的U型磁系统进行计算,由于几何结构的对称性,只需计算1/4空间,磁场区域及边界条件如图2所示。采用四面体单元进行网格剖分。用矢量位有限元法即可解得磁场区域中每一节点磁矢位 A_x, A_y 和 A_z 值,及每一单元重心处的磁感应强度 B_x, B_y, B_z 的离散值,进而可求解出描述电磁系统动态过程的一阶微分方程组。图3即为交流接触器磁系统吸合时的动态特性曲线。

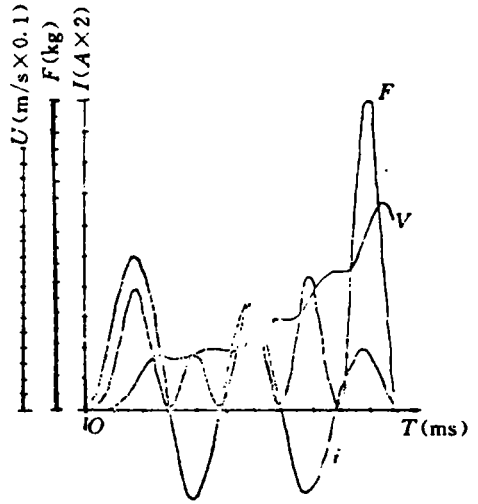


图3 交流接触器磁系统吸合时的动态特性曲线图

5 结束语

由以上分析可知,动特性考虑了电磁铁吸合过程中 i, B 的实际变化,而静吸力特性为了分析的简单对参数的变化作了许多假设,所以动特性比静特性更能反映工程实际。本文提出的动态微分方程组通用性强,适用于一般的电器产品分析,若产品的结构改变,只需对计算 B 值的子程序作适当的修改即可使用。在程序设计中由于磁矢位有三个分量,则离散后代数方程组为 $3n$ 阶,系数矩阵为 $9n^2$ 阶,这样所需的计算机内存容量和解题时间都较大。

参 考 文 献

- 1 王福明,贺正辉编. 应用数值计算方法. 北京:科学出版社,1992
- 2 郑晓芳. 电磁吸力的数值计算方法. 华东交通大学学报,1995,13(3):57~61
- 3 张冠生. 电器理论基础. 北京:机械工业出版社,1989

Analysis of Dynamic Performance of Electromagnetic System

Zheng Xiaofang

(Department of Electrical Engineering)

Abstract The computational principles and numerical methods for the dynamic performance of the electromagnetic system through numerical computation are discussed in this paper. In addition a computer program is presented and shown to calculate the dynamic performance of the electromagnetic system in a simple and accurate way.

Key words electromagnetic system; dynamic performance; numerical computation; finite element