第15卷第2期　　华东交通大学学报　　Vol. 15 No. 2
1998年6月　　Journal of East China Jiaotong University　　Jun. 1998

任意截面螺线管磁场的一种证明方法

黄世益

(基础课部)

摘　要　利用毕奥-萨伐尔定律，导出任意截面螺线管的磁场。

关键词　螺线管；电流元；对称性

分类号　O 441.2

0　引　言

在经典物理学的一些基本问题范围内，尚有一些问题至今还未给出充分的证明或证明方法较为复杂。寻求一些简便直观的方法给予充分的证明，这是很有实际意义的研究工作。在磁学的领域中，可以证明无限长螺线管的内部是均匀磁场，管外的磁场为零。但很少有人从理论上加以严格证明。在国内的资料中尚未见过这方面的论述文章。在国外，B·B·Dasgupta[1]和Victor Namias[2]分别在1984年和1985年对这类问题进行了研究，但他们借助于复杂的角积分和矢量运算与矢量积分的方法，其证明较为复杂。本文目的在于说明可以用简易直观的方法给出更为普遍的结论，并且对于具有任意截面柱形无限长螺线管同样成立。

1　电流元磁场的分析

本文考虑一个无限长的任意截面密绕螺线管，沿 Z 轴方向单位长度上的线圈匝数为 n，螺线管通以恒定电流 I，计算空间任意一点处 p 点的磁感应强度 $\boldsymbol{B}$。

由于磁感应强度满足矢量叠加原理，因此，可依据 Biot-Savart law 正确表示出电流元 $I\mathrm{d}\boldsymbol{l}$ 在 p 点产生的磁感应强度 $\mathrm{d}\boldsymbol{B}$。如何合理地建立起一个简单直观的坐标系是解决该类问题的关键。为了便于进行对称性分析，首先建立如图 1 所示的直观图(直观图是指将主要研究对象直观地表示在同一个平面上)。过 p 点作一平行于柱形母线的 Z 轴，使 $\mathrm{d}\boldsymbol{l}$ 线段中心点和 Z 轴组成的平面视为纸平面。依据 Biot-Savart law 有

$$\mathrm{d}\boldsymbol{B} = (\mu_0/4\pi)(I\mathrm{d}\boldsymbol{l} \times \hat{r}/r^2)。$$

为了分析问题的直观性，将 $\mathrm{d}\boldsymbol{B}$ 的方向标在图 1 上；$\mathrm{d}B$ 的大小为

$$\mathrm{d}B = (\mu_0/4\pi)(n\ I\ \mathrm{d}l\ \mathrm{d}z\ \sin\varphi/r^2)。$$

收稿日期 1997-11-11　　黄世益，男，1935 年生，教授。

其中 α 是 $\mathrm{d}\boldsymbol{l}$ 与 $\boldsymbol{r}$ 之间的夹角⒀考虑到对称性,则与 Z 轴垂直方向上的分量相互抵消⒀则有

$$\mathrm{d}B_z = \mathrm{d}B\cos\varphi = (\mu_0/4\pi)(n\,I\,\mathrm{d}l\,\mathrm{d}z\,\sin\alpha/r^2)\cos\varphi$$

根据叠加原理,则空间 p 点的磁感应强度 $\boldsymbol{B}$ 为

$$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{B}_z\,\hat{k} = \int \mathrm{d}\boldsymbol{B}_z\,\hat{k}$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty}\oint_l (\mu_0/4\pi)(n\,I\,\mathrm{d}l\,\mathrm{d}z/r^2)\sin\alpha\cos\varphi \tag{2}$$ ⒀

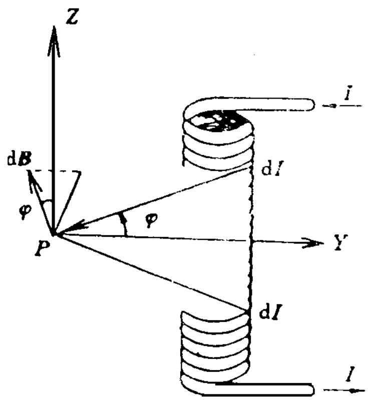

图 1　直观图

2　磁感应强度的计算

为了便于分析表达式中变量之间的关系,再建立起空间的立体图 2⒀在表达式(1) 中有五个变量,考虑到积分的方便起见,现将线量用角量来代替⒀

$$r^2 = R^2 + z^2 = R^2 + R^2\tan^2\varphi = R^2\sec^2\varphi,$$

$$z = R\tan\varphi, \qquad \mathrm{d}z = R\sec^2\varphi$$

从图 2 可知

$$\mathrm{d}l\sin\alpha' = R\,\mathrm{d}\theta$$ ⒀

经过上述的分析后,式(2) 可化为十分简洁的形式

$$\mathrm{d}B_z = (\mu_0/4\pi)\,n\,I\,\cos\varphi\,\mathrm{d}\varphi\,\mathrm{d}\theta,$$

$$\boldsymbol{B} = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\mu_0/4\pi)\,n\,I\,\cos\varphi\,\mathrm{d}\varphi \oint \mathrm{d}\theta\,\hat{k}$$

$$= (\mu_0\,n\,I/2\pi)\oint \mathrm{d}\theta\,\hat{k} \tag{3}$$ ⒀

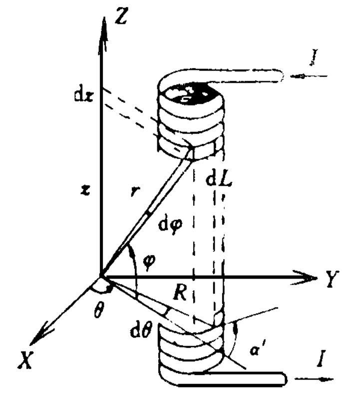

图 2　空间立体图

(1) 若 p 点位于螺线管内部,则有

$$\oint \mathrm{d}\theta = 2\pi, \qquad \boldsymbol{B} = \mu_0 nI\,\hat{k}$$ ⒀

(2) 若 p 点位于螺线管外部,则有

$$\oint \mathrm{d}\theta = 0, \qquad \boldsymbol{B} = 0$$ ⒀

注意: α 是一个变量但可用等效值 α' 代替⒀

3　结　论

在上述讨论中对螺线管的截面没有提出任何附加条件,因此其结论是普遍的;另外在证明过程中特别强调直观图象的构思和空间变量的合理选取,在解决问题的过程中采用直觉思维和抽象思维相结合的方法,这是一种可取的分析问题的科学方法19若有需要关于等效值的问题容后证明19.

(下转第53页)

Some Results about Signed Dominating Funcition of Graphs

Yu Chongzhi

(Adult Education College)

Abstract A two-valued function f defined on the vertices of a graph $G=(V,E)$, $f:V\longrightarrow\{+1,-1\}$, is a signed dominating function, such that for every $v\in V$, $f(N[v])\geqslant 1$. the weight of a signed dominating function is $f(V)=\sum_{v\in V}f(v)$. The signed domination number of a graph G, denoted $\gamma_s(G)$, equals the minimum weight of a signed dominating function. We give some properties of a minimum signed dominating function of G.

Key words graph; signed dominating function; signed domination number

---

(上接第49页)

参 考 文 献

1 B B Dasgupta. The magnetic field on an infinite solenoid. Am J Phys, 1984, 52: 258

2 Victor Namias. The magnetic field on a solenoid of arbitrary section. Am J Phys. 1985, 53(6)

A Method of Bearing on Magnetic Field on a Solenoid of Arbitrary Section

Huang Shiyi

(Basie Courses Department)

Abstract Using the Biot-Savart law calculate the magnetic field on a cylindrical solenoid of arbitrary area.

Key words solenoid; current element; symmetry