文章编号:1005-0523(1999)03-0082-05

非合作 *n* 人投标报价服从正态分布的投标策略

黄 宏 飞

(铁道部第十三工程局,吉林 长春　130102)

摘要: 当非合作 n 人投标报价服从正态分布时,根据参数置信区间公式,估计非合作 n 人有效报价平均数的范围,依此建立局中人 I 最佳报价矩阵对策模型19.该方法确定的报价与最佳标底的误差能控制在较小的范围内,适用于招标中合成标底的评标办法,对确定报价具有一定的实用价值19.

关 键 词: 非合作 n 人;正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$;局中人 I 投标报价;矩团对策模型;纳什均衡

中图分类号: F224.32　　**文献标识码:** A

0 引 言

目前,国内有些工程招标项目,采取合成标底的评分办法⒀即:业主(甲方)标底占一定的权数,投标方有效报价的平均数又占一定的权数,投标方有效报价的平均数又占一定的权数,即为合成标底,有时,评标办法还规定,在合成标底的基础上降低若干个百分点才是最佳标底⒀这意味着,高报价中标的概率极小,低报价也未必能中标⒀如何恰到好处编制报价,是施工企业亟待研究的一个现实课题⒀笔者亲自组织几次投标之后体会到,应用矩阵对策模型确定报价,其误差都能控制在较小的范围内⒀而应用矩阵对策模型的前提是,假定知道了非合作 n 人投标报价的概率分布⒀

1 最佳标底矩阵

根据文献[2]的研究结果,最佳标底公式为:

$$H' = Ydf + \frac{1}{n+1}W(1-d)f + \frac{n}{n+1}\overline{X}(1-d)f \tag{1}$$

式中:Y 为业主(甲方)标底⒀可用绝对数表示,也可以用相对数表示,通常令 $Y=1$);d 为业主标底权数⒀$0<d<1$);W 为我方报价,亦称局中人 I 报价;$\overline{X}$ 为除我方以外,其他投标方有效报价的平均数,因为一般情况下其他投标方之间是不合作的,因而亦称非合作 n 人有效报价的平均数⒀$\overline{X}$ 是个随机变量,即

$$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$$

收稿日期: 1999-02-27;**修订日期:** 1999-05-10

作者简介: 黄宏飞(1958-),男,壮族,广西都安人,铁道部第十三工程局二处总经济师,硕士.

式中:n 为除局中人 I 以外,有效报价的投标家数;f 为最佳标底系数;H' 为最佳标底⒀

根据式(1),当局中人 I 选定报价 w_i 和非合作 n 人的平均数为 $\bar{x}_j$ 以后,就形成了一个纯局势$(w_i, \bar{x}_j)$[1],$(i=1,2,\cdots,m; j=1,2,\cdots,n)$,将其各种可能结果列成 $m \times n$ 阶矩阵,即为最佳标底矩阵[2]

$$\boldsymbol{H}' = \begin{bmatrix} H'_{11} & H'_{12} & \cdots & H'_{1n} \\ H'_{21} & H'_{22} & \cdots & H'_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ H'_{m1} & H'_{m2} & \cdots & H'_{mn} \end{bmatrix} \tag{2}$$

其中:$H'_{ij} = Ydf + \frac{1}{n+1} w_i (1-d) f + \frac{n}{n+1} \bar{x}_j (1-d) f$,$(i=1,2,\cdots,m; j=1,2,\cdots,n)$

2　对策矩阵模型的推导[2]

2.1　报价误差矩阵

在式(2)中,将局中人 I 的报价分别减去对应行的元素,即得局中人 I 报价误差矩阵 $\boldsymbol{S}$ 表示

$$\boldsymbol{S} = \begin{bmatrix} W_1 & W_1 & \cdots & W_1 \\ W_2 & W_2 & \cdots & W_2 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ W_m & W_m & \cdots & M_m \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} H'_{11} & H'_{12} & \cdots & H'_{1n} \\ H'_{21} & H'_{22} & \cdots & H'_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ H'_{m1} & H'_{m2} & \cdots & H'_{mn} \end{bmatrix} \tag{3}$$

2.2　报价分值误差矩阵

将式(3)每个元素乘以扣分系数 $l_{ij}(i=1,2,\cdots,m; j=1,2,\cdots,n)$,即得报价分值误差矩阵,用 $\boldsymbol{S}'$ 表示⒀笔者组织的几次投标中,l_{ij} 的值如下

$$l_{ij} = \begin{cases} 1, & W_i - H'_{ij} < 0 \text{时} \\ -2, & W_i - H'_{ij} > 0 \text{时} \\ 0, & W_i - H'_{ij} = 0 \text{时} \end{cases}$$

于是

$$\boldsymbol{S}' = \begin{bmatrix} l_{11}(W_1 - H'_{11}) & l_{12}(W_1 - H'_{12}) & \cdots & l_{1n}(W_1 - H'_{1n} \\ l_{21}W_2 - H'_{21}) & l_{22}(W_2 - H'_{22}) & \cdots & l_{2n}(W_2 - H'_{2n}) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ l_{m1}(W_m - H'_{m1}) & l_{m2}(W_m - H'_{m2}) & \cdots & l_{mn}(W_m - H'_{mn}) \end{bmatrix} \tag{4}$$

2.3　对策矩阵[2]

对策的策略是:在式(4)的每一行元素中,找出一个最不利于局中人 I 的元素(绝对值最大的元素),然后将这些元素排成一个列矩阵,再从该列矩阵中选出最小的元素⒀这个矩阵就称为对策矩阵⒀设这个最小的元素为 $S_{i^L j^*}$,则

$$S_{i^L j^*} = \min_i \max_i | l_{ij}(W_i - H'_{ij}) |$$

$S^L_{ij^*}$ 所对应的行,即为局中人 I 的最佳报价方案⒀

3 非合作 n 人投标报价分布的假设检验[3]

在确定报价之前，依据的是以往的投标经验，因此，对非合作 n 人的投标报价分布的假设检验是至关重要的。χ^2 检验法可以用来检验随机变量 X 是否服从某个分布。对非合作 n 人投标报价的正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$ 的检验，首先要求出未知参数 μ 和 σ^2 的极大似然估计，似然函数和似然方程分别如下：

$$\text{似然函数}\quad L=\prod_{i=1}^{n}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(x_i-\mu)^2\right]=\left(-\frac{1}{2\pi\sigma^2}\right)^{\frac{n}{2}}\exp\left[\frac{1}{2\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2\right]$$

$$\text{似然方程}\quad\begin{cases}\dfrac{\partial\ln L}{\partial\mu}=-\dfrac{1}{\sigma^2}\displaystyle\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2=0\\[2ex]\dfrac{\partial\ln L}{\partial\sigma^2}=-\dfrac{1}{2\sigma^4}\displaystyle\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2-\dfrac{n}{2\sigma^2}=0\end{cases}$$

$$\text{解之得，}\hat{\mu}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i=\bar{x},\quad\hat{\sigma}^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2=S^2$$

然后计算统计量 χ^2，根据 χ^2 的大小，作出判断，是接受还是拒绝原假设 H_0，即非合作 n 人的投标报价是否服从正态分布(μ,σ^2)。

4 局中人 I 报价的确定方法

根据正态分布 μ 的置信区间公式，非合作 n 人的投标报价在$\left[\bar{x}-Z_{1-\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\ \bar{x}+Z_{1-\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$范围内的概率为$(1-\alpha)$。

从理论上讲，非合作 n 人的报价可以采取任何值，局中人之间的竞争，实际上就是连续对策的问题。在实际工作中，可将局中人拟定的报价考虑若干个方案就行了，于是连续对策可按非连续对策考虑。

对于 W 的确定，可从某一个值开始，每隔一定个百分点(比方说 0.1 个百分点)，取一次值，一共取 m 次，(W 分得越细，结论就越准确)，依次计算出最佳标底矩阵，报价误差矩阵，报价分值误差矩阵，然后根据对策矩阵，求出 $S_{ij}^{L*}=\min\limits_{j}\max\limits_{i}\left|l_{ij}(W_i-H'_{ij})\right|$

5 投标报价对策应用举例

现假定有一个招标项目，包括局中人 I 在内，共有 13 家(即 $n=12$)，根据以往的投标经验，非合作 n 人投标报价的分布服从 $N(0.9436Y,0.0408^2)$，(Y —业主标底)，其它各个参数估计如下

$$d=0.6,\ f=0.98,\ Y=1$$

试做出投标报价决策。

5.1 求出对策矩阵模型

设 $\alpha=0.05$,则 $Z_{1-0.05/2}=1.96$

所以,在水平 $\alpha=0.05$ 的条件下,$\bar{X}$的置信区间为[0.920 5,0.966 7]对于 $\bar{x}$,我们在[0.920 5,0.966 7]插入 0.930 5、0.940 5、0.950 5、0.960 5 四个点;对于 W 的确定,则从 0.945 5 开始,每隔 0.1 个百分点取一次值,一直取到 0.960 5⒀经计算,报价分值误差矩阵如下

$$S'=\begin{bmatrix} -0.41 & -0.77 & -1.13 & -1.49 & -1.86 & -2.08 \\ -0.31 & -0.67 & -1.04 & -1.40 & -1.76 & -1.98 \\ -0.22 & -0.58 & -0.94 & -1.30 & -1.66 & -1.89 \\ -0.12 & -0.48 & -0.84 & -1.20 & -1.57 & -1.79 \\ -0.02 & -0.38 & -0.74 & -1.11 & -1.47 & -1.69 \\ -0.16 & -0.29 & -0.65 & -1.01 & -1.37 & -1.60 \\ -0.34 & -0.19 & -0.55 & -0.91 & -1.27 & -1.50 \\ -0.54 & -0.09 & -0.45 & -0.82 & -1.18 & -1.40 \\ -0.74 & -0.02 & -0.36 & -0.72 & -1.08 & -1.30 \\ -0.92 & -0.20 & -0.26 & -0.62 & -0.98 & -1.21 \\ -1.02 & -0.30 & -0.21 & -0.57 & -0.94 & -1.16 \\ -1.12 & -0.40 & -0.16 & -0.52 & -0.89 & -1.11 \\ -1.22 & -0.50 & -0.11 & -0.48 & -0.84 & -1.06 \\ -1.32 & -0.60 & -0.07 & -0.43 & -0.79 & -1.01 \\ -1.50 & -0.78 & -0.06 & -0.33 & -0.69 & -0.92 \\ -1.70 & -0.98 & -0.26 & -0.23 & -0.60 & -0.82 \\ -1.90 & -1.18 & -0.46 & -0.14 & -0.50 & -0.72 \\ -2.10 & -1.36 & -0.64 & -0.04 & -0.40 & -0.63 \end{bmatrix}$$

所以,$S'_{i^*j^*}=1.12$ 对应的 $W=95.55\%Y$⒀

结论:当取 $W=0.955\,5Y$ 作为报价时,最多扣 1.12 分,因此方案最优⒀

5.2 对策效果讨论

如果不掌握本文的方法,实际报价小于最佳报价,不但受到更多的扣分,而且造成利润减少,例如以均值 0.943 6Y 作报价,而项目的总投资越过 1 亿元人民币,则减少的利润在 119 万元以上;假如高于最佳报价,虽然利润较大,但扣分较多,也很难中标⒀

6　结束语

6.1　关于对策矩阵的纳什均衡[4][5]

在非合作 n 人对策中,每一个局中人都可以以局中人 I 的身份出现,因此,如果非合作 n 人也知道这个"秘密",那么各方的报价就变成有限次重复的博弈,构成一个动态的纳什均衡,所谓纳什均衡就是各博弈方的一组相互为最佳反应对策的策略⒀这个点与局中人 I 的最佳报价是否一致有待于证明⒀

6.2　本文方法应用的实际效果简介

笔者曾在以下项目的投标中,应用本文的方法确定投标报价,收到明显的效果:

××省××高速公路，与最佳标底的误差为－0.28%，报价分排第一；

××省××高速公路，与最佳标底的误差为 0.81%，报价分排第二；

××市南环大桥 B 合同段，与最佳标底的误差为－0.4%，报价分排第一；

××市南环大桥 C 合同段，与最佳标底的误差为 0，报价分排第一；

××铁路二十一、二十二、通信二 3 个合同段，与合成标底的误差均在较小的范围内，在本标段中，报价分排第一19.

由此可见，用矩阵对策模型确定的投标报价具有较大的实用价值19.

[参 考 文 献]

[1] 蓝伯雄，程佳慧，陈秉正. 管理数学(下)——运筹学[M]. 第 1 版. 北京：清华大学出版社，1997. 305～334 19.

[2] 黄宏飞. 矩阵对策原理在确定公路工程投标报价中的应用[J]. 北方交通大学学报，1998(6)，22(82)，52～55 19.

[3] 王成名，余鑫晖. 应用概率统计[M]. 第 1 版. 桂林：广西师范大学出版社，1994，65～68，172～177 19.

[4] 谢识予编著. 经济博弈论[M]. 上海：复旦大学出版社，1997，41～47 19.

[5] 王建华. 对策论[M]. 北京：清华大学出版社，1986，84～88 19.

The Tactics of the Tender Offer while Non-cooperative *n* Tendek′ Offer Obeys the nomal Distribution

HUANG Hong-fei

(The 13th Engineering Bureau of the Railway Ministry, Changchun 130102, China)

Abstract: When non-cooperative n tender′s offer obeys the normal distribution, we can estimate the range f valid quotation average based on the parametric confidene area formula, determine the optimum quotation of the insider I and sel up a matrix countermove modcl The error between the quotation determined by this method and the optimum base bid price can be controlled within small range, it is suitable for the evaluation of compound base bid price and practical a quotation.

Key words: Non-Cooperative *n* Tenders Distribution of $N(\mu, \sigma^2)$; Insider *I* ′s Tender offer; Tactics; Matrix Countermove Model; Nash Balance