

文章编号:1005-0523(2003)02-0001-05

复合行星齿轮变速器的参数分析法

张会明

(华东交通大学 机电工程学院,江西 南昌 330013)

摘要:基于二行星排齿轮变速器,用一组含波尔(Boolean)参数的方程式对其进行运动学和动力学分析,由于波尔参数取不同值时代表着构件的不同工作状态,因而利用这组方程式便于对变速器不同设计方案的转速、转矩和效率进行计算、分析和优化。

关键词:复合行星齿轮变速器;分析;波尔参数;运动学;动力学

中图分类号:TH112

文献标识码:A

0 引言

行星齿轮变速器由于具有结构紧凑,载荷容量大,传动效率高、便于实现动力或自动换档等优点,在各类车辆和工程机械中获得了广泛的应用。然而,行星齿轮变速器的设计是一个较复杂的问题,一方面需要进行运动学和动力学设计;另一方面还要进行强度校核、结构设计以及考虑制造、装配等诸多因素,对各种方案进行比较、从而实现优化设计。本文主要讨论变速器的运动学和动力学设计,它需要解决的主要问题为:在不同的设计方案中(即构件处于不同的工作状态时)构件转速、转矩和变速器效率的计算、比较,本文提出了一组含波尔参数的运动学和动力学方程式。所谓波尔参数是在上述方程组中用来表示构件工作状态的系数,当改变设计方案时,利用这组方程式仅需改变波尔参数的值,便能重新计算变速器的运动学和动力学参数。因而,它特别适用此类变速器的设计。

1 运动学分析

本文以二行星齿轮排为例,每个行星排是由太阳轮、行星架和齿圈3个基本构件组成的,根据工作

状态的不同,变速器中的构件可分为输入件、输出件、作用件(或制动件)、传动件等。变速器中行星排之间可以有多种组合,图1表示其中的4种,由图1可见,二行星排变速器有二对构件相连,共有四个旋转件(不包括行星轮)。

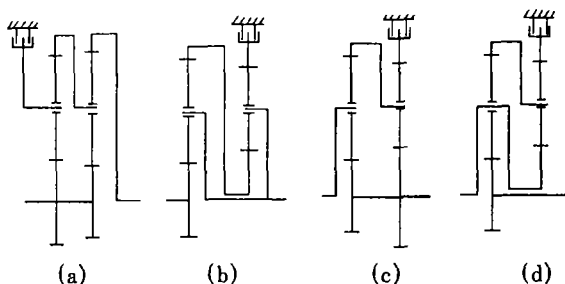


图1 复合齿轮行星排的4种组合

为便于分析,可以将变速器中的基本构件用圈表示,运动副和二构件之间的连接件用直线表示,如图2所示。用 H_{11} 、 H_{12} 、 d_1 分别表示行星排I的3个基本构件, H_{21} 、 H_{22} 、 d_2 分别表示行星排II的3个基本构件,用 $H_{11} - H_{21}$ 、 $H_{12} - H_{22}$ 表示二对连接件, d_1 、 d_2 表示非连接件,在图1(a)中,二对连接件分别为太阳轮-太阳轮(用 $H_{11} - H_{21}$ 表示,为输入件)、齿圈-行星架(用 $H_{12} - H_{22}$ 表示,为传动件)、输出件为行星排II的齿圈(用 d_2 表示)、作用件为

收稿日期:2002-06-21

作者简介:张会明(1944-),男,江西吉安人,教授。

行星排 I 的行星架(用 d_1 表示)。

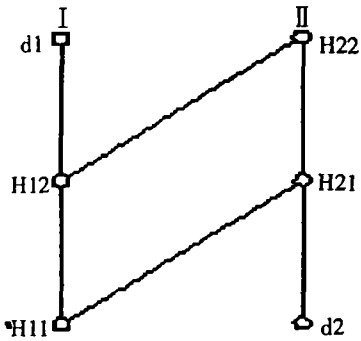


图2 复合行星变速器示意图

1.1 运动学方程式

$$\text{行星排 I: } f(\lambda_1, H_{11})\omega_{H11} + f(\lambda_1, H_{12})\omega_{H12} + f(\lambda_1, d_1)\omega_{d1} = 0 \quad (1)$$

$$\text{行星排 II: } f(\lambda_2, H_{21})\omega_{H21} + f(\lambda_2, H_{22})\omega_{H22} + f(\lambda_2, d_2)\omega_{d2} = 0 \quad (2)$$

式中: ω_{H11} 、 ω_{H12} 、 ω_{d1} 分别为行星排 I 构件 H_{11} 、 H_{12} 、 d_1 的角速度; ω_{H21} 、 ω_{H22} 、 ω_{d2} 分别为行星排 II 构件 H_{21} 、 H_{22} 、 d_2 的角速度, 且 $\omega_{H11} = \omega_{H21}$ 、 $\omega_{H12} = \omega_{H22}$, 系数值为: 太阳轮角速度前的系数为 1, 齿圈角速度前的系数分别为 λ_1 、 λ_2 , 行星架角速度前的系数分别为 $-1 - \lambda_1$ 、 $-1 - \lambda_2$. 当 H_{11} 为太阳轮, H_{12} 为齿圈, d_1 为行星架; H_{21} 为太阳轮, H_{22} 为行星架, d_2 为齿圈时(如图 1(a)所示):

$$\begin{aligned} f(\lambda_1, H_{11}) &= 1, f(\lambda_1, H_{12}) = \lambda_1, \\ f(\lambda_1, d_1) &= -1 - \lambda_1 \\ f(\lambda_2, H_{21}) &= 1, f(\lambda_2, H_{22}) = -1 - \lambda_2, \\ f(\lambda_2, d_2) &= \lambda_2 \end{aligned} \quad (3)$$

λ_1 、 λ_2 分别为二行星排的特性参数, $\lambda_1 = Z_{H12}/Z_{H11}$ 、 $\lambda_2 = Z_{d2}/Z_{H21}$, Z_{H12} 、 Z_{d2} 分别为二行星排齿圈的齿数, Z_{H11} 、 Z_{H21} 分别为二行星排太阳轮的齿数。

$$\begin{aligned} \text{令 } X_1 &= f(\lambda_1, H_{11})/f(\lambda_1, d_1); \\ X_2 &= f(\lambda_2, H_{21})/f(\lambda_2, d_2); \\ Y_1 &= f(\lambda_1, H_{12})/f(\lambda_1, d_1); \\ Y_2 &= f(\lambda_2, H_{22})/f(\lambda_2, d_2); \end{aligned}$$

由(1)、(2)、(3)式可以得出:

$$X_1 + Y_1 + 1 = X_2 + Y_2 + 1 = 0 \quad (4)$$

用 E_τ 、 G_τ 、 S_τ 表示构件 τ 的布尔(Boolean)参数, 其值与变速器中构件的工作状态有关:

$$\begin{aligned} \text{若 } \tau \text{ 为输入件 } E_\tau &= 1, \text{ 否则 } E_\tau = 0; \\ \text{若 } \tau \text{ 为作用件 } G_\tau &= 1, \text{ 否则 } G_\tau = 0; \\ \text{若 } \tau \text{ 为输出件 } S_\tau &= 1, \text{ 否则 } S_\tau = 0; \end{aligned} \quad (5)$$

用 ω_e 、 ω_i 、 ω_b 分别表示变速器的输入角速度, 输出角速度和作用件角速度, 它们可以用波尔参数表示为:

$$\omega_e = \sum E_\tau \omega_\tau$$

$$\omega_i = \sum S_\tau \omega_\tau$$

$$\omega_b = \sum G_\tau \omega_\tau \quad \tau \in (H_{11}, H_{12}, d_1, d_2) \quad (6)$$

$$\text{令 } q = G_{H_{11}} - E_{H_{11}} + X_1(E_{d_1} - G_{d_1}) + X_2(E_{d_2} - G_{d_2}) \quad (7)$$

可以得出:

$$\omega_{H_{11}} = [(G_{H_{11}} - 1) - X_1 G_{d_1} - X_2 G_{d_2}] \omega_e / q$$

$$\omega_{H_{12}} = [G_{H_{11}} - X_1 G_{d_1} - X_2 G_{d_2}] \omega_e / q$$

$$\omega_{d_1} = [X_1(1 - G_{d_1}) + G_{H_{11}} - X_2 G_{d_2}] \omega_e / q$$

$$\omega_{d_2} = [G_{H_{11}} + X_2(1 - G_{d_2}) - X_1 G_{d_1}] \omega_e / q \quad (8)$$

方程组(8)可用于计算变速器中四个旋转件在不同工作状态下的转速。

1.2 传动比计算式:

由(7)、(8)式, 当 $\omega_b = 0$ 时, 传动比 R 为:

$$R = \omega_e / \omega_i = [G_{H_{11}} - E_{H_{11}} + X_1(E_{d_1} - G_{d_1}) + X_2(E_{d_2} - G_{d_2})] / [G_{H_{11}} - S_{H_{11}} + X_1(S_{d_1} - G_{d_1}) + X_2(S_{d_2} - G_{d_2})] \quad (9)$$

(9)式能用于变速器中四个旋转件处于不同工作状态下传动比的计算, 因而式(9)又称为通用传动比计算式。

2 动力学分析

2.1 含波尔参数的转矩方程式:

设变速器的输入转矩、作用转矩、输出转矩分别为 T_e 、 T_b 、 T_i , 当不计损失且变速器各构件作匀速转动时:

$$T_e + T_b + T_i = 0 \quad (10)$$

$$\text{且 } T_b = (R - 1)T_e, \quad (11)$$

$$T_i = RT_e \quad (12)$$

若已知输入转矩 T_e 和传动比 R , 由式(11)、(12)可得到作用转矩和输出转矩. 作用在变速器中任一构件 τ 上含波尔参数的转矩方程式为:

$$T_\tau = E_\tau T_e + G_\tau T_b + S_\tau T_i \quad \tau \in (H_{11}, H_{12}, d_1, d_2) \quad (13)$$

式(13)可用于计算当构件处于不同工作状态时的外转矩。

由图 3 可以得到作用在四个旋转件上的转矩分

别为:

$$\Delta T_{H11} = T_{H11} + T_{a1} = E_{H11} T_e + G_{H11} T_b + S_{H11} T_s + T_{a1} \quad (14)$$

$$\Delta T_{H12} = T_{H12} + T_{a2} = E_{H12} T_e + G_{H12} T_b + S_{H12} T_s + T_{a2} \quad (15)$$

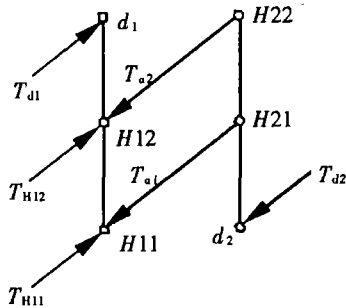


图 3 变速器转矩图

$$T_{d1} = E_{d1} T_e + G_{d1} T_b + S_{d1} T_s = T_e | E_{d1} + (R - 1) G_{d1} - RS_{d1} | \quad (16)$$

$$T_{d2} = E_{d2} T_e + G_{d2} T_b + S_{d2} T_s = T_e | E_{d2} + (R - 1) G_{d2} - RS_{d2} | \quad (17)$$

式中 ΔT_{H11} 、 ΔT_{H12} 分别为作用在构件 H_{11} 、 H_{12} 上的总转矩。 T_{a1} 、 T_{a2} 分别为构件 H_{21} 、 H_{22} 对 H_{11} 、 H_{12} 的内转矩, T_{d1} 、 T_{d2} 为作用在构件 d_1 、 d_2 上的转矩。

行星排 II: 由于 $-T_{a1}/f(\lambda_2, H_{21}) = T_{a2}/f(\lambda_2, d_2)$

$$\text{因而 } T_{a1} = -X_2 T_{a2} \quad (18)$$

$$\text{同理 } T_{a2} = -Y_2 T_{a1} = (1 + X_2) T_{a1} \quad (19)$$

$$\Delta T_{H11} = X_1 T_{a1} \quad (20)$$

$$\Delta T_{H12} = -(1 + X_1) T_{a1} \quad (21)$$

(14)、(15)、(16)、(17)、(18)、(19)、(20)、(21) 式可用于计算变速器中四个旋转件处于不同工作状态时的转矩。

2.2 效率计算式

在求行星齿轮变速器的传动效率时,作如下三点假设:

- 1) 只考虑齿轮啮合损失, 忽视其它损失, 如轴承损失、飞溅损失等;
- 2) 不考虑行星齿轮排牵连运动引起的损失;
- 3) 行星排的全部传动损失是由相对运动中齿轮啮合损失引起的。

$$\text{变速器的总效率为: } \eta_T = |T_s / RT_e| \quad (22)$$

当考虑传动效率时, 作用在变速器各构件上的转矩存在如下关系式:

$$\text{行星排 I } \mu_1 \Delta T_{H11} + \beta_1 \Delta T_{H12} + \gamma_1 T_{d1} = 0 \quad (23)$$

$$\text{行星排 II } \mu_2 T_{d2} + \beta_2 T_{a1} + \gamma_2 T_{a2} = 0 \quad (24)$$

系数 μ_1 、 β_1 、 γ_1 、 μ_2 、 β_2 、 γ_2 的值见表 1。

由(11)、(12)、(18)、(19)、(20)、(21)、(23)、(24) 式可以得到:

$$T_s / T_e = [(G_{H11} - E_{H11}) + (E_{d1} - G_{d1}) N_1 + (E_{d2} - G_{d2}) N_2] / [(G_{H11} - S_{H11}) + (S_{d1} - G_{d1}) N_1 + (S_{d2} - G_{d2}) N_2] \quad (25)$$

$$\text{式中: } N_1 = (\beta_1 - \gamma_1) / (\mu_1 - \beta_1);$$

$$N_2 = (\mu_2 + \beta_2) / (\gamma_2 - \beta_2)$$

将(25)式代入(22)式, 可得出变速器的总效率。

表 1 μ_1 (μ_2)、 β_1 (β_2)、 γ_1 (γ_2) 值

行星架	μ_1 (或 μ_2)	β (或 β_2)	γ (或 γ_2)
H_{11}	0	-1	$Y_1 V(\Phi_1)$
H_{12}	-1	0	$X_1 V(\Phi_1)$
d_1	$Y_1 V(\Phi_1) / X_1$	-1	0
H_{21}	$-Y_2 V(\Phi_2)$	-1	0
H_{22}	$-X_2 V(\Phi_2)$	0	-1
d_2	0	-1	$Y_2 V(\Phi_2) / X_2$

2.3 讨论 μ_1 、 β_1 、 γ_1 、 μ_2 、 β_2 、 γ_2 的值

设行星排 I 中的构件 H_{11} 为行星架, 在前述假设下, 相对运动传递的啮合功率为:

$$P_{H12} = \Delta T_{H12} (\omega_{H12} - \omega_{H11}) = \Delta T_{H12} \omega_e / q;$$

$$P_{d1} = T_{d1} (\omega_{d1} - \omega_{H11}) = T_{d1} \gamma_1 \omega_e / q;$$

$$P_{H11} = 0$$

式中 P_{H12} 为构件 H_{12} 相对于构件 H_{11} 相对运动所传递的功率, 其余类推。

$$\text{若 } P_{d1} > 0 \quad -\eta_1 T_{d1} Y_1 + \Delta T_{H12} = 0 \quad (26)$$

$$\text{若 } P_{d1} < 0 \quad -1 / (\eta_1 T_{d1} Y_1 + \Delta T_{H12}) = 0 \quad (27)$$

式中, η_1 为行星排 I 的传动效率

设立 $V(\Phi_1)$ 、 $F(\Phi_1)$ 、 $V(\Phi_2)$ 、 $F(\Phi_2)$ 函数

$$\text{行星排 I: } V(\Phi_1) = \eta_1 F(\Phi_1) + (1/\eta_1) F(-\Phi_1)$$

$$\text{行星排 II: } V(\Phi_2) = \eta_2 F(\Phi_2) + (1/\eta_2) F(-\Phi_2)$$

式中, η_2 为行星排 II 的传动效率。

以行星排 I 为例:

$$\text{若 } \Phi_1 > 0 \quad F(\Phi_1) = 1; \text{ 若 } \Phi_1 \leq 0, F(\Phi_1) = 0$$

式中 Φ_1 代表 P_{d1} 的值。

(26)、(27) 式可统一表示为:

$$V(\Phi_1) T_{d1} Y_1 - \Delta T_{H12} = 0$$

可见, 当 H_{11} 为行星架时, (23) 式中各系数的数值为:

$$\mu_1 = 0, \beta_1 = -1, \gamma_1 = V(\Phi_1) Y_1,$$

$$N_1 = -1 - \eta_1 Y_1, \text{ 或 } N_1 = -1 - (1/\eta_1) Y_1$$

其它情况下, μ_1 、 β_1 、 γ_1 、 μ_2 、 β_2 、 γ_2 的值见表 1

3 应用实例

在图 1(a)、(c)所示的二个变速器中,已知同排同名构件的齿数相同,二行星排的特性参数分别为 λ_1, λ_2 , 输入速度为 ω_e 、输入转矩为 T_e , 试用波尔参数对二个变速器的运动学、动力学性能进行分析、比较。

利用本文所提供的公式,可得到图 1(a)、(c)所示变速器的运动学、动力学性能值,如表 2、表 3 所示。

由表 2,表 3 可见,尽管二个变速器中同排同名构件的齿数相同,其特性参数 λ_1, λ_2 分别相同,但由于构件的工作状态不同,它们的运动学和动力学性能不相同。

1) 运动学性能分析

表 2 图 1(a)、(c)所示变速器运动学性能

		图 1(a)	图 1(c)	备注
$H_{11} - H_{12}$	构件名称	太阳轮 - 太阳轮	太阳轮 - 太阳轮	
	工作状态	输入件	输出件	
	波尔参数	$E_{m1} = 1, S_{m1} = G_{m1} = 0$	$S_{m1} = 1, E_{m1} = G_{m1} = 0$	
$H_{12} - H_{22}$	构件名称	齿圈 - 行星架	齿圈 - 行星架	
	工作状态	传动件	传动件	
	波尔参数			
d_1	构件名称	行星架	行星架	
	工作状态	作用件	输入件	
	波尔参数	$G_{d1} = 1, E_{d1} = S_{d1} = 0$	$E_{d1} = 1, G_{d1} = S_{d1} = 0$	
d_2	构件名称	齿圈	齿圈	
	工作状态	输出件	作用件	
	波尔参数	$S_{d2} = 1, E_{d2} = G_{d2} = 0$	$G_{d2} = 1, E_{d2} = S_{d2} = 0$	
运动学方程式	$f(\lambda_1, H_{11})$	1	1	
	$f(\lambda_1, H_{12})$	λ_1	λ_1	
	$f(\lambda_1, d_1)$	$-1 - \lambda_1$	$-1 - \lambda_1$	由(3)式
	$f(\lambda_2, H_{21})$	1	1	
	$f(\lambda_2, H_{22})$	$-1 - \lambda_2$	$-1 - \lambda_2$	
	$f(\lambda_2, d_2)$	λ_2	λ_2	
运动学参数	X_1	$-1/(1 + \lambda_1)$	$-1/(1 + \lambda_1)$	
	Y_1	$-\lambda_1/(1 + \lambda_1)$	$-\lambda_1/(1 + \lambda_1)$	
	X_2	$1/\lambda_2$	$1/\lambda_2$	
	Y_2	$(-1 - \lambda_2)/\lambda_2$	$(-1 - \lambda_2)/\lambda_2$	
	传动比 R	$-\lambda_1 \lambda_2 / (1 + \lambda_1 + \lambda_2)$	$(1 + \lambda_1 + \lambda_2) / (1 + \lambda_1)(1 + \lambda_2)$	
	旋转件转速	ω_{m1}	ω_e	$\{(1 + \lambda_1)(1 + \lambda_2)\} / (1 + \lambda_1 + \lambda_2) \omega_e$
	ω_{m2}	$-(1/\lambda_1) \omega_e$	$\{(1 + \lambda_1) / (1 + \lambda_1 + \lambda_2)\} \omega_e$	
	ω_{d1}	0	ω_e	
	ω_{d2}	$-\omega_e(1 + \lambda_1 + \lambda_2) / \lambda_1 \lambda_2$	0	由(8)式

表 3 图 1(a)、(c)所示变速器动力学性能

		图 1(a)	图 1(c)	备注
构件转矩	ΔT_{m1}	$T_e(1 + \lambda_2) / (1 + \lambda_1 + \lambda_2)$	$-T_e / (1 + \lambda_1)$	由(20)式
	T_{m1}	T_e (输入转矩)	$-T_e(1 + \lambda_1 + \lambda_2) / (1 + \lambda_1)(1 + \lambda_2)$	由(12)式
	T_{d1}	$-T_e \lambda_1 / (1 + \lambda_1 + \lambda_2)$	$T_e \lambda_1 / (1 + \lambda_1)(1 + \lambda_2)$	由(18)式
	$\Delta T_{m2} (T_{a2})$	$T_e \lambda_2 (1 + \lambda_2) / (1 + \lambda_1 + \lambda_2)$	$-T_e \lambda_1 / (1 + \lambda_1)$	由(19)式
	T_{d1}	$-T_e(1 + \lambda_1)(1 + \lambda_2) / (1 + \lambda_1 + \lambda_2)$	T_e (输入转矩)	由(11)式
	T_{a2}	$T_e \lambda_1 \lambda_2 / (1 + \lambda_1 + \lambda_2)$	$T_e \lambda_1 \lambda_2 / (1 + \lambda_1)(1 + \lambda_2)$	由(11)式(12)式
	μ_1, μ_2	$\lambda_1 \eta_1, -1/\lambda_2 \eta_2$	$\lambda_1 \eta_1, -1/\lambda_2 \eta_2$	由表 1
	β_1, β_2	-1, 0	-1, 0	
转矩方程式	γ_1, γ_2	0, -1	0, -1	
	N_1	$-1/(\lambda_1 \eta_1 + 1)$	$-1/(\lambda_1 \eta_1 + 1)$	
	N_2	$1/\lambda_2 \eta_2$	$1/\lambda_2 \eta_2$	
变速器效率	η_T	$\eta_1 \eta_2 (1 + \lambda_1 + \lambda_2) / (\lambda_1 \eta_1 + \lambda_2 \eta_2 + 1)$	$(\lambda_1 \eta_1 + \eta_1 \eta_2 + \lambda_2 \eta_2) (1 + \lambda_1) (1 + \lambda_2) / (\lambda_1 + \eta_1)(\lambda_2 + \eta_2)(1 + \lambda_1 + \lambda_2)$	由(22)式

① 由变速器的传动比可知,图 1(a)变速器处于倒档,且输出轴转速低于输入轴转速,起减速作用;图 1(c)变速器处于前进档,且输出轴转速高于输入轴转速,起加速作用。

② 在行星齿轮变速器设计时,行星轮转速是一项重要指标,而图 1(a)(c)变速器的行星转速之比可以由下式求出:

$(\omega_p/\text{图 1(c)})/(\omega_p/\text{图 1(a)}) = |\omega_{H11} - \omega_{H22}| \text{图 1(c)}/|\omega_{H11} - \omega_{H22}| \text{图 1(a)} = \lambda_1 \lambda_2 / (1 + \lambda_1 + \lambda_2)$ 式中 ω_p 为行星轮的角速度。

图 1(c)变速器行星轮的转速是图 1(a)变速器行星轮转速的 $\lambda_1 \lambda_2 / (1 + \lambda_1 + \lambda_2)$ 倍。

③ 图 1(a)变速器中旋转件(行星轮除外)转速均低于或等于输入轴转速;图 1(c)变速器中输出轴转速高于输入轴转速,传动件转速低于输入轴转速。

2) 动力学性能分析:

在变速器中,要求各构件的受力不要过大,而图 1(a)二对连接件的内转矩均高于图 1(c)中二对连接件的内转矩,图 1(a)变速器的作用转矩、输出转矩亦均高于图 1(c)变速器。

由此实例可见,当改变变速器的设计方案(构

件处于不同的工作状态)时,仅需改变波尔参数的值,便能对不同的设计方案进行比较、实现优化设计。

4 结 论

1) 本文所提出的一组含波尔参数的运动学和动力学方程式,不仅能使分析计算过程简单明了,而且便于对不同的设计方案进行分析,比较、优化,因而它特别适用于此类变速器的设计;

2) 本文以二行星排变速器为例,其方法可以推广到多行星排变速器。

参考文献:

- [1] 张光裕. 工程机械底盘构造与设计[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1986.
- [2] 唐经世. 工程机械(下册)[M]. 北京: 中国铁道出版社, 1996.
- [3] R. Mathis and Y. Remond A New Approach to solving the inverse problem for compound Gear Trains[J]. Transaction of the ASME. Journal of Mechanical Design. 1999. 121(1) p98 - p106.

Analysis Method of Parameter for Compound Planetary Gear Transmission

ZHANG Hui-ming

(School of Mechanical and Electrical Information, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China)

Abstract: Based on a planetary transmission consisting of two elementary trains which are coupled, this paper analyses its kinematics and dynamics by using a group of equations including the Boolean parameter. Due to the fact that when the Boolean parameter takes different values, it represents different working positions of link, therefore the equations can be easily used to calculate, analyse and optimize rotation speeds, torques and efficiency of several design plans of the transmission.

Key words: compound planetary gear transmission; analysis; boolean parameter; kinematics; dynamics