文章编号: 1005-0523(2009)01-0101-04

超短脉冲椭圆高斯光束的自由传输

陆大全

(华南师范大学 光子信息技术广东省高校重点实验室, 广州 510631)

摘要: 基于傅里叶变换的方法, 得到了超短脉冲椭圆高斯光束在自由空间中的解析表达式, 并通过例子研究了超短脉冲椭圆高斯光束的传输性质. 结果表明: 在传输过程中, 由于横向衍射效应和时空耦合效应, 导致了光束边沿的脉冲延迟、椭圆长短轴的交换, 及脉冲不同位置处的图样差异等效应.

关键词: 超短脉冲; 椭圆高斯光束; 自由传输

中图分类号: O443

文献标识码: A

在最近十几年里, 超短脉冲光束的产生、转换、以及传输都得到了很多的关注^[1~9]. 超短脉冲光束与传统的准单色光束有着很大的区别: 首先它是以波包的形式传播的, 而准单色光束则是以连续光的形式传播的. 其次, 在超短脉冲内有时空耦合效应, 对于几周期甚至是亚周期的脉冲光束尤为明显. 由于时空耦合效应的存在, 即使是在自由空间中, 超短脉冲也表现出诸多独特的传输性质, 如时间微分效应、光周期缩短、红移等^[4~6]. 这些性质在不同的具体光束中有不同的表现形式^[7~9].

另一方面, 由于时空耦合效应的存在, 脉冲光束的时空分布变得复杂, 从而增加了解析研究的难度. 过去人们用微扰法、级数展开法, 函数求导等方法得到了一些脉冲光束的解析解, 如超短脉冲高斯光束^[5]、非正弦振荡脉冲光束^[8]等. 解析解可直观、方便地对超短脉冲光束进行研究, 因此一直是光传输领域一个重要的研究内容.

在本文的工作中, 我们基于傅里叶变换的方法, 得到了超短脉冲椭圆高斯光束的解析表达式, 并对这一超短脉冲光束在自由空间中的传输性质进行了详细的研究. 结果表明, 在超短脉冲椭圆高斯光束的传输过程中, 由于时空耦合效应, 超短脉冲的边沿部分发生传输延迟, 并且在两个横向方向的延迟程度及其变化会发生差异. 脉冲不同位置处的横向结构也会发生相应的变化.

1 解析解

为了讨论的方便, 我们在随动坐标系 $t = t - z/c$, $z = z$ 中研究脉冲光束的传输问题. 在此坐标系下, 脉冲光束的电场可用其载波频率和包络来表示为 $E = \Psi(\mathbf{r}, z, t) \exp(i\omega_0 t)$ ^[4], 这里 $\omega_0 = 2\pi/T_0$ 和 T_0 分别为载波频率及其振荡周期. 由波动方程可知, 包络满足以下方程:

$$\left[\partial_{xx} + \partial_{yy} + \partial_{zz} - 2i \frac{\omega_0}{c} \partial_z \left(1 - \frac{i}{\omega_0} \partial_t \right) \right] \Psi = 0. \quad (1)$$

对于光束束腰大于几个波长的光束, 傍轴近似 $|\partial_{zz} \Psi(\mathbf{r}, z, t)| \ll |\mathbf{k}(\omega_0) \partial_z \Psi(\mathbf{r}, z, t)|$ 可以得到很好的满

收稿日期: 2008-10-11

基金项目: 国家自然科学基金 (10804033) 资助

作者简介: 陆大全, (1978-) 湖南城步人, 博士, 讲师, 研究方向为激光传输理论.

足,因此,方程(1)可简化为^[8]

$$\left[\partial_{xx} + \partial_{yy} - 2i \frac{\omega_0}{c} \partial_z \left(1 - \frac{i}{\omega_0} \partial_z \right) \right] \Psi = 0 \quad (2)$$

对上式作傅里叶变换可得频域中频谱分量 ω 的传输方程

$$\left[\partial_{xx} + \partial_{yy} - 2i \frac{\omega}{c} \partial_z \right] \Psi = 0 \quad (3)$$

其中: Ψ 为 Ψ 的傅里叶变换. 此方程的积分形式解为著名的 Huygens-Fresnel 衍射积分:

$$\Psi(x, y, z, \omega) = \frac{-ik}{2\pi z} \iint \Psi(x_0, y_0, 0) \exp\left\{ \frac{ik}{2z} [(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2] \right\} dx_0 dy_0 \quad (4)$$

这里 $\Psi(x_0, y_0, 0)$ 为频谱分量在 $z=0$ 处的场分布, ω 为频谱分量的频率, $k=\omega/c$

本文所指的椭圆高斯光束为束腰 $z=0$ 处的场为椭圆高斯分布的光束,即

$$\Psi(x_0, y_0, 0, \omega) = \exp\left\{ -\frac{x_0^2}{w_{x0}^2} - \frac{y_0^2}{w_{y0}^2} \right\} \quad (5)$$

$w_0(\omega)$ 为频率为 ω 的频谱分量的束腰宽度, w_{x0}, w_{y0} 分别表示 $z=0$ 处椭圆高斯场在 x, y 两个方向上的宽度. 将上式代入(4)式可得各频谱分量的光束传输表达式

$$\Psi(x, y, z, \omega) = \sqrt{\frac{q_x(0)q_y(0)}{q_x(z)q_y(z)}} \exp\left\{ \frac{ikx^2}{2q_x(z)} + \frac{iky^2}{2q_y(z)} \right\} \quad (6)$$

这里 $q_x(z) = z - iR_x(\omega)$, $q_y(z) = z - iR_y(\omega)$, $R_x = kw_{x0}^2/2$, $R_y = kw_{y0}^2/2$

现在我们通过频域的单色光束解得到时域的脉冲光束解. 设时间频谱分布为 $P(\omega - \omega_0)$, 则脉冲光束的解析解可以通过傅里叶变换来进行处理, 亦即

$$\Psi(x, y, z, t) = \int P(\omega - \omega_0) \Psi(x, y, z, \omega) \exp[i(\omega - \omega_0)t] d\omega \quad (7)$$

对于在 x, y 方向均为等价共焦腔, 并且这两个方向上的等价腔长不同的激光器输出的超短脉冲, 其各个频谱分量在同一方向的衍射程度均相同, 亦即 R_x 及 R_y 与频率无关. 在此条件下, 将(6)式代入(7)式可得时域的超短脉冲椭圆高斯光束解析解

$$\Psi(x, y, z, t) = P\left[t - \frac{x^2}{2\alpha q_x(z)} - \frac{y^2}{2\alpha q_y(z)} \right] \sqrt{\frac{q_x(0)q_y(0)}{q_x(z)q_y(z)}} \exp\left\{ \frac{i\omega_0 x^2}{2\alpha q_x(z)} + \frac{i\omega_0 y^2}{2\alpha q_y(z)} \right\} \quad (8)$$

方程(8)为本文的关键结果. 由方程(8), 可以定量地得到任意脉冲形式驱动的超短脉冲椭圆高斯光束的时空分布. 下面我们将基于这一公式讨论其传输性质.

3 传输性质

我们取脉冲形式为双曲正割脉冲, 则由式(8)可得到此条件下的超短脉冲椭圆高斯光束的解析表达式:

$$\Psi(x, y, z, t) = \operatorname{sech}\left[\frac{t - \frac{x^2}{2\alpha q_x(z)} - \frac{y^2}{2\alpha q_y(z)}}{\Delta t} \right] \sqrt{\frac{q_x(0)q_y(0)}{q_x(z)q_y(z)}} \exp\left\{ \frac{i\omega_0 x^2}{2\alpha q_x(z)} + \frac{i\omega_0 y^2}{2\alpha q_y(z)} \right\} \quad (9)$$

式中 Δt 为脉冲宽度. 参数取为: $\lambda_0 = 1 \mu\text{m}$, $\Delta t = T_0$, λ_0 和 T_0 分别为载波频率的波长和振荡周期, x, y 方向的载波束腰宽度分别为: $w_{0x}(\omega_0) = 10 \lambda_0$, $w_{0y}(\omega_0) = 7 \lambda_0$.

图 1 演示了超短脉冲椭圆高斯光束从 $z=0$ 到 $z=3z_0$ (这里 $z_0 = kw_{0x}^2/2$) 传输过程中脉冲光束的 $x-t$ 时空强度分布和 $y-t$ 时空强度分布的演化过程. 从图中可以看到, 在 $z=0$ 处, 在 x, y 和 t 方向上的分布均具有镜面对称性. 而随着传输距离的增加, 由于时空耦合效应的作用, 在光束边沿处, 能量会有时间延迟. 并且越靠近光束的边沿其时间延迟越大. 时间延迟效应导致脉冲波包在传输过程中发生形变, 形成头部尖而尾部钝的时空强度分布. 而如果传输继续增加 (如增加到数十个瑞利距离), 甚至会形成燕尾状的 $x-t$ 及 $y-t$ 时空强度分布.

图 1. 第一行:在不同传输距离处超短脉冲椭圆高斯光束的 $x-t$ 时空强度分布.

第二行:在不同传输距离处超短脉冲椭圆高斯光束的 $y-t$ 时空强度分布.

在传输过程中,由于空间衍射效应的存在,光束在 x 和 y 方向上均随着传输距离的增加而逐渐发散.比较图 1 的第一行和第二行可以看出:尽管在 $z=0$ 处 y 方向的束宽比 x 方向的小,但其衍射的作用却比 x 方向的强烈,因此在传输了 z 距离以后, y 方向的束宽比 x 方向的还要大(这从图 2 可以更明显地看出).而 y 方向的时空耦合也比 x 方向强烈,因此 y 方向上的时间延迟也大于 x 方向的时间延迟.

图 2 则显示了另一个有趣的特点:在束腰 $z=0$ 处不同脉冲位置上均有同样的光强分布图样.但在 $z=z$ 处,由于在 x, y 这两个方向上同时存在不同的衍射强度和不同程度的时间延迟效应,导致即使是在同一传输距离上,在脉冲的头部 (b)、中部 (c) 和尾部 (d) 也形成了不同大小、不同形状 (椭圆度) 的光强分布图样.

图 2. (a) 超短脉冲椭圆高斯光束在 $z=0$ 处的横向空间强度分布 (不受时间位置的影响).

(b) - (d) 超短脉冲椭圆高斯光束在 $z=z$ 处且处于不同时间位置的横向空间强度分布:

(b) 脉冲头部 ($t=-\Delta t$); (c) 脉冲中部 ($t=0$); (d) 脉冲尾部 ($t=\Delta t$).

4 结论

在本文中,我们通过傅里叶变换的方法得到了超短脉冲椭圆高斯光束的解析解.并通过例子研究了其传输性质.由于 x, y 两个方向的衍射和时空耦合效应的差别,导致了光束边沿的脉冲延迟、椭圆长短轴的交换,及脉冲不同位置处图样差异等效应.本文的结果可对超短脉冲椭圆高斯光束的应用起到理论参考作用.

参考文献:

- [1] Morgner U, Kartner F X, Cho S H et al. Sub-two-cycle pulses from a Kerr-lens mode-locked Ti:sapphire laser [J]. *Opt Lett*, 1999, 24(6): 411—413.
- [2] Yamane K, Zhang Z, Oka K et al. Optical pulse compression to 3.4 fs in the monocycle region by feedback phase compensation [J]. *Opt Lett*, 2003, 28(22): 2 258—2 260.
- [3] Shverdin M Y, Walker D R, Yavuz D D et al. Generation of a Single-Cycle Optical Pulse [J]. *Phys Rev Lett*, 2005, 94(1): 033904.
- [4] Brabec T, Krausz F. Nonlinear optics pulse propagation in the single-cycle regime [J]. *Phys Rev Lett*, 1997, 78(17): 3 282—3 285.
- [5] Porras M A. Ultrashort pulsed Gaussian light beams [J]. *Phy Rev E*, 1998, 58(1): 1 086—1 093.
- [6] Kaplan A. E. Diffraction-induced transformation of near-cycle and subcycle pulses [J]. *J Opt Soc Am. B*, 1998, 15(3): 951—955.
- [7] Lindner F, Paulus G G, Walther H et al. Gouy Phase Shift for Few-Cycle Laser Pulses [J]. *Phys Rev Lett*, 2004, 92(11): 113001.
- [8] Porras M A. Nonsinusoidal few-cycle pulsed light beams in free space [J]. *J Opt Soc Am. B*, 1999, 16(9): 1 468—1 474.
- [9] Lv B, Liu Z. Propagation properties of ultrashort pulsed Bessel beams in dispersive media [J]. *J Opt Soc Am. A*, 2003, 20(3): 582—587.

Free Propagation of Ultra-short Pulsed Elliptical Gaussian Beams

LU Da-qun

(Key Laboratory of Photonic Information Technology, South China Normal University, Guangzhou 510631, China)

Abstract The analytical solution of ultra-short pulsed elliptical Gaussian beams in free space is obtained based on the Fourier transform technique. The propagation properties of ultra-short pulsed elliptical Gaussian beams are investigated in detail through an example. The example shows that, in propagation, the diffraction and the spatiotemporal coupling yield some effects, such as the pulse delay at the beam periphery, the exchange between the major axis and the minor axis of the elliptical pattern, and the pattern difference at different pulse location.

Key words ultra-short pulse; elliptical Gaussian beam; free propagation

(责任编辑:王建华)