

文章编号:1005-0523(2009)04-0044-05

# 考虑综合效益的城市轨道交通票价制定方法

张红,李超杰

(西南交通大学 交通运输学院,四川 成都 610031)

**摘要:**城市轨道交通的票价制定涉及到社会各方的利益,合理的票价可以促进城市轨道交通系统的健康良性发展。由于城市轨道交通的票价与其承担的客流量有直接关系,故首先利用logit模型确定城市轨道交通的客流分担率,同时考虑诱增客流量,在此基础上建立起综合考虑包括消费者、企业、政府各方在内的综合效益最优的多目标规划模型,从而求解相应的最优票价。最后以具体实例详细验证了该方法的可行性。

**关键词:**城市轨道交通;票价;logit模型;诱增客流量;多目标规划模型

**中图分类号:**F570.5

**文献标识码:**A

城市轨道交通票价的影响因素主要包括运营成本、客流量、政府补偿政策、居民出行能力以及竞争状况等。其中,票价与客流量之间存在动态反馈关系,客流量随票价的增高而递减,随票价的降低而递增<sup>[1]</sup>。现在国内外有代表性的票价制定模式主要有2种:一种是以日本为代表的政府限价补贴模式,另一种是以香港为代表的纯商业运作模式<sup>[2]</sup>。而我国大陆地区多采用政府限价政策,即通过市民听证会的形式确定基本票价,政府再对城市轨道交通企业的亏损估算进行补贴。此方法虽能基本实现城市轨道交通系统的公益性职能,但给政府财政带来很大压力,同时也不利于发挥运营企业的积极性。因此,探索一种适合我国国情的城市轨道交通票价制定理论方法以推动城市轨道交通系统的良性发展是一项意义深远的课题。

目前我国对于城市轨道交通定价的研究主要都是平均票价的制定,对这方面的研究比较有代表性的有:全允桓提出以“票款收入最大”和“在允许发挥项目运能前提下票款收入最大”为指标,构造了两种城市轨道交通项目最优票价模型<sup>[3]</sup>。汤薇从乘客承担城市轨道交通生命周期内的成本进行分摊的角度,采用两部定价的方法,提出了一种较新是思路<sup>[4]</sup>。周龙则从消费者剩余最大化角度考虑,应用拉塞姆定价模型提出了高峰定价法,为城市轨道交通在高峰时段采用不同票价来获取最大效益提供了一种新的理念<sup>[5]</sup>。以上这些方法基本上都是以城市轨道交通项目本身的盈亏平衡或政府追求的社会福利最大化为目的,并未从消费者、企业、政府、社会几个方面综合起来考虑寻求一个使系统整体综合效益达到最优的方案。本文首先研究城市轨道交通客流率,建立综合考虑包括消费者、企业、政府在内的整体效益最大的多目标规划模型,以期城市轨道交通的良性发展提供一种较合理的票价参考依据。

## 1 基于广义费用分析的城市轨道交通客流分担率模型

目前研究交通方式客流分担率较为成熟的理论是logit模型。该模型基于乘客总是趋于选择效用最大或者成本最低的交通方式,这种效用一般采用广义费用的形式表示<sup>[6]</sup>。

### 1.1 广义费用分析

现选用出行时间、出行费用、舒适性、方便性、可靠性、安全性6个指标作为广义费用的评价标准。各种指标的量化处理如下:

(1) 出行时间:包括从出发点到上车的时间与从下车至目的地的时间之和 $t_{行}$ 、途中的换乘时间 $t_{换}$ 以及乘车时间 $t_{乘}$ 。故出行时间 $T_{总}$ 可表示为

$$T_{总} = t_{乘} + t_{行} + t_{换} \quad (1)$$

收稿日期:2009-05-29

作者简介:张红(1985-),男,湖南醴陵人,硕士研究生,研究方向为轨道交通规划与管理。

乘客的时间价值为  $V(T) = G/(t \cdot m)$  (2)

式中:  $G$  表示该城市计算年份的国民生产总值;  $m$  为地区人口数量;  $t$  为计算年份当地劳动者平均劳动时间。故乘客的出行时间成本  $F$  可表示为

$$F = T_{\text{总}} \cdot V(T) = (t_{\text{行}} + t_{\text{乘}} + t_{\text{换}}) \cdot G/(t \cdot m) \quad (3)$$

(2) 出行费用:可直接以选择的公共交通方式的出行总票价  $E$  作为衡量指标。

(3) 舒适性:其可在每种公共交通方式的票价中一定程度地体现出来。一般取各种运输方式票价的 5% ~ 10% 衡量其舒适性效用,对于运营高峰时段取 5%,非高峰时段取 10%<sup>[7]</sup>。舒适性用  $M$  表示。

(4) 方便性:主要考虑从出发点到乘车车站及终到站点到目的地的走行时间之和  $t_{\text{行}}$  及途中的换乘时间  $t_{\text{换}}$  (包括换乘走行时间和换乘候车时间),故方便性的效用  $H$  可表示为

$$H = (t_{\text{行}} + t_{\text{换}}) \cdot V(T) \quad (4)$$

(5) 可靠性:可靠性主要指公共交通工具的到站正点情况。这可根据每种交通工具的发车频率计算其在每一站的误点均值来衡量。设  $j$  站第  $i$  种公共交通方式的正常到达间隔为  $N_{ij}$ ,  $n_{ijk}$  表示第  $k$  辆车与第  $k-1$  辆车到达  $j$  站的时间间隔,则有误点均值  $E(T_{\text{误}})$  可表示为

$$E(T_{\text{误}}) = \frac{1}{L} \sum_{k=1}^L (n_{ijk} - N_{ij}) \quad (5)$$

故可靠性的效用  $A$ , 可表示为  $A = E(T_{\text{误}}) \cdot V(T)$  (6)

(6) 安全性:其取值可根据各种交通方式的事故伤亡人数比例进行设定。但是安全性无法用时间和费用来衡量,根据其特殊性,可在广义费用函数中为其单独设定系数。

综合上述分析,各种公共交通运输方式的广义费用  $W_i$  可表示为

$$W_i = [\theta(E_i + F_i + H_i + A_i) + \delta M_i] \cdot S_i \quad (7)$$

式中:  $E_i$  为第  $i$  种公共交通方式的出行费用;  $F_i$  为选用第  $i$  种交通方式的出行时间成本;  $H_i$  为选用第  $i$  种交通方式的方便性效用;  $A_i$  为选用第  $i$  种交通方式的可靠性效用;  $M_i$  为第  $i$  种交通方式的舒适性;  $S_i$  为第  $i$  种交通方式的安全度因素;  $\theta, \delta$  为指标系数。对于  $\theta, \delta$ , 可以通过极大似然估计出<sup>[8]</sup>。

## 1.2 模型的建立

根据消费者总是趋于选取广义费用最小的交通方式的原则,建立如下城市轨道交通客流分担率模型:

$$p_i = e^{(-\beta W_i)} / \sum_{i=1}^n e^{(-\beta W_i)} \quad (8)$$

式中:  $\beta$  为校正系数,根据每个城市的相关情况取 1 至 3.5; 下标  $i$  表示第  $i$  种公共交通方式;  $n$  表示所有考虑的公共交通方式种类数,  $p_i$  表示第  $i$  种公共交通方式客流分担率。城市轨道交通的客流分担率是随票价递减的函数,即票价越高,其客流分担率越低。

## 2 诱增客流量预测

诱增客流量是指由于交通路网中新建线路或原有路网的改善,改变了出行者的出行交通条件,从而使这些出行者原有的出行行为发生变化,由此而多余产生的那部分客流量。在现有的诱增交通量研究中,一般将出行费用(时间、交通费用)和出行距离作为主要的相关变量引入预测模型中。有以下诱增模型<sup>[9]</sup>:

$$Q'_{ij} = \lambda \mu_j \exp(-k \omega_{ij}) \quad (9)$$

式中:  $Q'_{ij}$  为小区区间  $i, j$  间的诱增交通量,  $\lambda, \mu$  分别为与起点、终点小区有关的参数;  $\omega_{ij}$  为区间  $i, j$  通过新建线路出行的广义出行费用;  $k$  为符号为正的常数。

故,广义出行费用可表示为  $\omega_{ij} = \epsilon_1 t'_{ij} V(T) + \epsilon_2 E$  (10)

式中,  $t'_{ij}$  为修建城市轨道交通后  $i, j$  区间出行比原来未修建时缩短的时间量;  $E$  为  $i, j$  区间现在的出行费用,此处表现为票价;  $\epsilon_1, \epsilon_2$  分别为指标系数。

以上参数均可根据类似背景下的同类项目相应阶段的历史数据作回归分析估计出其值。

### 3 目标分析与多目标规划模型的建立

#### 3.1 目标分析

目前世界上绝大多数的城市轨道交通项目需要政府的财政补贴才能保证其正常运营,我国亦不例外。尽管内地可以参考香港模式,将城市轨道交通的相关资源交由运营企业开发经营,以使在一定程度上弥补票价相对成本过低而造成的亏损。但这在目前的市场环境下并不能彻底解决企业运营亏损问题,故不能完全脱离政府补偿机制。城市轨道交通票价可在重点考虑城市轨道交通公共基础设施属性的前提下,适当兼顾政府财政压力和企业运营效益的基础上制定。

(1) 从消费者角度考虑,消费者总是期望其在出行中总花费最小,包括时间花费和实际货币花费,用消费者的时间价值将时间花费转化为货币形式,即可得消费者最小花费目标。该目标可表示为

$$\min f_1 = Q \cdot (T_{\text{总}} \cdot V(T) + E) \quad (11)$$

式中,  $Q$  表示城市轨道交通承担的客运量;  $E$  为旅客出行平均票价支出。

(2) 从城市轨道交通经营企业角度考虑,企业总是希望运营利润最大化。由于企业对城市轨道交通相关资源的开发经营收入与票价无必然联系,而此处与运营收入有关的主要为客票收入,所以设定运营商的目标即为客票收入最大,该目标可表示为

$$\max f_2 = QE \quad (12)$$

(3) 从政府角度考虑,政府的补贴主要针对运营企业的政策性亏损,其中重要的考核指标是客流量,而政府希望城市轨道交通承担尽量大的客流量以实现其公共基础设施职能,故该目标可表示为

$$\max f_3 = pQ_{\text{总}} + Q' \quad (13)$$

式中,  $p$  为城市轨道交通客流分担率;  $Q_{\text{总}}$  为计算年该城市现有的总公交客流量;  $Q'$  为城市轨道交通诱增客流量。

#### 3.2 模型的建立

结合上述目标分析,采用线性加权和法建立目标函数为

$$\max Z = -\omega_1 f_1 + \omega_2 f_2 + \omega_3 f_3 \quad (14)$$

$$\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = 1$$

式中,  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  分别为各个目标在总体中的权重。

在城市轨道交通建设项目建成运营的一定时期内,各种交通方式的出行时间、方便性、舒适性、安全性等因素变化较小,而票价的变化对客流量的影响是主要的<sup>[10]</sup>。故除城市轨道交通的票价  $E$  外,式(2) - (7)中所述的各种影响因素指标和其他交通方式票价都可以作为已知常量,该城市现有的总公交客流量也可从相关机构部门的统计数据得到。在假设系数  $\theta, \delta, \beta$  已知的情况下,其客流分担率可简化为下式

$$P_{\text{轨}} = \frac{e^{(-aE-b)}}{e^{(-aE-b)} + c} \quad (15)$$

故,综合最优目标函数  $Z$  可表示为

$$Z = -\omega_1 Q \cdot (T_{\text{总}} \cdot V(T) + E) + \omega_2 QE + \omega_3 (pQ_{\text{总}} + Q') \quad (16)$$

$$Q = pQ_{\text{总}} + Q' \quad (17)$$

$$Q' = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \lambda_{ij} \mu_j \exp(-k\omega_{ij}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \lambda_{ij} \mu_j \exp\{-k[\epsilon_1 t'_{ij} V(T) + \epsilon_2 E]\} \quad (18)$$

令  $\omega_2 - \omega_1 = k_1, \omega_3 - \omega_1 \cdot T_{\text{总}} \cdot V(T) = k_2, Z$  对  $E$  求导得:

$$\frac{dZ}{dE} = k_1 \left\{ \frac{e^{(-aE-b)}}{e^{(-aE-b)} + c} - E \frac{a \cdot c \cdot e^{(aE+b)}}{[1 + c \cdot e^{(aE+b)}]^2} \right\} + E \frac{dQ'}{dE} + Q' - k_2 Q_{\text{总}} \frac{a \cdot c \cdot e^{(-aE-b)}}{[c + e^{(-aE-b)}]^2} - k_2 \frac{dQ'}{dE} \quad (19)$$

令  $\frac{dZ}{dE} = 0$ , 对其采用逐步逼近法即可求得综合考虑上述目标的城市轨道交通最优票价。

### 4 算例

设某条城市轨道交通线路共有6个车站。其吸引范围内的公共交通客流总量见表1,乘客在这些OD点之间分别采用轨道交通和常规公共交通的出行时间见表2,各种运输方式的服务特性参数见表3。

表1 公共交通客流总量表 人

OD	1	2	3	4	5	6	总计
1	0	2 797	4 121	3 809	5 841	7 192	23 890
2	3 521	0	7 754	2 968	3 549	11 012	28 804
3	12 749	5 381	0	7 013	8 067	6 713	40 343
4	1 078	4 888	2 190	0	2 634	7 351	18 141
5	3 428	4 756	5 237	5 420	0	4 832	23 673
6	6 707	6 359	12 330	3 436	6 157	0	34 989
总计	27 483	24 181	31 632	22 646	26 248	37 100	

表2 两种交通方式出行时间表 分

OD	1	2	3	4	5	6
1	0/0	3/8(*)	8/17	15/28	20/40	24/55
2	3/8	0/0	4/9	9/20	14/32	18/45
3	8/17	4/9	0/0	3/7	7/18	10/29
4	15/28	9/20	3/7	0/0	5/7	8/20
5	20/40	14/32	7/18	5/7	0/0	4/10
6	24/55	18/45	10/9	8/20	4/10	0/0

注：“3/8”表示在1,2区间采用轨道交通出行时间为3分钟,采用常规公交则需8分钟,其他数据意义类似。

表3 服务特性参数表

	出行费用 E	舒适性 M	方便性 H (行走、换乘时间)	可靠性 A (期望到达误差)	安全性 S
轨道交通	E	0.32元 <sup>①</sup>	15 min	0.05 min	0.99
常规公交	1.5元	0.12元	20 min	3 min	0.9

注①：“0.32元\*”，此处舒适性取票价的8%，假设轨道交通的旅客平均花费票价为4元。

其他参数设为： $V(T) = 13.5$ 元/小时， $\theta = 0.35$ ， $\delta = 0.12$ ， $\beta = 1$ ， $\epsilon_1 = 0.4$ ， $\epsilon_2 = 0.6$ ， $k = 0.45$ ，

$\omega_1 = 0.3$ ， $\omega_2 = 0.3$ ， $\omega_3 = 0.4$ ， $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \lambda_i \mu_j$  等于该城市现有的公共交通总客流量，根据以上表格可知

$$Q' = 339\ 130 \exp(-0.522 - 0.27 E);$$

$$W_{\text{轨}} = [0.35(E + 2.2725 + 3.375 + 0.0113 + 0.12 \cdot 0.32)] \cdot 0.99 = 0.3465 E + 2;$$

$$P_{\text{轨}} = \frac{\exp(-0.3465 E - 2)}{0.0236 + \exp(-0.3465 E - 2)};$$

将以上数据代入式(3-9),并令其等于0得

$$\frac{dZ}{dE} = (311661 - 91565 E) \exp(-0.522 - 0.27 E) - 832.2 \cdot \frac{\exp(-0.3465 E - 2)}{[0.0236 + \exp(-0.3465 E - 2)]^2} = 0$$

采用逐步逼近法解上式即可求出使得综合效益最优的票价为3.1元。

目前深圳地铁起步价2元,最高票价5元,广州地铁最低票价2元,上海最低票价3元,可以看出,用该模型计算出来的最优票价与大多数城市实际应用中的乘客平均支付票价相差不大,而且该模型所用数据和参数都较容易得到,算法计算也很简单,使用MATLAB进行简单编程便可得到最优结果,实用行比较强。由于该方法是综合考虑了多方的利益得出的最优票价,这对政府制定限制票价更有参考意义。

## 5 结语

城市轨道交通票价的制定是一个相当复杂却又关系国计民生的重大问题。本文在保证城市轨道交通公益性、强调其客流承担量的同时,兼顾运营企业及其他各方的利益,寻求了一种能使各利益方综合效益最优的城市轨道交通票价制定方法。实例证明了该方法得出的票价与实际应用中的基本票价吻合。但是,城市轨道交通的客流量与其线路走向以及常规公交线的布局有直接关系,同时本文未考虑票制以及轨道交通票价递远递减的原则,这些都有待进一步研究。

### 参考文献:

- [1] 戚宇杰.我国城市轨道交通票价制定问题研究[D].西安:长安大学,2006.
- [2] 毛保华.城市轨道交通网络管理及收入分配理论与方法[M].北京:科学出版社,2008.20-45.
- [3] 仝允桓.城市快速交通线项目的最优票价与政府补偿[J].系统工程理论与实践,2001,(4):88-91.
- [4] 汤薇,陈森发.基于生命周期客流分摊成本的城市轨道交通定价方法[J].系统工程理论与实践,2007,(5):69-74.
- [5] 周龙.拉塞姆定价模型在地铁定价中的应用[J].都市快轨交通,2001,(4):50-51.
- [6] 闫小勇,牛学勤.基于概率选择的城市轨道交通最优票价计算方法[J].城市轨道交通研究,2003,(6):79-81.
- [7] 王亚红.基于logit模型的城市轨道交通票价制定方法研究[D].北京:北京交通大学,2007.
- [8] 何宇强,毛保华,陈团生.高速客运专线客流分担率模型及其应用研究[J].铁道学报,2006,(3):18-21.
- [9] 王兵,董志宏,曹中杰.诱增交通量理论研究[J].河北工业大学学报,2002,(6):102-106.
- [10] 毛保华,曾会欣.交通规划模型及其应用[M].北京:中国铁道出版社,1999.133-179.

## The Method of Making Ticket Price of Urban Rail Transit Based on Integrated Benefit

ZHANG Hong, LI Chao-jie

(School of Traffic and Transportation, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

**Abstract:** Making ticket price of urban rail transit are related to the interests of all sectors of the community. Reasonable price will promote development of the urban rail transport system. With its direct relation between the fare of urban rail transit and the passenger flow, the distributing rate of passenger flow of urban rail transit is decided by Logit model to increase passenger flow. Then, the multi-objective programming model of comprehensive aspects including customers, enterprises, government is established to find a solution of best ticket price. Finally the feasibility of these model and algorithm is verified by some examples.

**Key words:** urban rail transit; ticket price; Logit model; induced passenger flow; multi-objective programming model

(责任编辑:王建华)