

文章编号:1005-0523(2009)05-0044-06

三维方位关系的定性描述与定性推理

王更生,尹 慧

(华东交通大学 信息工程学院,江西 南昌 330013)

摘要:结合定性推理、空间推理与人工智能产生的定性空间推理,已成为人工智能的 1 个研究热点,是空间关系的重要组成部分,为空间方位关系空间分析、辅助决策等提供了基础。因此,空间方位关系的形式化描述与定性推理非常重要。本文用单纯形数据模型描述三维空间实体,通过研究单纯形间的方向关系研究空间实体间的方向关系。提出采用三元组描述了两空间对象间的三维方位关系,并对该描述方法的定性推理作了详细研究。三维方位关系分为单方位关系与多方位关系,重点研究了单方位关系定性推理,在此基础上分析了多方位关系定性推理与单方位关系定性推理方法的联系,将多方位关系定性推理转化为对多个单方位关系定性的推理。

关键词:空间区域;单方位关系;多方位关系;形式化描述;定性推理;单纯形
中图分类号:TP301.6 **文献标识码:**A

空间查询与分析是 GIS 的核心功能,也是 GIS 区别于其它信息系统的本质特征。空间分析建立在空间目标位置和属性表达以及目标间复杂空间关系表达的基础上,要提高空间分析能力,必须解决好空间关系描述与表达问题。空间关系主要包括拓扑关系、方向关系和度量关系,其中,空间方向关系是空间实体间的 1 个重要而又基本的关系,是 GIS 空间方向关系理论的重要方面,而空间方向关系的研究相对滞后。因此,空间方向关系的研究对于促进 GIS 基础理论的研究具有重要意义。同时,多数空间关系研究和实现的对象是二维平面几何体,但是随着 GIS 应用地深入,人们越来越多的需要在三维空间内处理问题,这对三维空间方位关系的研究提出了强烈的需求^[1]。

三维空间中的任意 1 个空间实体都是 1 个可定向的 n -维伪流形,在几何上可剖分成若干个维数小于或等于 n 、连通但不相互重叠的 k -单纯形($k \leq n$)。0-单纯形、1-单纯形、2-单纯形、3-单纯形和平面组成三维空间实体的 5 种基本几何元素。0-单纯形、1-单纯形、2-单纯形、3-单纯形所对应的几何图形分别为点、线段、三角形和四面体。用点、线段、三角形、四面体这些单纯形表示空间实体的数据结构为单纯形数据结构(SDS)(易善楨,1999)。采用单纯形把几何体分解成子几何结构,在这种几何结构上执行操作,使计算变得非常容易。用 SDS 作为 3D-GIS 空间表示,它可以用一致的模型表示点、线、面、体,而且单纯形是三维空间中最简单的几何模型。在三维空间中用 (x, y, z) 表示点,用节点 (x_i, y_i, z_i) , ($i = 1, 2$) 表示线段的两个端点,用节点 (x_i, y_i, z_i) , ($i = 1, 2, 3$) 表示三角形的 3 个顶点,用节点 (x_i, y_i, z_i) , ($i = 1, 2, 3, 4$) 表示四面体的 4 个顶点。由于单纯表为凸的,所以用点描述 0-单纯形,线段的两个端点描述 1-单纯形,三角形的 3 个顶点描述 2-单纯形,用四面体的 4 个顶点描述 3-单纯形。本文采用单纯形数据模型描述三维空间实体,通过研究单纯形间的方向关系研究空间实体间的方向关系^[2]。

1 三维方向区域的划分

方向关系描述的 1 个重要内容就是方向区域的划分。2D-GIS 中方向区域的划分方法主要有两种方法:基于投影方法和基于锥形方法。由于锥形方法没有考虑参照物的大小和形状对方向划分的影响,因此当参照物为非点状物体时,采用锥形方法具有一定的局限性,通常采用投影方法划分方向区域^[3]。

设单纯形 A 为参照物,划分参照物 A 所在空间的函数为

收稿日期:2009-04-29

作者简介:王更生(1964-),男,湖南衡阳人,教授,研究方向为全球卫星定位系统(GPS)。

$$\pi_{x_{\max}} = \max \{x_A | (x_A, y_A, z_A) \in A\}, \quad \pi_{x_{\min}} = \min \{x_A | (x_A, y_A, z_A) \in A\},$$
$$\pi_{y_{\max}} = \max \{y_A | (x_A, y_A, z_A) \in A\}, \quad \pi_{y_{\min}} = \min \{y_A | (x_A, y_A, z_A) \in A\},$$
$$\pi_{z_{\max}} = \max \{z_A | (x_A, y_A, z_A) \in A\}, \quad \pi_{z_{\min}} = \min \{z_A | (x_A, y_A, z_A) \in A\}.$$

平面 $\pi_{x_{\max}}$ 和 $\pi_{x_{\min}}$ 将参照物所在的空间划分为 3 个部,如图 1 所示。

$W = \{(x, y, z) | x < x_{\min}\}, B_x = \{(x, y, z) | x_{\min} \leq x \leq x_{\max}\}, E = \{(x, y, z) | x > x_{\max}\}.$

平面 $\pi_{y_{\max}}$ 和 $\pi_{y_{\min}}$ 将参照物所在的空间划分为 3 个部,如图 2 所示。

$S = \{(x, y, z) | y < y_{\min}\}, B_y = \{(x, y, z) | y_{\min} \leq y \leq y_{\max}\}, N = \{(x, y, z) | y > y_{\max}\}.$

其中,平面 $\pi_{z_{\max}}$ 和 $\pi_{z_{\min}}$ 将参照物所在的空间划分为 3 个部,如图 3 所示。

$D = \{(x, y, z) | z < z_{\min}\}, B_z = \{(x, y, z) | z_{\min} \leq z \leq z_{\max}\}, U = \{(x, y, z) | z > z_{\max}\}.$

平面 $\pi_{x_{\max}}, \pi_{x_{\min}}, \pi_{y_{\max}}, \pi_{y_{\min}}, \pi_{z_{\max}}$ 和 $\pi_{z_{\min}}$ 将参照物所在的空间划分为 $3 \times 3 \times 3 = 27$ 个部分,如图 4 所示。

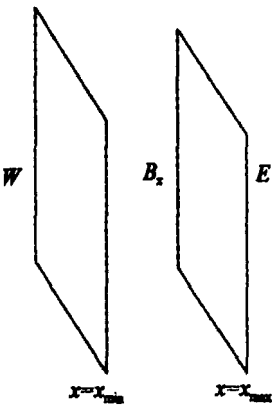


图 1 x 方向区域划分

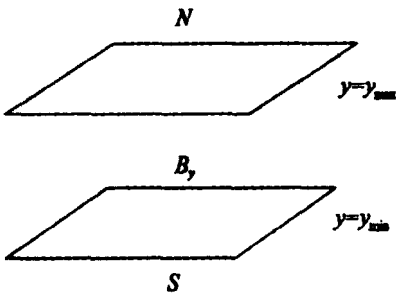


图 2 y 方向区域划分

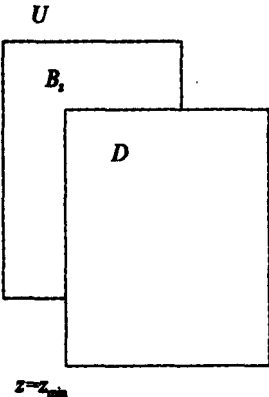


图 3 z 方向区域划分

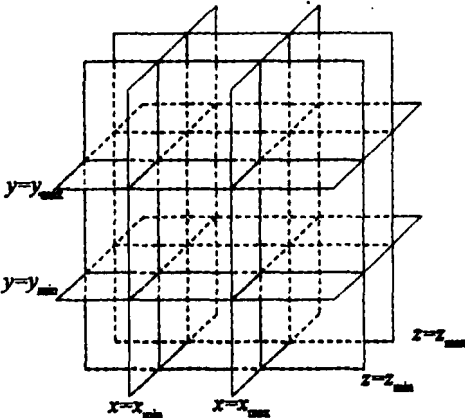


图 4 三维空间区域的划分

2 三维方向关系的形式化描述

在三维方位区域划分中,从 3 个不同的角度对空间区域进行了划分,因此用 1 个三元组来表示空间对象间的方位关系,如空间对象 A, B 间的方位关系 $dir(A, B)$ 可以表示为: $dir(A, B) = \{(x, y, z), x \in \{W, B_x, E\}, y \in \{N, B_y, S\}, z \in \{U, B_z, D\}\}$ 。由于 1-单纯形, 2-单纯形, 3-单纯形是凸的, 所以过参照物在坐标轴上的投影的最大(小)点的划分平面, 实际上是过描述单纯形的节点在坐标轴上投影的最大(小)值的平面。如

$x_{\max} = \max \{x_A | (x_A, y_A, z_A) \in A\} = \max \{x_i | (x_i, y_i, z_i), i = 1, \dots, n\}$, 当 A 为 0-单纯形时 $n = 1$; 当 A 为 1-单纯形时 $n = 2$; A 为 2-单纯形时 $n = 3$; 当 A 为 3-单纯形时 $n = 4$. 其它划分函数类似。

由上述方向区域的定义知, 当参照物为点时

$$\max \{x_A | (x_A, y_A, z_A) \in A\} = \min \{x_A | (x_A, y_A, z_A) \in A\},$$

$$\max \{y_A | (x_A, y_A, z_A) \in A\} = \min \{y_A | (x_A, y_A, z_A) \in A\},$$

$$\max \{z_A | (x_A, y_A, z_A) \in A\} = \min \{z_A | (x_A, y_A, z_A) \in A\}.$$

所以, 参照物为点时的方向区域划分函数是参照物为体时划分函数的特例。

3 三维方位关系分类

在 3D-GIS 中, 按照目标与方向区域相交个数的多少, 可以将方向关系分为单方向关系和多方向关系^[4]。单方向关系是目标对象只与 1 个方向区域相交时的方向关系; 多方向关系是目标对象与多个方向区域相交时的方向关系。

例: $\text{dir}(A, B) = (W, S, D)$ 表示的是 1 个单方向关系, 所描述的几何意义是 $\max \{x_B | (x_B, y_B, z_B) \in B\} < \min \{x_A | (x_A, y_A, z_A) \in A\}$, $\max \{y_B | (x_B, y_B, z_B) \in B\} < \min \{y_A | (x_A, y_A, z_A) \in A\}$, $\max \{z_B | (x_B, y_B, z_B) \in B\} < \min \{z_A | (x_A, y_A, z_A) \in A\}$ 。

例: $\text{dir}(A, B) = (W \cup B_x, S, D \cup B_z \cup U)$ 描述的是 1 个多方向关系。 $\text{dir}(A, B) = (W \cup B_x, S, D \cup B_z \cup U)$ 描述的几何意义是 $B_{x-\min} < A_{x-\min} \wedge A_{x-\min} \leq B_{x-\max} < A_{x-\max}$, $B_{y-\max} < A_{y-\min}$, $B_{z-\min} < A_{z-\min} \wedge B_{z-\max} > A_{z-\max}$, 其中 $B_{x-\min}$ 表示 B 对象在 x 轴上的最小值, 其它依次类推。

4 三维方位关系的定性推理

4.1 单方向关系定性推理

当目标对象为点时, 方向关系为单方向关系。另外, 当目标对象为 1-单纯形、2-单纯形或 3-单纯形时也有可能为单方向关系。设 A, B, C 是三维空间中的三个物体, 它们间的方向关系 $\text{dir}(A, B)$, $\text{dir}(B, C)$ 分别为 A, B 间的方向关系和 B, C 间的方向, 可以根据 $\text{dir}(A, B)$, $\text{dir}(B, C)$, 推断 $\text{dir}(A, C)$, 用公式表示为 $\text{dir}(A, B) \wedge \text{dir}(B, C) \rightarrow \text{dir}(A, C)$ 。根据 3D 空间中 27 个方向关系的定义和逻辑性进行推理运算, 可以得出 27 种单方向关系间定性推理的结果 $27 \times 27 = 729$ 。

$$\text{dir}(A, B) = (EW_{ab}, NS_{ab}, UD_{ab}) \quad \text{dir}(B, C) = (EW_{bc}, NS_{bc}, UD_{bc})$$

$$\text{dir}(A, B) \wedge \text{dir}(B, C) = (EW_{ab}, NS_{ab}, UD_{ab}) \wedge (EW_{bc}, NS_{bc}, UD_{bc})$$

$$= (EW_{ab} \wedge EW_{bc}, NS_{ab} \wedge NS_{bc}, UD_{ab} \wedge UD_{bc}) = \text{dir}(A, C)$$

此, 方位关系的定性推理的关键在于各元素之间的推理运算。由三维方位空间区域的划分可知

$$EW_{ab}, NS_{ab}, UD_{ab} \in \{B_{\max} < A_{\min}, (B_{\min} \geq A_{\min}) \wedge (B_{\max} \leq A_{\max}), B_{\min} > A_{\max}\}$$

$$EW_{bc}, NS_{bc}, UD_{bc} \in \{C_{\max} < B_{\min}, (C_{\min} \geq B_{\min}) \wedge (C_{\max} \leq B_{\max}), C_{\min} > B_{\max}\}$$

方位三元组元素之间的推理模式有 $3 \times 3 = 9$ 种, 见公式 1~9 (其中 $B_{\max}$ 表示 B 对象在某一方向上投影的最大值, 其它依次类推)

$$(B_{\max} < A_{\min}) \wedge (C_{\max} < B_{\min}) \Rightarrow C_{\max} < A_{\min} \quad (1)$$

$$(B_{\max} < A_{\min}) \wedge (C_{\min} \geq B_{\min}) \wedge (C_{\max} \leq B_{\max}) \Rightarrow C_{\max} < A_{\min} \quad (2)$$

$$(B_{\max} < A_{\min}) \wedge (C_{\min} > B_{\max}) \text{ 无法推理 } C \text{ 与 } A \text{ 的关系} \quad (3)$$

$$(B_{\min} \geq A_{\min}) \wedge (B_{\max} \leq A_{\max}) \wedge (C_{\max} < B_{\min}) \Rightarrow C_{\max} < A_{\max} \quad (4)$$

$$(B_{\min} \geq A_{\min}) \wedge (B_{\max} \leq A_{\max}) \wedge (C_{\min} \geq B_{\min}) \wedge (C_{\max} \leq B_{\max}) \Rightarrow (C_{\min} \geq A_{\min}) \wedge (C_{\max} \leq A_{\max}) \quad (5)$$

$$(B_{\min} \geq A_{\min}) \wedge (B_{\max} \leq A_{\max}) \wedge (C_{\min} > B_{\min}) \Rightarrow C_{\max} > A_{\min} \quad (6)$$

$$(B_{\min} > A_{\max}) \wedge (C_{\max} < B_{\min}) \text{ 无法推理 } C \text{ 与 } A \text{ 的关系} \quad (7)$$

$$(B_{\min} > A_{\max}) \wedge (C_{\min} \geq B_{\min}) \wedge (C_{\max} \leq B_{\max}) \Rightarrow C_{\min} > A_{\max} \quad (8)$$

$$(B_{\min} > A_{\max}) \wedge (C_{\min} > B_{\max}) \Rightarrow (C_{\min} > A_{\max}) \quad (9)$$

对 x 方向区域划分

由式(1): $W \wedge W \rightarrow W$, 该推理表明三维空间对象 B 在 A 的西面, C 在 B 的西面, 则 C 在 A 的西面, 如图5所示。

由式(3): $W \wedge E \rightarrow W \vee Bx \vee E \vee E(W \cup Bx) \vee (Bx \cup E) \vee (W \cup Bx \cup E)$, 该推理表明 B 在 A 的西面, C 在 A 的西面, 则 C 与 A 的方向关系有6种: $W, Bx, E, W \cup Bx, Bx \cup E, W \cup Bx \cup E$, 如图7所示。其中 $W \cup Bx, Bx \cup E, W \cup Bx \cup E$ 为多方位关系。

由式(4): $Bx \wedge W \rightarrow W \vee Bx \vee (W \cup Bx)$, 该推理表明 B 在 A 的内部, C 在 A 的西面时, C 与 A 的方向关系有3种: $W, Bx, W \cup Bx$, 如图6所示。

同理可以根据式(1)~(9)得到 x 区域划分的其它6个推理规则。如式(10)~(15)所示。

$$W \wedge Bx \rightarrow W \quad (10)$$

$$Bx \wedge Bx \rightarrow Bx \quad (11)$$

$$Bx \wedge E \rightarrow Bx \vee E \vee (Bx \cup E) \quad (12)$$

$$E \wedge W \rightarrow W \vee Bx \vee E \vee (W \cup Bx) \vee (Bx \cup E) \vee (W \cup Bx \cup E) \quad (13)$$

$$E \wedge Bx \rightarrow E \quad (14)$$

$$E \wedge E \rightarrow E \quad (15)$$

同理, 可对 y, z 方向区域的划分得出相应的推理结果。

例1: $\text{dir}(A, B) = (E, Bx, D), \text{dir}(B, C) = (Bx, By, Bz)$

$$\text{dir}(A, B) \wedge \text{dir}(B, C) = (E, By, D) \wedge (Bx, By, Bz) = (E \wedge Bx, By \wedge By, D \wedge Bz) \rightarrow (E, By, D) \Rightarrow \text{dir}(A, C) = (E, By, D)$$

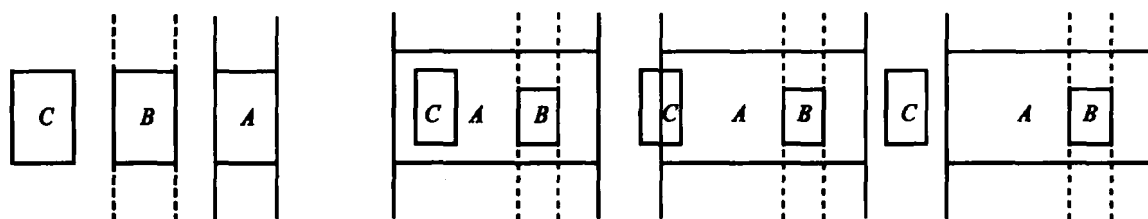


图5 $\text{dir}(A, B) = W \quad \text{dir}(B, C) = W$ 的所有可能方位情况

图6 $\text{dir}(A, B) = Bx \quad \text{dir}(B, C) = W$ 的所有可能方位情况

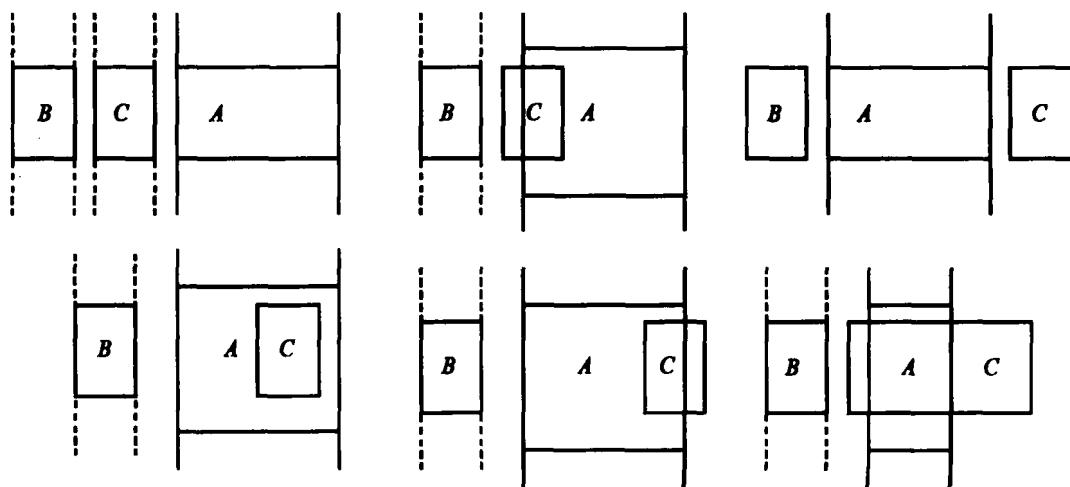


图7 $\text{dir}(A, B) = W \quad \text{dir}(B, C) = E$ 的所有可能方位情况

例 2: $dir(A, B) = (Bx, N, D)$ $dir(B, C) = (E, By, Bz)$

$$dir(A, B) \wedge dir(B, C) = (Bx, N, D) \wedge (E, By, Bz) = (Bx \wedge E, N \cup By, D \wedge Bz) \Rightarrow$$

$$((Bx \vee E \vee (Bx \cup E)), N, D) = (Bx, N, D) \vee (E, N, D) \vee ((Bz \cup E), N, D) \Rightarrow$$

$$dir(A, C) = (Bx, N, D) \vee (E, N, D) \vee ((Bx \cup E), N, D)$$

例 2 的推理结果表明, $dir(A, C)$ 有 3 种情况: (Bx, N, D) , (E, N, D) , $((Bx \cup E), N, D)$, 其中 $((Bx \cup E), N, D)$ 是 1 个多方向关系。

4.2 多方向关系定性推理

多方向关系式是目标对象与多个方向区域相交时的方向关系。设 $obj A, obj B, obj C$ 是三维空间中的 3 个物体, 它们间的方向关系 $dir(obj A, obj B)$, $dir(obj B, obj C)$ 分别为 $obj A, obj B$ 间的方向关系和 $obj B, obj C$ 间的方向, 设 $dir(obj A, obj B)$, $dir(obj B, obj C)$ 为多方向关系。

$$dir(obj A, obj B) = ((rab_1 \cup \dots \cup rab_{mab}), (sab_1 \cup \dots \cup sab_{nab}), (tab_1 \cup \dots \cup tab_{kab}))$$

$$dir(obj B, obj C) = ((rbc_1 \cup \dots \cup rbc_{mbc}), (sbc_1 \cup \dots \cup sbc_{nbc}), (tbc_1 \cup \dots \cup tbc_{kbc}))$$

$$rab_1, \dots, rab_{mab}, rbc_1, \dots, rbc_{mbc} \in \{W, Bx, S\},$$

$$sab_1, \dots, sab_{nab}, sbc_1, \dots, sbc_{nbc} \in \{S, By, N\},$$

$$tab_1, \dots, tab_{kab}, tbc_1, \dots, tbc_{kbc} \in \{D, Bz, U\}, mab, nab, kab, mbc, nbc, kbc \in \{1, 2, 3\}。$$

可以根据单方向关系推理方法推理多方向关系, 多方向关系推理方法如下

$$dir(obj A, obj B) \wedge dir(obj B, obj C) = ((rab_1 \cup \dots \cup rab_{mab}), (sab_1 \cup \dots \cup sab_{nab}), (tab_1 \cup \dots \cup tab_{kab})) \wedge$$

$$((rbc_1 \cup \dots \cup rbc_{mbc}), (sbc_1 \cup \dots \cup sbc_{nbc}), (tbc_1 \cup \dots \cup tbc_{kbc}))$$

$$= ((rab_1 \cup \dots \cup rab_{mab}) \wedge (rbc_1 \cup \dots \cup rbc_{mbc}), (sab_1 \cup \dots \cup sab_{nab}) \wedge (sbc_1 \cup \dots \cup sbc_{nbc}),$$

$$(tab_1 \cup \dots \cup tab_{kab}) \wedge (tbc_1 \cup \dots \cup tbc_{kbc}))$$

.....

$$= ((rab_1 \wedge rbc_1), (sab_1 \wedge sbc_1), (tab_1 \wedge tbc_1)) \cup \dots ((rab_1 \wedge rbc_1), (sab_1 \wedge sbc_1), (tab_1 \wedge tbc_{kbc}))$$

$$\cup \dots ((rab_1 \wedge rbc_{mbc}), (sab_1 \wedge sbc_1), (tab_1 \wedge tbc_{kbc})) \cup \dots$$

$$((rab_{mab} \wedge rbc_{mbc}), (sab_{nab} \wedge sbc_{nbc}), (tab_{kab} \wedge tbc_1)) \cup \dots \cup$$

$$((rab_{mab} \wedge rbc_{mbc}), (sab_{nab} \wedge sbc_{nbc}), (tab_{kab} \wedge tbc_{kbc}))$$

$$= ((rab_1, sab_1, tab_1) \wedge (rbc_1, sbc_1, tbc_1)) \cup \dots \cup ((rab_1, sab_1, tab_1) \wedge (rbc_1, sbc_1, tbc_{kbc}))$$

$$\cup \dots \cup ((rab_1, sab_1, tab_{kab}) \wedge (rbc_1, sbc_1, tbc_1)) \cup \dots \cup ((rab_1, sab_1, tab_{kab}) \wedge (rbc_1, sbc_1, tbc_{kbc}))$$

$$\cup \dots \cup ((rab_{mab}, sab_{nab}, tab_{kab}) \wedge (rbc_{mbc}, sbc_{nbc}, tbc_1))$$

$$\cup \dots \cup ((rab_{mab}, sab_{nab}, tab_{kab}) \wedge (rbc_{mbc}, sbc_{nbc}, tbc_{kbc})) = dir(obj A, obj C)$$

例 1: $dir(obj A, obj B) = (W \cup Bx, By \cup N, D)$ $dir(obj B, obj C) = (Bx, By, Bz)$

$$dir(obj A, obj B) \wedge dir(obj B, obj C) = (W \cup Bx, Bx \cup N, D) \wedge (Bx, By, Bz)$$

$$= ((W \cup Bx) \wedge Bx, (By \cup N) \wedge By, D \wedge Bz)$$

$$= (W \wedge Bx, By \wedge By, D \wedge Bz) \cup (W \wedge Bx, N \wedge By, D \wedge Bz) \cup$$

$$(Bx \wedge Bx, By \wedge By, D \wedge Bz) \cup (Bx \wedge Bx, N \wedge By, D \wedge Bz)$$

$$= (W, By, D) \cup (W, N, D) \cup (Bx, By, D) \cup (Bx, N, D) \Rightarrow$$

$$dir(obj A, obj C) = (W, By, D) \cup (W, N, D) \cup (Bx, By, D) \cup (Bx, N, D)$$

4 结束语

单纯形数据模型是三维空间中最简单的数据模型, 由于三维空间中单纯形: 节点、线段、三角形和四面体全是凸的, 就可以分别用点、线段的两个端点, 三角的 3 个顶点和四面体的 4 个顶点描述单纯形。本文建立的三维空间方位关系描述模型是基于投影的方位关系描述模型, 研究的主要内容包括以下几个方面: 使用三元组来形式化描述两个空间对象间的方位关系; 在三元组描述方法的基础上, 对单方位关系的定性

推理方法进行了深入探讨;分析了多方位关系与单方位关系在定性推理上的联系;根据单方位关系定性推理方法,对多方位关系定性推理进行了研究。

参考文献:

- [1] 范 丽. 基于空间方位推理的 GIS 组件开发[D]. 重庆:重庆大学, 2005. 52 - 54.
- [2] 易善桢. 基于单纯形的 3D - GIS 数据模型及其初步设计[J]. 测绘通报, 1999, 11: 11 - 14.
- [3] 刘 新. 三维空间的描述及其定性推理[D]. 青岛山东科技大学, 2007. 76 - 77.
- [4] RENZJ. Qualitative spatial reasoning with topological information[M]. Berlin: Springer-verlag, 2002.

Qualitative Description and Reasoning of 3D Directional Relationship

WANG Geng-sheng, YIN Hui

(School of Information Engineering, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China)

Abstract: Combination of qualitative reasoning, spatial reasoning and artificial intelligence generated qualitative spatial reasoning has become a research hotspot of artificial intelligence. As an important component of the spatial relations, spatial relationship provides a basis to spatial analysis and supporting decision-making. Therefore, the qualitative description and reasoning of the spatial relationship are very important. In this paper, simplex data model describes the three-dimensional entity by studying the directional relationship between the simplex to show the relationship between entities. The thesis presents a method of triples to describe the direction relationship between two 3D spatial objects and gives detailed qualitative reasoning of the method. The directional relationship includes single-directional and multi-directional relationships. It focuses on qualitative reasoning of the single-directional relationship. On this basis, it also analyzes the link of relationship between the qualitative reasoning of multi-directional relationship and single-relationship, and transforms qualitative reasoning of multi-directional relationship into that of multilingual single-directional relationship.

Key words: spatial areas; single-directional relationship; multi-directional relationship; qualitative description; qualitative reasoning; simplex

(责任编辑:刘棉玲)