

文章编号:1005-0523(2009)06-0093-05

# 截断高斯光束的光束传输因子和焦移

朱莉华

(华东交通大学 基础科学学院,江西 南昌 330013)

**摘要:**采用三种不同束宽定义方法:熵束宽、环围功率和渐近分析法,研究比较了截断高斯光束的光束传输因子( $M^2$ 因子)和高斯光束通过光阑-透镜分离光学系统的焦移。结果表明,随截断参数 $\delta$ 的增大,三种方法计算的 $M^2$ 因子差异变小。当 $\delta \geq 2.1$ 时其 $M^2$ 因子都趋于1,且三种方法计算的相对焦移亦相等。

**关键词:**环围功率;渐近分析法;截断高斯光束; $M^2$ 因子;焦移

**中图分类号:**0435      **文献标识码:**A

近年来,国际上广泛采用光束传输因子( $M^2$ 因子)作为描述不同光束的一个重要参数,对一些典型光束的 $M^2$ 因子也已推导出来,并规定了 $M^2$ 因子的实验测量方法<sup>[1~6]</sup>。但是,用二阶矩定义的 $M^2$ 因子在描述强截断激光光束质量时会遇到积分发散困难,所以对截断光束的光束质量评价一直被排除在ISO文件之外。本文利用几种不同束宽定义,即熵束宽、环围功率和渐近分析法对截断高斯光束的 $M^2$ 因子作了比较研究,并且使用这三种方法研究了高斯光束通过光阑-透镜分离光学系统的焦移。有关结果对受光阑限制的截断光束的描述有实际意义。

## 1 截断高斯光束的 $M^2$ 因子

在空间域中,截断光束按熵定义的束腰宽度 $w_s$ 为<sup>[7]</sup>

$$w_s = \exp\left(-\int_{-a}^a \frac{|E(x,0)|^2}{p} \ln \frac{|E(x,0)|^2}{p} dx\right) \quad (1)$$

式中: $E(x,0)$ 为 $z=0$ 入射面上光束的场分布; $a$ 为置于入射面上光阑的半径,其中

$$p = \int_{-a}^{+a} |E(x,0)|^2 dx \quad (\text{入射到光阑内的功率}) \quad (2)$$

在空间频率域中,其远场发散角 $\theta_s$ 为<sup>[7]</sup>

$$\theta_s = \exp\left(-\int_{-a}^a \frac{|E(s,0)|^2}{p} \ln \frac{|E(s,0)|^2}{p} ds\right) \quad (3)$$

式中: $s$ 是 $x$ 方向的空间频率; $E(s,0)$ 是光阑后表面上光束在空间频率域中的场分布,表示为

$$E(s,0) = \int_{-a}^{+a} E(x,0) \exp(-i2\pi sx) dx \quad (4)$$

将(1)和(3)式代入 $M^2$ 因子的定义式

$$M_s^2 = w_s \theta_s / w_s^0 \theta_s^0 \quad (5)$$

可得到熵定义的截断光束 $M_s$ 因子,其中, $w_s$ 和 $\theta_s$ 分别表示当光阑宽度 $a \rightarrow \infty$ ,即无截断时基模高斯光束按熵定义的束腰宽度和远场发散角。

按渐近分析法,光腰位置处光束在空域中二阶矩表示为<sup>[8]</sup>

$$\sigma_x^2 = \int_{-X_c(0)}^{X_c(0)} x^2 |E(x,0)|^2 dx / \int_{-X_c(0)}^{X_c(0)} |E(x,0)|^2 dx \quad (6)$$

收稿日期:2009-10-09

基金项目:华东交通大学科学技术研究项目(08JC04)

作者简介:朱莉华(1980-),女,江西南昌人,硕士,讲师,研究方向为激光传输与变换。

$X_c(0)$ 定义为

$$\int_{-X_c(0)}^{X_c(0)} |E(x,0)|^2 dx = f_0 \int_{-a}^a |E(x,0)|^2 dx \quad (7)$$

$f_0$ 表示在所取的积分范围内包含的光功率占入射到光阑内的光功率的百分比. 光腰位置处光束在空间频率域中二阶矩表示为

$$\sigma_s^2 = \int_{-S_c}^{S_c} s^2 |E(s,0)|^2 ds / \int_{-S_c}^{S_c} |E(s,0)|^2 ds \quad (8)$$

其中  $S_c$ 定义为

$$\int_{-S_c}^{S_c} |E(s,0)|^2 ds = f_0 \int_{-\infty}^{\infty} |E(s,0)|^2 ds \quad (9)$$

(8)和(9)式中,  $E(s,0)$ 由(4)式表示。

将(6)和(8)式代入  $M^2$ 因子的定义式

$$M_Q^2 = 4\pi \sqrt{\sigma_x^2 \sigma_s^2} \quad (10)$$

可得到用渐近分析法定义的截断光束  $M_Q^2$ 因子。

按环围功率法, 截断光束的束腰  $w_{\text{PIB}}$  和束宽  $w_{\text{PIB}}(z)$  定义为

$$\int_{-w_{\text{PIB}}}^{+w_{\text{PIB}}} |E(x,0)|^2 dx = \eta \int_{-a}^{+a} |E(x,0)|^2 dx \quad (11a)$$

$$\int_{-w_{\text{PIB}}(z)}^{+w_{\text{PIB}}(z)} |E(x,z)|^2 dx = \eta \int_{-\infty}^{+\infty} |E(x,z)|^2 dx \quad (11b)$$

常用  $\eta = 86.5\%, 63\%$  等, 式中  $E(x,z)$  表示光束经过光阑后的场分布, 可用 Collins 公式<sup>[9]</sup>求出. 远场发散角  $\theta_{\text{PIB}}$  为

$$\theta_{\text{PIB}} = \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{w_{\text{PIB}}(z)}{z} \quad (12)$$

由(11)和(12)式可得到用环围功率法定义的截断光束  $M_{\text{PIB}}^2$  因子为

$$M_{\text{PIB}}^2 = \frac{w_{\text{PIB}} \theta_{\text{PIB}}}{w_{\text{PIB}}^0 \theta_{\text{PIB}}^0} \quad (13)$$

其中:  $w_{\text{PIB}}$  和  $\theta_{\text{PIB}}$  分别表示当光阑宽度  $a \rightarrow \infty$ , 即无截断时基模高斯光束按环围功率法定义的束腰宽度和远场发散角。

将高斯光束的初始场分布

$$E(x,0) = \exp\left(-\frac{x^2}{w_0^2}\right) \quad (14)$$

代入(1) - (13)式可分别得出上述三种不同方法定义的截断高斯光束的  $M^2$  因子。

图 1 为截断高斯光束用熵束宽、渐近分析和环围功率法定义的  $M^2$  因子随截断参数  $a/w_0$  的变化, 计算参数为  $f_0 = 0.99$ ,  $\eta = 86.5\%$ 。由图知,  $M^2$  因子随截断参数  $a/w_0$  的增大而减小。当截断参数  $a/w_0$  较小时, 熵束宽和环围功率法计算的  $M^2$  因子相近, 而渐近分析法的计算结果比之大的多; 但随  $a/w_0$  逐渐增大, 它们之间的差异越来越小, 当  $a/w_0 \geq 2.1$  时, 用三种方法定义的  $M^2$  因子都趋于 1。

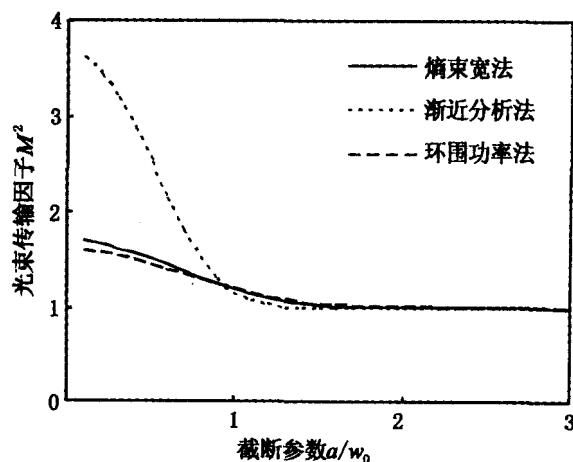


图 1 截断高斯光束的  $M^2$  因子随截断参数  $a/w_0$  的变化

## 2 截断高斯光束的焦移

设高斯光束通过一光阑-透镜分离光学系统,并设其束腰位于光阑平面处。该光阑半径为  $a$ ,光阑与焦距为  $f$  的薄透镜的距离为  $s$ ,  $z$  为观察点到薄透镜的距离。

此系统的变换矩阵为

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\Delta z/f & -s\Delta z/f + f + \Delta z \\ -1/f & 1 - s/f \end{pmatrix} \quad (15)$$

式中,  $\Delta z = z - f$ 。将(11)和(12)式分别代入 Collins 公式, 整理得观察点的场分布为

$$E(x', \Delta z) = \frac{1}{2} \left( -\Delta z + \frac{-\frac{s}{f}\Delta z + 1 + \Delta z}{i\pi N_w} \right)^{-1/2} \exp \left( \frac{-i\pi N_w x'^2}{-\pi N_w \Delta z - \frac{s}{f}\Delta z + 1 + \Delta z} \right) \cdot \exp \left[ \operatorname{erf} \left[ \delta \sqrt{\frac{-i\pi N_w \Delta z}{-\frac{s}{f}\Delta z + 1 + \Delta z}} + 1 - \frac{-i\pi N_w x'}{\sqrt{\frac{-i\pi N_w \Delta z}{-\frac{s}{f}\Delta z + 1 + \Delta z}} + 1} / \left( -\frac{s}{f}\Delta z + 1 + \Delta z \right) \right] \right] - \operatorname{erf} \left[ -\delta \sqrt{\frac{-i\pi N_w \Delta z}{-\frac{s}{f}\Delta z + 1 + \Delta z}} + 1 - \frac{-i\pi N_w x'}{\sqrt{\frac{-i\pi N_w \Delta z}{-\frac{s}{f}\Delta z + 1 + \Delta z}} + 1} / \left( -\frac{s}{f}\Delta z + 1 + \Delta z \right) \right] \right] \quad (16)$$

式中,  $\operatorname{erf}(\cdot)$  为误差函数,

$$x' = x/w_0 \text{(归一化坐标)} \quad (17)$$

$$\delta = a/w_0 \text{(截断参数)} \quad (18)$$

$$N_w = \frac{w_0^2}{\lambda f} \text{(与光束有关的菲涅尔数)} \quad (19)$$

把(16)式代入按三种方法定义的束宽表达式, 可分别得出它们的物方束腰  $w_{min}$  对应的轴上位置  $z_{max} = f + \Delta z_{max}$  即实际焦面位置, 再由式

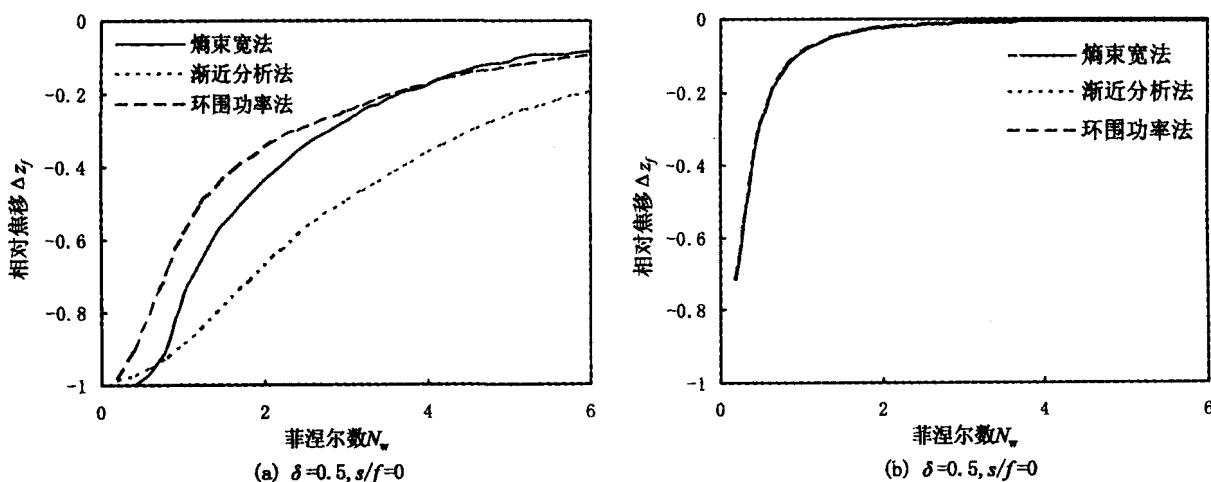


图 2 高斯光束的相对焦移  $\Delta z_f$  随菲涅尔数  $N_w$  的变化

$$\Delta z_f = \frac{z_{\max} - f}{f} \quad (20)$$

求出相对焦移。

图2(a)和(b)是光阑-透镜不分离即  $s/f=0$  时高斯光束的相对焦移  $\Delta z_f$  随菲涅尔数  $N_w$  的变化。由图知,  $|\Delta z_f|$  随  $N_w$  的增大而减小。当截断参数  $\delta$  值较小 ( $\delta=0.5$ ) 时, 熵束宽、环围功率和渐近分析法计算的相对焦移差异较大; 当  $\delta$  值较大 ( $\delta=2.1$ ) 时, 三种方法计算的结果几乎完全相同。图3是  $N_w=1$ ,  $s/f=0$  时高斯光束的相对焦移  $\Delta z_f$  随截断参数  $\delta$  的变化。从图中看出,  $|\Delta z_f|$  随  $\delta$  的增大而减小, 并且三种方法计算结果的差异随  $\delta$  的增大而减小, 当  $\delta \geq 2.1$  时趋于相同。

图4是  $N_w=1$ ,  $\delta=1$  时高斯光束的相对焦移  $\Delta z_f$  随光阑透镜分离程度  $s/f$  的变化。由图知,  $\Delta z_f$  随  $s/f$  的变化可大于、等于或小于零,  $s/f=1$  是相对焦移变化的转折点。 $s/f < 1$  时,  $|\Delta z_f|$  随  $s/f$  的增大而减小;  $s/f > 1$  时,  $|\Delta z_f|$  随  $s/f$  的增大而增大;  $s/f=1$  时,  $|\Delta z_f|$  等于零。同时, 熵束宽和渐近分析法的计算结果相接近, 而与环围功率法的差异较大。

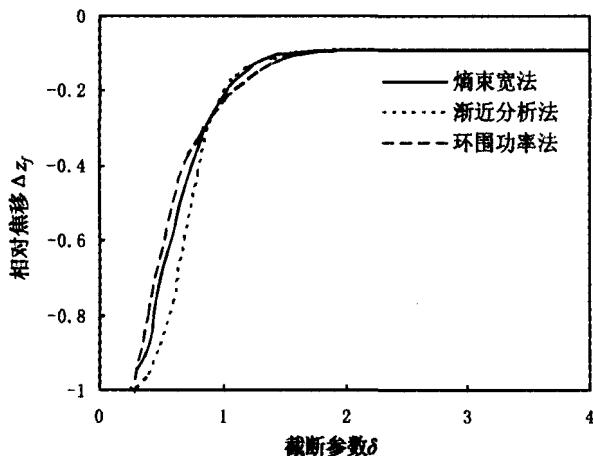


图3 高斯光束的相对焦移  $\Delta z_f$  随截断参数  $\delta$  的变化,  $N_w=1$ ;  $s/f=0$

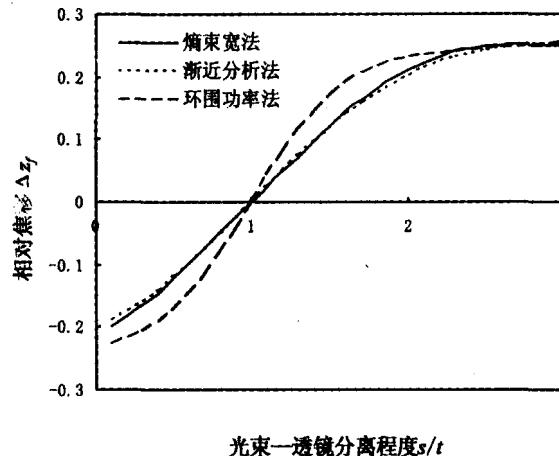


图4 高斯光束的相对焦移  $\Delta z_f$  随光阑-透镜分离程度的变化,  $N_w=1$ ;  $\delta=1$

### 3 小结

利用熵束宽、环围功率和渐近分析法研究比较了截断高斯光束的  $M^2$  因子, 并且利用 Collins 公式分析比较了高斯光束通过光阑-透镜分离系统的焦移。分析得出, 熵束宽和环围功率法计算的  $M^2$  因子相近, 而与渐近分析法的计算结果差异较大。但随着截断参数逐渐增大, 它们之间的差异越来越小。当  $\delta \geq 2.1$  时其  $M^2$  因子都趋于 1。另一方面, 光阑-透镜分离程度  $s/f$ 、菲涅尔数  $N_w$  和截断参数  $\delta$  影响相对焦移的大小。当截断参数  $\delta \geq 2.1$  时上述三种方法计算的相对焦移相等; 而随  $s/f$  的变化相对焦移可大于、等于或小于零, 熵束宽和渐近分析法的计算结果相接近, 而与环围功率法的结果差异较大。

### 参考文献:

- [1] Porras M A. Experimental investigation on aperture-diffracted laser beam characterization [J]. Opt. Commun., 1994, 109(1): 5~9.
- [2] Parent A, Morin M, Lavigne P. Propagation of super-Gaussian field distributions [J]. Opt. & Quant Electron., 1992, 24(2): 1 071~1 079.
- [3] Siegman A E. How to (maybe) measure laser beam quality [J]. OSA TOPS, 1998, 17(2): 184~199.
- [4] Lü B, Luo S R, Zhang B. A comparison between the flattened Gaussian beam and super-Gaussian beam [J]. Optik, 1999, 110(6): 285~287.
- [5] 王喜庆, 吕百达. 厄米-双曲正弦-高斯光束的  $M^2$  因子 [J]. 物理学报, 2002, 51(2): 247~251.
- [6] 罗时荣, 吕百达, 张彬. 平顶高斯光束和超高斯光束传输特性的比较研究 [J]. 物理学报, 1999, 48(8): 1 446~1 451.

- [7] Porras M A, Medina R. Entropy-based definition of laser beam spot size[J]. Applied Optics, 1995, 34(36): 8 247 – 8 251.
- [8] 罗时荣, 吕百达, 孙年春. 截断光束的广义  $M^2$  因子[J]. 物理学报, 2004, 53(7): 2 145 – 2 149.
- [9] Collins S A. Lens-systems diffraction integral written in terms of matrix optics[J]. JOSA, 1970, 60(6): 168 – 170.

## The Beam Propagation Factor and the Focal Shift of Truncated Gaussian Beams

ZHU Li-hua

(School of Basic Sciences, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China)

**Abstract:** By using three different definitions of the beam width: the entropy-based width, power in the bucket and asymptotic analysis, the Beam propagation factor ( $M^2$  factor) of truncated Gaussian beams and the focal shift of Gaussian beams passing through an aperture-lens separated system are studied and compared. It is shown that with increasing truncation parameter  $\delta$ , the difference of the  $M^2$  factor calculated by means of these three methods becomes small. If  $\delta \geq 2.1$ , the  $M^2$  factor approaches 1 and the focal shift calculated by using these three methods is equal.

**Key words:** entropy-based width; power in the bucket; asymptotic analysis; truncated Gaussian beam;  $M^2$  factor; focal shift

(责任编辑:刘棉玲 吴泽九)

(上接第 59 页)

- [2] 段善旭, 康 勇, 陈 坚. UPS 模块化电源系统并联控制策略分析[J]. 电工技术, 2004, 23 (1): 43 – 46.
- [3] Byun Y B, Koo T G, Joe K Y, et al. Parallel operation of three phase UPS inverters by wireless load sharing control[J]. IEEE INTEL EC22000, 2000, 12 (5): 526 – 532.
- [4] Ying Jianping, Zhu Qiuahua, Lin Hua, et al. A Zero-voltage-switching(ZVS)Push-pull DC/DC Converter for UPS[C]. IEEE PEDS', 03, 2003: 1495 – 1499.
- [5] Xunwei Zhou. A novel High-input-voltage High Efficiency and Fast Transient Voltage Regulator Modul-Push-pull Forward Converter [C]. IEEE APEC'99, 1999: 279 – 283.
- [6] 林 贝, 陈道炼. 推挽正激 DC/DC 变换器的分析与实现[J]. 电力电子技术, 2007, 41(5): 19 – 21.

## A Research on Push-pull Converter with Coupled Inductor

CHENG Liang-tao, ZOU Juan

(School of Electrical and Electronic Engineering, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China)

**Abstract:** A new resonant push-pull converter in parallel with coupled inductor is proposed. Based on the equivalent circuit, the state equation is described. And then the effect of mismatch of the equivalent resistor and leakage inductor on sharing current is derived. The key design problem of the resonant converter is discussed. A boost current of 5 000 W is designed with the DC input of 90 V ~ 200 V and the DC output of 350V by means of two Push-pull Converters being parallel connected. Validity of the method is verified by the experiment.

**Key words:** coupled inductor; current-sharing; push-pull

(责任编辑:王建华 吴泽九)