

文章编号: 1005-0523(2010)06-0012-05

悬索线无铰拱桥自重内力实用计算方法研究

胡常福

(华东交通大学 土木建筑学院, 江西 南昌 330013)

摘要: 鉴于影响线加载法计算效率低和有限元法建模工作量大, 无铰拱桥自重内力无法进行简便计算。基于桥面系作用主拱圈荷载的等效膜张力假定, 采用解析法对悬索线无铰拱桥自重内力进行求解, 得出实用公式, 并用实桥算例验证了该方法。

关键词: 自重内力; 实用方法; 等效膜张力; 悬索线理论; 无铰拱桥

中图分类号: U445

文献标识码: A

悬索线是沿主拱圈弧长均布荷载的压力线^[1-2], 以此线型作为拱轴线, 裸拱施工阶段结构安全性好, 能降低拱桥最危险阶段的施工风险^[3]。悬索线作为拱轴线已经运用于石拱桥、劲性骨架拱桥和钢管混凝土拱桥^[4], 具有较好的发展前景。

拱桥设计中的内力计算方法一般分为解析法和有限元法。解析法中分为手册法、顾氏法和影响线加载法^[5], 它们具有使用方便的特点, 但其计算效率低且有一定的误差。为了克服这些缺点, 研究了拱桥内力计算的数值方法^[6]并开发了软件程序^[7-8], 该方法与规范结合紧密, 结果准确, 但需编制特殊程序。随着有限元法^[9]的推广, 使得精确计算拱桥内力成为可能, 它具有数值准确、程序通用性好的特点, 但其建模过程比较繁琐, 工作量大^[6], 且单元数量会影响计算结果精度。因此, 很有必要研究既准确又实用的拱桥内力计算方法。

本文基于桥面系作用主拱圈荷载的等效膜张力假定, 对悬索线无铰拱桥受力进行分解, 将其分为主拱圈自重内力、桥面系自重内力和集中力等效成膜张力误差三部分, 运用解析方法, 推导出悬索线无铰拱恒载内力实用公式, 并通过算例验证其合理性。

1 悬索线无铰拱桥受力分析

拱桥的自重由主拱圈自重 g 、行车道系自重 q 、立柱或吊索自重(所占比例较小)组成, 主拱圈自重 g 沿拱轴线弧长方向均匀分布, 行车道系自重 q 沿水平方向均匀分布, 并通过立柱或吊索以集中力 P 的形式作用于主拱圈, 如图 1 所示。

综合考虑行车道系的受力关系, 在忽略吊索(立柱)自重的情况下, 立柱集中力和优化后^[10-11]的吊索索力满足等效膜张力关系^[12], 主拱圈承担的荷载简化为主拱圈自重 g 与等效膜张力 q 之和, 如图 2 所示。

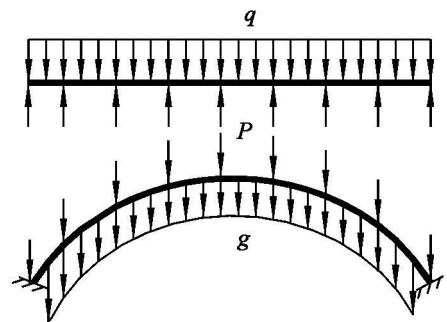


图 1 拱桥受力简析

收稿日期: 2010-09-07

基金项目: 国家 973 计划项目(2009BC623203); 国家自然科学基金项目(51002050); 华东交通大学科学研究基金

(06ZKTM01); 江西省道路与铁道工程重点实验室

中国知网 <https://www.cnki.net>

作者简介: 胡常福(1980—), 男, 讲师, 博士研究生, 从事桥梁工程研究。

此时主拱圈和行车道系的偏离弯矩为集中力 P_i 与等效膜张力 q 的内力差,其大小为刚性支承连续梁弯矩,可以精确计算出来。它只对主拱圈的局部弯矩有影响,对整体弯矩无影响^[12]。

由上分析可知,无铰拱桥自重内力可以分解为沿拱圈弧长均布的主拱圈自重 g 产生的内力、沿拱圈水平均布的桥面系自重等效膜张力 q 产生的内力和跨度为立柱(吊杆)间距的刚性支承连续梁内力三部分,它们之和构成了悬索线无铰拱桥恒载实际内力。

2 悬索线无铰拱自重内力实用计算

2.1 等效膜张力假定的内力误差

当拱桥跨径增大后,吊杆(立柱)基本成等间距布置,吊杆(立柱)力之间近似满足等效膜张力假定。为求解此种假定引起的内力,可在无铰拱上加载竖向向下的吊杆(立柱)力和竖向向上的等效膜张力,如图 3 所示。

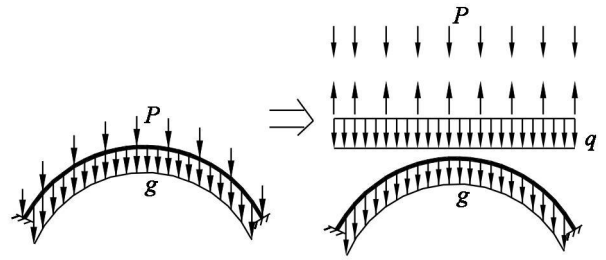


图 2 主拱圈荷载等效转化(简化)

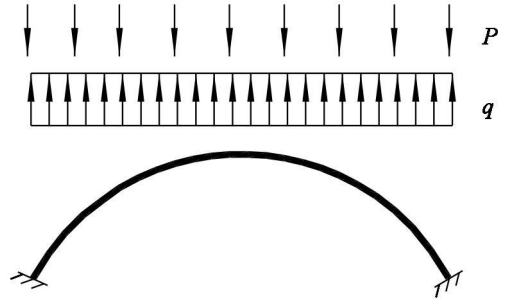


图 3 等效膜张力假定

在吊杆(立柱)力和等效膜张力共同作用下,无铰拱的弯矩可以近似表示为

$$\left\{ \begin{aligned} \Delta M &= -\frac{qd^2}{12} + \frac{qd^2}{8} - \frac{qx^2}{2} \quad nd \leq x \leq (n+1)d \\ \Delta N &\approx 0 \end{aligned} \right. \tag{1}$$

式中: ΔM 为此时无铰拱弯矩; ΔN 为此时无铰拱轴向力; d 为吊杆(立柱)间距; n 为吊杆(立柱)的序号。

2.2 主拱圈自重 g 产生的内力

由悬索线定义^[1-2]可知,主拱圈自重 g 在悬索线无铰拱中产生的水平推力为

$$H_g = a \cdot g \tag{2}$$

式中: H_g 为主拱圈自重 g 产生的水平推力; g 为主拱圈恒载集度; a 为悬索线拱形参数。

此时,主拱圈内的轴向力为:

$$N_g = \frac{H_g}{\cos \varphi} = a \cdot g \cdot \operatorname{ch} \frac{x}{a} \tag{3}$$

式中: N_g 为水平推力; φ 为主拱圈横截面与铅垂线的夹角; x 为主拱圈距离拱顶的距离。

此时弹性压缩引起的推力变化为

$$\Delta H_g = \frac{\Delta L}{\delta'_{22}} \tag{4}$$

式中: ΔH_g 为由于弹性压缩引起水平推力的变化量; ΔL 为弹性压缩引起的拱圈缩短量; δ'_{22} 为悬索线无铰拱常变位系数,其中

$$\Delta L = \int_s \frac{N_g \cos \varphi}{EA} ds \tag{5}$$

$$\delta' = \int_s \frac{\overline{M}_2^2}{EI} ds + \int_s \frac{\overline{N}_2^2}{EA} ds \tag{6}$$

式中: EI 为主拱圈抗弯刚度; EA 为主拱圈抗压刚度。

将式(5)(6)代入式(4),可得

中国知网 <https://www.cnki.net>

$$\Delta H_g = \frac{ag}{\xi_{g1} + \xi_{g2}} \tag{7}$$

其中

$$\xi_{g1} = \frac{A}{I} \left[a^2 \left(\frac{1}{3} \operatorname{sh}^2 \frac{L}{2a} + \frac{3}{4} \right) - \frac{L^2}{4 \operatorname{sh}^2 \frac{L}{2a}} - aL \cdot \operatorname{cth} \frac{L}{2a} \right] \quad (8)$$

$$\xi_{g2} = \frac{\arctan \left(\operatorname{sh} \frac{L}{2a} \right)}{\operatorname{sh} \frac{L}{2a}} \quad (9)$$

那么,主拱圈自重 g 作用下,在悬索线无铰拱中产生的内力为

$$\begin{cases} N_g = \left(H_g - \Delta H_g \right) \operatorname{ch} \frac{x}{a} = \left(1 - \frac{1}{\xi_{g1} + \xi_{g2}} \right) ag \cdot \operatorname{ch} \frac{x}{a} \\ M_g = \Delta H_g (y_s - y) = \frac{1}{\xi_{g1} + \xi_{g2}} ag (y_s - y) \end{cases} \quad (10)$$

式中: y_s 为悬索线弹性中心至拱顶的距离,其数值见文献[1-2]; ξ_{g1} , ξ_{g2} 的数值见表 1。

2.3 桥面自重 q 产生的内力

悬索线无铰拱在均布荷载 q 作用下,力法方程为

$$\begin{cases} \delta_{11} x_{q1} + \Delta_{1q} = 0 \\ \delta_{22} x_{q2} + \Delta_{2q} = 0 \end{cases} \quad (11)$$

式中: δ_{11} , δ_{22} 为悬索线常变位,公式推导见文献[1-2]; x_{q1} , x_{q2} 为 q 作用下弹性中心的弯矩与轴力赘余力; Δ_{1q} , Δ_{2q} 为相应的载变位。

均布荷载 q 作用下,基本结构中产生的弯矩为

$$M_q^0 = \frac{qL^2}{8} - \frac{qx^2}{2} \quad -\frac{L}{2} \leq x \leq \frac{L}{2} \quad (12)$$

那么,载变位为

$$\Delta_{1q} = \int_s \frac{\overline{M}_1 M^0}{EI} ds = \frac{qa^2}{EI} \left(L \cdot \operatorname{ch} \frac{L}{2a} - 2a \cdot \operatorname{sh} \frac{L}{2a} \right) \quad (13)$$

$$\Delta_{2q} = \int_s \frac{\overline{M}_2 M^0}{EI} ds = \frac{1}{24EI} \left(\begin{aligned} &12qa^4 \operatorname{sh} \frac{L}{2a} + 12qLa^3 - 12qLa^3 \cdot \operatorname{ch}^2 \frac{L}{2a} \\ &- 6qL^2 a^2 \operatorname{coth} \frac{L}{2a} - 3qa^4 \operatorname{sh} \frac{L}{a} + 3qLa^3 \operatorname{ch} \frac{L}{a} + qL^3 a \end{aligned} \right) \quad (14)$$

将式(13)(14)代入式(11),可得

$$\begin{cases} x_{q1} = \xi_{q1} \cdot q \\ x_{q2} = \xi_{q2} \cdot q \end{cases} \quad (15)$$

其中

$$\begin{cases} \xi_{q1} = -\frac{aq}{2} \left(L \operatorname{cth} \frac{L}{2a} - 2a \right) \\ \xi_{q2} = -\frac{\frac{1}{12} \left(\begin{aligned} &12a^3 \operatorname{sh} \frac{L}{a} + 12La^2 - 12La^2 \operatorname{ch}^2 \frac{L}{2a} \\ &- 6L^2 a \cdot \operatorname{cth} \frac{L}{2a} - 3a^3 \operatorname{sh} \frac{L}{a} + 3La^2 \operatorname{ch} \frac{L}{a} + L^3 \end{aligned} \right)}{a^2 \left(\frac{1}{3} \operatorname{sh}^3 \frac{L}{2a} + 3 \operatorname{sh} \frac{L}{2a} \right) - \frac{L^2}{4 \operatorname{sh} \frac{L}{2a}} - aL \operatorname{ch} \frac{L}{2a}} \end{cases} \quad (16)$$

ξ_{q1} , ξ_{q2} 的数值见表 1。

表 1 各系数表

系数	矢跨比					乘数
	1/3	1/4	1/5	1/6	1/10	
ξ_{g1}	0.010 501	0.005 813	0.003 677	0.002 533	0.000 898	$\frac{AL^2}{I}$
ξ_{g2}	0.658 364	0.765 279	0.832 212	0.875 465	0.950 105	
ξ_{q1}	-0.076 425	-0.078 885	-0.080 273	-0.081 116	-0.082 480	L^2
ξ_{q2}	0.379 307	0.504 089	0.628 699	0.753 313	1.252 223	L

那么,在不考虑弹性压缩情况下,均布荷载 q 在悬索线无铰拱中产生的内力为

$$\begin{cases} N_q = x_{q2} \text{ch} \frac{x}{a} \\ M_q = M_q^0 + x_{q1} + x_{q2} (y - y_s) \end{cases}$$

(17)

考虑弹性压缩后,内力为

$$\begin{cases} N_q = \left(1 - \frac{\mu_1}{1 + \mu}\right) \xi_{q2} q \cdot \text{ch} \frac{x}{a} \\ M_q = \left[\frac{qL^2}{8} - \frac{qx^2}{2}\right] + q\xi_{q1} + \left(1 - \frac{\mu_1}{1 + \mu}\right) \xi_{q2} q (y - y_s) \end{cases}$$

(18)

式中: μ, μ_1 为悬索线弹性压缩系数,数值见文献[1-2]; ξ, ξ_1 数值见表 1。

2.4 自重内力汇总

将等效膜张力假定的内力误差、主拱圈自重 g 作用下的内力和桥面自重 q 产生的内力相加,即可得到悬索线无铰拱自重作用下的内力表达式,如式(19)所示。

$$\begin{cases} N = N_g + N_q + \Delta N_q \\ M = M_g + M_q + \Delta M \end{cases}$$

(19)

3 算例验证

上承式拱桥,跨径为 255 m,矢跨比为 1/6,拱肋面积 0.77 m^2 ,惯性矩 0.775 m^4 ,弹性模量 210 GPa,材料容重 $78.5 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-3}$;立柱为顶底部内填混凝土的空钢管,纵向间距 15 m;桥面系采用波形钢底板、钢纤维钢丝网的钢筋混凝土组成的“四钢”混凝土结构体系,平均重量为 $305.2 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-1}$,以悬索线为拱轴线,分别使用有限元法和本文方法计算出无铰拱自重作用下内力,如图 4 所示。

由图 4 可以得出,本文方法与有限元方法计算结果误差很小,证明了本文方法的准确性。

为考察将立柱集中力等效为膜张力假定的准确性,分别计算立柱间距为 15 m 和 30 m 两种情况下,有限元数值结果与本文 $g + q$ 作用下弯矩表达式结果比较如图 5 所示。

从图 5 可以看出,随着立柱间距的增大,弯矩内力的走势没有变化,增加的是立柱间距引起的局部弯矩,它对结构整体受力没有影响。

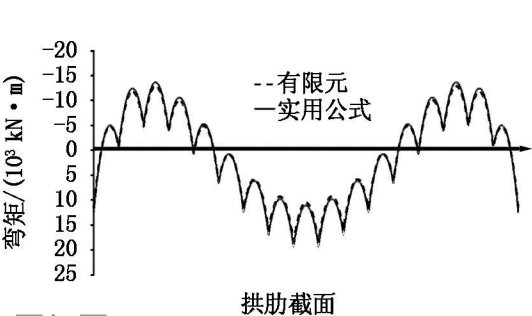


图 4 本文方法与有限元结果比较

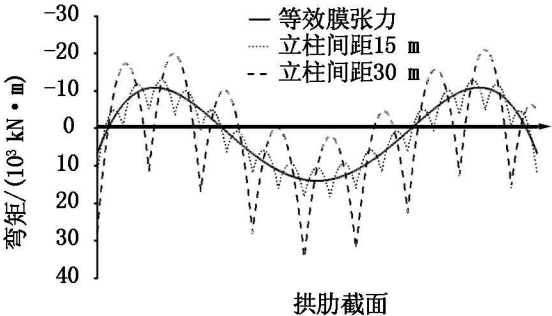


图 5 不同立柱间距结果比较

4 结论

本文基于拱桥受力简化与等效膜张力假定,对悬索线无铰拱桥内力计算方法进行了研究,提出了实用公式。数值分析结果表明,本文方法与有限元结果误差很小,可以作为悬索线拱桥快速估算内力实用方法。

参考文献:

- [1] 刘孝平. 无支架吊装双曲拱桥设计原理的探讨[R]. 长沙: 湖南大学, 1973.
- [2] 童林, 周兴国, 上官兴. 拱轴线的新型式一悬索线[J]. 城市道桥与防洪, 2004(1): 27-31.
- [3] 上官兴, 彭德清, 胡常福, 等. 一种桁式索拱桥结构及施工方法: 中国, ZL200710068527. 8[P]. 2009-12-9.
- [4] HU CHANGFU, WAN YI, SHANGGUAN XING. A New Practice in Cable Line[C]//Proceedings of 6th International Conference on Arch Bridge, Fuzhou, China, 2010.
- [5] 顾安邦. 公路桥涵设计手册: 拱桥下[M]. 北京: 人民交通出版社, 1994.
- [6] 张翔. 采用数值方法解算悬链线无铰拱桥[J]. 包头钢铁学院学报, 2005, 24(1): 84-88.
- [7] 周潇, 周水兴. 拱桥内力计算分析程序开发研究[J]. 重庆交通大学学报: 自然科学版, 2008, 27(5): 685-688.
- [8] 刘国栋, 张敏, 罗东. 用 VBA 实现拱桥设计计算与制图[J]. 重庆交通大学学报: 自然科学版, 2008, 27(1): 17-19.
- [9] 雷晓燕. 有限元法[M]. 北京: 中国铁道出版社, 2000.
- [10] 梁鹏, 肖汝诚, 张雪松. 斜拉桥索力优化实用方法[J]. 同济大学学报, 2003, 31(11): 1270-1274.
- [11] 刘钊. 基于能量法的系杆拱桥最优吊杆内力的确定[J]. 工程力学, 2009, 26(8): 168-173.
- [12] 易云焜. 梁拱组合体系关键技术研究[D]. 上海: 同济大学, 2007.

Practical Method Research of Dead Load Internal Force Calculation in Cable Line Hingeless Arch Bridge

Hu Changfu

(School of Civil Engineering and Architecture, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China)

Abstract: Because of the low calculation efficiency of influence-line loading method and large FEM modeling work, there is no simple and convenient method for hingeless arch bridge dead load internal force calculation. Based on equivalent membrane tension assumption for simplifying the dead load of bridge deck system, the dead load internal force expression of cable line hingeless arch bridge is deduced using analytical method, a simple and convenient result is obtained, and it is verified by a arch bridge calculation example.

Key words: dead load internal force; practical method; equivalent membrane tension assumption; suspension cable line theory; hingeless arch bridge

(责任编辑 王全金)