

文章编号:1005-0523(2011)06-0001-06

非高斯随机过程模拟与预测的研究进展

李锦华^{1,2}, 陈水生²

(华东交通大学 1. 铁路环境振动与噪声教育部研究工程中心; 2. 土木建筑学院 江西 南昌 330013)

摘要:非高斯随机现象普遍存在于工程、自然界和社会生活中。在非高斯随机激励下的系统响应研究中,获取具有目标特征的平稳非高斯乃至非平稳非高斯随机过程是首先要解决的关键问题之一。目前,非高斯随机过程的有效模拟与预测已受到学者的广泛关注。文章对国内外非高斯随机过程的模拟与预测进行了综述,分析非高斯随机过程模拟与预测研究存在的不足和部分难点,并对其不足和难点的解决进行展望。

关键词:随机过程;非高斯;数值模拟;预测;进展

中图分类号:TU311

文献标志码:A

计算机技术的迅猛发展,使得计算随机力学中的随机有限元方法解决具有不确定性参数的系统分析成为可能^[1]。随机有限元方法涉及到的有限元具有随机的特征,该方法已经成功应用于土壤、结构流体动力学、声学 and 热能转换等许多领域^[2-3]。在随机有限元方法的不确定性系统分析过程中,首先需要获得输入的不确定性随机参量。基于蒙特卡洛(Monte-Carlo)随机过程模拟技术^[4],人工模拟系统的随机输入得到了广泛应用,它能够模拟产生具有指定目标特征的随机过程。在模拟过程中,不确定性随机参量常被假定为平稳高斯、非平稳高斯随机过程来模拟,这个假定极大地简化模拟计算过程。在自然现象和工程实际中,不确定性系统的随机参量如工程结构上的风压^[5-7]、结构与机械工程中的几何特性和材料特性^[8-10]、岩土工程中的土壤特性^[11-12]、海洋波浪的随机激励^[13-14]等均具有非高斯的特征。为了有效地研究分析非高斯随机激励下的系统响应,具有目标特征的平稳非高斯乃至非平稳非高斯随机过程的有效模拟逐渐受到研究者的关注。总之,我们所面临的系统大都具有随机现象,系统实际所遭受的不确定性外激励往往是非高斯的。因此,研究随机过程模拟,特别是非高斯过程的模拟具有重要的理论价值和工程应用前景。本文将对国内外非高斯随机过程的模拟与预测进行介绍,分析非高斯随机过程模拟与预测研究目前存在的不足和部分难点,并对其不足和难点的解决进行展望。

1 国内外研究现状及发展动态分析

谈到随机过程的模拟,当今使用最广泛的蒙特卡洛随机过程模拟技术^[14-16],能够模拟产生具有目标特征的随机过程,包括一维或多维、单变量或多变量、平稳或非平稳、高斯或非高斯的随机过程。为了使相关领域的研究能够更符合实际情况,非高斯随机过程的数值模拟越来越受到关注,特别是非平稳非高斯随机过程。目前,非高斯随机过程的数值模拟可以分为两类^[14]:第1类,根据指定的特征统计参数(例如均值、方差、偏度与峰度)和目标功率谱密度(PSD)函数模拟产生非高斯随机过程;第2类,根据指定的边缘概率密度函数(PDF)和目标PSD函数模拟产生非高斯随机过程。

1.1 第1类非高斯随机过程模拟研究现状及分析

对于第1类非高斯随机过程的模拟,Gurley、Seong 和 Kumar 等学者做了大量的研究工作^[17-22]。Seong 和 Peterka^[17-18]采用指数峰值模型进行了单变量和多变量非高斯风压时程的模拟。Kumar 和 Stathopoulos^[19-20]

收稿日期:2011-10-14

基金项目:国家自然科学基金项目(11162005)

作者简介:李锦华(1981—),男,讲师,博士,研究方向为随机动力学、随机场模拟。

基于FFT技术,采用了参数较少的指数峰值模型模拟了一维单变量非高斯风压时程,并用于大跨低矮屋盖的风振分析。但这类方法需要对峰值模型参数进行不断优化。Gurley 和 Kareem^[21]提出了新的静态转换法,但该方法生成的单样本非高斯过程的偏度和峰度与指定的偏度和峰度并不是十分吻合,需要对多样本的偏度和峰度分别求均值才能较好地与目标值吻合。之后,Gurley 和 Kareem^[22]又基于谱相关的模拟技术进行了模拟,但该方法需要反复运算生成偏度和峰度与目标偏度和峰度误差较小的样本。在国内,对平稳高斯、非平稳高斯随机过程的模拟进行了大量的研究工作,而研究非高斯随机过程模拟的文献非常有限。李锦华等^[23]基于Johnson变换系统进行了非高斯随机过程的模拟。李璟和韩大建^[24-25]采用三次多项式表达了非高斯随机过程和潜在的高斯随机过程之间的转换关系,进行了非高斯风压的模拟。这些方法均属于静态转换法(如图1所示):第①步,根据非高斯特征参数、高斯特征参数建立转换关系;第②步,根据目标PSD、转换关系来获得转换后PSD;第③步,根据转换后PSD、高斯特征参数,通过有效模拟方法生成高斯随机过程;第④步,将生成的高斯随机过程通过转换关系生成非高斯随机过程。该方法过于繁琐,而且由于建立的转换关系往往是非线性的,在建立的过程中并没有考虑PSD,这有可能导致第②步生成的转换后PSD出现负值。这与随机过程的PSD为正值相矛盾,必能导致第③步无法实现。为了避免这种情况的发生,建立合理的模拟方法,实现非高斯随机过程从输入到输出的直接模拟是关键。2010年,李锦华^[26]采用AR或ARMA线性滤波模型实现了从输入到输出模型非高斯随机过程。

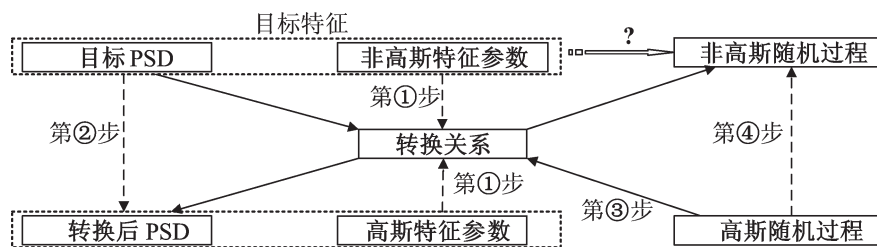


图1 静态转换法
Fig.1 Static transformation method

目前,对于这一类非高斯随机过程的模拟,主要进行的是平稳非高斯随机过程的模拟,而非平稳非高斯随机过程的模拟既要考虑随机过程的非高斯特征还要考虑非平稳特征,相比于平稳高斯、非平稳高斯、平稳非高斯随机过程的模拟更复杂,模拟技术难度更高。为了完善这一类非高斯随机过程的模拟,解决相关研究的系统输入问题,实现非平稳非高斯随机过程的有效模拟是值得期待的。

1.2 第2类非高斯随机过程模拟研究现状及分析

对于第2类非高斯随机过程的模拟,目前主要有以下几种方法:①给定目标边缘PDF和相关函数,使用非反复迭代的Karhunen-Loeve(KLE)方法^[27-28];②给定目标边缘PDF和相关函数,采用非反复迭代的KLE和多项式混沌扩展法^[29-30];③给定目标边缘PDF和PSD,采用反复迭代的基于Hermite谱修正法^[31];④给定目标边缘PDF和相关函数,采用反复迭代的KLE法^[32-33];⑤给定目标边缘PDF和PSD,采用反复迭代的谱方法^[34-35];⑥给定目标边缘PDF和PSD,使用反复迭代的基于非高斯累积分布函数(CDF)映射谱修正法^[36-38]。在这6个方法中,方法①需要求解积分方程,而且模拟计算效率与时程长度有关;方法②过于复杂,不便于实际应用;方法③④⑤和⑥为了使得模拟计算获得的边缘PDF、PSD或相关函数较好的吻合目标函数,需要反复迭代,并且多是进行经验性的不断调整,缺乏收敛的必然性依据^[39-40]。尽管如此,在方法③④⑤和⑥中,Masters和Gurley^[36]提出的基于CDF映射谱修正方法相对更优越,但在模拟高斜度非高斯过程时,模拟计算获得的CDF与目标CDF不能较好地吻合。总之,模拟第2类非高斯过程的既有迭代算法需要反复迭代逼近目标值,而这种迭代的收敛性并没有相关理论的支持,不一定随着迭代次数的增加而逐渐逼近目标值。当迭代到一定次数时,反而可能出现发散现象。目前,迭代算法的研究对象主要是平稳非高斯随机过程。由于非平稳非高斯随机过程的特征函数具有时变特征,迭代算法很难通过反复迭代的方

式逼近时变的目标函数。因此,对于非平稳非高斯随机过程的模拟,需要首先完善既有的或发展新的非迭代模拟算法更具有前景。

目前,比较有效的非迭代法是Grigoriu^[41]提出的非高斯随机过程非迭代模拟算法(如图2所示):第①步,通过目标PDF获得CDF的反函数;第②步,通过CDF反函数建立PSD非线性转换关系;第③步,根据PSD转换关系,将目标PSD进行转换;第④步,根据转换后的PSD通过有效的模拟方法产生高斯随机过程;第⑤步,将高斯随机过程通过CDF反函数的无记忆非线性变换产生非高斯随机过程。Ferrante和Arwade等^[42]基于Grigoriu非迭代模拟算法进行了非平稳非高斯随机过程的模拟。然而,对于高斜度、窄频带的非高斯过程,会产生不相容性,可能会使得转换后的PSD出现负值,导致第④步无法进行。为此,许多研究者在模拟平稳非高斯随机过程中采用各种迭代方式来对该算法进行改进。然而,迭代方式又不利于非平稳非高斯随机过程的模拟。文献[26]基于Grigoriu非迭代算法,通过修正目标函数的方式解决了转换后PSD出现负值的问题。因此,可在此基础上进行非平稳非高斯随机过程的模拟研究。从图2可以看出,Grigoriu非迭代模拟算法的基本思路是先模拟高斯随机过程,然后通过CDF反函数的无记忆非线性变换来获得非高斯随机过程。因此,建立CDF反函数解析式是关键。然而,CDF的反函数解析式有时并不存在。因此,改进既有非迭代算法的不足,即CDF反函数解析式不存在的情况,是值得进一步的研究。

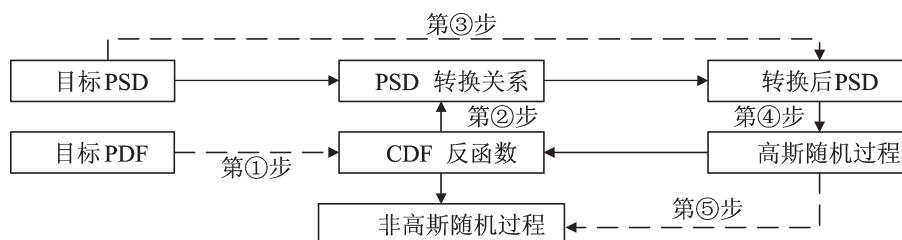


图2 Grigoriu非迭代算法
Fig.2 Grigoriunon-iterative algorithm

1.3 非高斯随机过程预测研究现状及分析

一些重要工程结构对整个风场解析度的要求非常高,而风洞实验或现场实测所能获得的数据总是有限的,往往不能满足这些重要工程的特定要求。在这种情况下,使用随机过程的预测技术(即根据已有的随机数据来预测其它时间、空间点上的随机数据的技术)可以大大提高整个风场的解析度,从而进一步提高结构分析、计算的准确性;而且,在一定程度上能节省实验费用和资源,降低实测难度。

自80年代中期以来,神经网络技术的应用研究取得了很大的成绩,涉及的面非常广泛。不论是高斯随机过程还是非高斯随机过程的预测,采用神经网络技术只需要对高斯或非高斯随机过程样本进行学习训练,然后通过训练好的网络进行高斯或非高斯预测。Pedro和Neftali^[43]通过多层BP神经网络预测了高斯风速场。Beer和Spanos^[44]通过神经网络对风压序列进行了预测。Fu等^[45]对结构表面风压分别基于BP神经网络与模糊神经网络技术进行了预测,得出BP神经网络性能优越于模糊神经网络,并指出了该技术存在计算效率低的缺点。Chen等^[46]基于BP神经网络对风压系数的均值、均方差值进行了预测。然而,神经网络存在局部极小点问题;存在过学习问题,即当用于训练的样本误差已达到很小甚至为零时,网络系统对未来新的样本并不是总能达到好的预测效果;而且,当用于训练的样本量较少时,难以识别已有数据的内在信息(如非平稳、非高斯特征),预测精度更会受到影响。

支持向量机(support vector machines, SVM)技术可能是对非高斯随机过程进行有效预测的一个很好选择。SVM在解决小样本、非线性及高维模式识别问题中表现出许多特有的优势,并能够推广应用到函数拟合等其它机器学习问题中。当前,SVM在模式识别、函数逼近以及信号处理等领域得到了成功应用与发展^[47-48]。SVM的关键在于核函数,这也是最喜人的地方。数据的内在信息通常难以在低维空间向量识别,解决的途径是将它们映射到高维空间。但这个转换会导致计算的高度复杂化,而核函数正好巧妙地解决

了这个问题。也就是说,通过核函数就可以得到高维空间的分类函数,进行数据内在信息的有效识别。SVM执行结构风险最小化原理,具有泛化能力强、学习数据少、全局优化等优点,能够有效地识别数据的内在信息。李锦华^[26]采用SVM技术对平稳非高斯随机过程进行了有效预测。因此,可通过采用先进的SVM技术对已有的非平稳非高斯随机过程进行学习训练来获取内在的非平稳非高斯特征信息,从而实现非平稳非高斯随机过程的有效预测。

3 结论

对国内外非高斯随机过程的模拟与预测进行了综述,分析了非高斯随机过程模拟与预测研究目前存在的不足和部分难点,并对其不足和难点的解决进行了展望:

1) 对于第1类非高斯随机过程的数值模拟,目前普遍采用的方法过于繁琐,而且由于建立的转换关系往往是非线性的,在建立的过程中并没有考虑PSD,这将有可能导致转换后PSD出现负值,这与随机过程的PSD为正值相矛盾。而AR或ARMA模型的非高斯模拟能够避免这种情况的发生。为了完善这一类非高斯随机过程的模拟,解决相关研究的系统输入问题,实现非平稳非高斯随机过程的有效模拟是值得期待的。

2) 对于第2类非高斯随机过程的数值模拟,目前模拟第2类非高斯过程的既有迭代算法需要反复迭代逼近目标值,而这种迭代的收敛性并没有相关理论的支持,不一定随着迭代次数的增加而逐渐逼近目标值。当迭代到一定次数时,反而可能出现发散现象。而且迭代算法的研究对象主要是平稳非高斯随机过程。由于非平稳非高斯随机过程的特征函数具有时变特征,迭代算法很难通过反复迭代的方式逼近时变的目标函数。而Grigoritu非迭代算法可能会使得转换后的PSD出现负值。为了解决该问题,可对目标函数进行修正。因此,有望在此基础上实现非平稳非高斯随机过程的模拟。非高斯随机过程Grigoritu非迭代模拟算法,建立CDF反函数解析式是关键。然而,CDF的反函数解析式有时并不存在,因此,改进既有非迭代算法的不足,即CDF反函数解析式不存在的情况,也值得进一步的研究。

3) 对于非高斯随机过程的预测,神经网络存在局部极小点问题;存在过学习问题,即当用于训练的样本误差已达到很小甚至为零时,网络系统对未来新的样本并不是总能达到好的预测效果;而且,当用于训练的样本量较少时,难以识别已有数据内在的非高斯信息。对于具有非平稳非高斯特征的随机过程,神经网络预测精度更会受到影响。而SVM技术可能是对非高斯随机过程进行有效预测的一个很好选择。SVM执行结构风险最小化原理,具有泛化能力强、学习数据少、全局优化等优点,能够有效识别数据的内在信息。因此,该方法可应用于非平稳非高斯随机过程的有效预测。

参考文献:

- [1] ACHARJEE S, ZABARAS N. Uncertainty propagation in finite deformations-a spectral stochastic Lagrangian approach[J]. Comput Methods Appl Mech Engrg, 2006, 195(19/22): 2289-2312.
- [2] BAROTH J, BRESSOLETTE P, CHAUVIÈRE C, et al. An efficient SFE method using Lagrange polynomials: application to nonlinear mechanical problems with uncertain parameters [J]. Comput Methods Appl Mech Engrg, 2007, 196(45/48): 4419-4429.
- [3] CHEN N, GUEDES SOARES C. Spectral stochastic finite element analysis for laminated composite plates[J]. Comput Methods Appl Mech Engrg, 2008, 197(51/52): 4830-4839.
- [4] SPANOS P D, ZELDIN B A. Monte Carlo treatment of random fields: a broad perspective[J]. Appl Mech Rev, 1998, 51(3): 219-237.
- [5] GIOFFRE M, GUSELLA V, GRIGORIU M. Non-Gaussian wind pressure on prismatic buildings. I: Stochastic Field[J]. J Struct Eng, 2001, 127(9): 981-989.
- [6] GIOFFRE M, GUSELLA V, GRIGORIU M. Non-Gaussian wind pressure on prismatic buildings. II: numerical simulation [J]. J Struct Eng, 2001, 127(9): 990-995.
- [7] SURESH KUMAR K, STATHOPOULOS T. Fatigue analysis of roof cladding under simulated wind loading[J]. J Wind Eng Ind Aerodyn, 1998, 77(1): 171-183.

- [8] FERRANTE F J, GRAHAM-BRADY L L. Stochastic simulation of non-Gaussian/ non-stationary properties in a functionally graded plate[J]. *Comput Methods Appl Mech Engrg*, 2005, 194(12/16): 1675-1692.
- [9] PAPADOPOULOS V, STEFANOUE G, PAPADRAKAKIS M. Buckling analysis of imperfect shells with stochastic non-Gaussian material and thickness properties[J]. *Int J Solids Struct*, 2009, 46(14/15): 2800-2808.
- [10] STEFANOUE G, FRAGIADAKIS M. Nonlinear dynamic analysis of frames with stochastic non-Gaussian material properties [J]. *Eng Struct*, 2009, 31(8): 1841-1850.
- [11] POPESCU R, DEODATIS G, NOBAHAR A. Effects of random heterogeneity of soil properties on bearing capacity [J]. *Probabilist Engrg Mech*, 2005, 20(4): 324-341.
- [12] POPESCU R, DEODATIS G, PREVOST J H. Simulation of non-Gaussian stochastic fields with applications to soil liquefaction: two case studies [C]//*Proceedings of the 12th ASCE Engineering Mechanics Speciality Conference*. Reston: La JOLLA, California, 1998: 1-6.
- [13] STEFANOUE G. The stochastic finite element method: past, present and future [J]. *Comput Methods Appl Mech Engrg*, 2009, 198(9/12): 1031-1051.
- [14] DEODATIS G, MICALETTI R C. Simulation of highly skewed non-Gaussian stochastic processes [J]. *J Engrg Mech*, 2001, 127(12): 1284-1295.
- [15] DEODATIS G. Simulation of ergodic multivariate stochastic process [J]. *J Engrg Mech*, 1996, 122(3): 778-787.
- [16] LIANG J, CHAUDHURI S R, SHINOZUKA M. Simulation of non-stationary stochastic processes by spectral representation [J]. *J Engrg Mech*, 2007, 133(6): 616-627.
- [17] SEONG S H, PETERKA J A. Computer simulation of non-Gaussian multiple wind press time series [J]. *J Wind Eng Ind Aerodyn*, 1997, 72(1): 95-105.
- [18] SEONG S H, PETERKA J A. Digital generation of surface-pressure fluctuations with spiky features [J]. *J Wind Eng Ind Aerodyn*, 1998, 73(2): 181-192.
- [19] SURESH KUMAR K, STATHOPOULOS T. Computer simulation of fluctuating wind pressures on low building roofs [J]. *J Wind Eng Ind Aerodyn*, 1997, 69-71(1): 485-495.
- [20] SURESH KUMAR K, STATHOPOULOS T. Synthesis of non-Gaussian wind pressure time series on low building roofs [J]. *Eng Struct*, 1999, 21(12): 1086-1100.
- [21] GURLEY K, KAREEM A. Analysis interpretation modeling and simulation of unsteady wind and pressure data [J]. *J Wind Eng Ind Aerodyn*, 1997, 69(1): 657-669.
- [22] GURLEY K, KAREEM A. Simulation of correlated non-gaussian pressure fields [J]. *Meccanica*, 1998, 33(3): 309-317.
- [23] 李锦华, 李春祥, 申建红. 非高斯脉动风压的模拟研究 [J]. *振动与冲击*, 2009, 28(9): 6-9.
- [24] 李璟, 韩大建. 大跨度屋盖结构非高斯风压场的一种模拟方法 [J]. *工程力学*, 2009, 26(5): 80-87.
- [25] 李璟, 韩大建. 屋盖结构非高斯风压场两步快速模拟法研究 [J]. *建筑结构学报*, 2010, 31(4): 78-85.
- [26] 李锦华. 非高斯随机过程模拟算法研究 [D]. 上海: 上海大学, 2010.
- [27] PHOON K K, QUEK S T, HUANG H W. Simulation of non-Gaussian processes using fractile correlation [J]. *Prob Eng Mech*, 2004, 19(4): 287-292.
- [28] VORECHOVSKY M. Simulation of simply cross correlated random field by series expansion methods [J]. *Struct Safety*, 2008, 30(4): 337-373.
- [29] SAKAMOTO S, GHANEM R. Simulation of multidimensional non-Gaussian non-stationary random fields [J]. *Prob Eng Mech*, 2002, 17(2): 167-176.
- [30] SAKAMOTO S, GHANEM R. Polynomial chaos decomposition for the simulation of non-Gaussian non-stationary stochastic processes [J]. *J Engrg Mech*, 2002, 128(2): 190-201.
- [31] GURLEY K, KAREEM A, TOGNARELLI M A. Simulation of a class of non-normal random processes [J]. *J Non-Linear Mech*, 1996, 31(5): 601-617.
- [32] PHOON K K, HUANG S P, QUEK S T. Simulation of non-Gaussian processes using Karhunen-Loeve Expansion [J]. *Comput. Struct.*, 2002, 80(16): 1049-1060.
- [33] LI L B, PHOON K K, QUEK S T. Comparison between Karhunen-Loeve expansion and translation-based simulation of

- non-Gaussian process[J]. Comput Struct, 2007, 85(5/6):264-276.
- [34] DEODATIS G, POPESCU R, PREVOST J H. Simulation of homogenous non-Gaussian stochastic vector fields[J]. Prob Eng Mech, 1998, 13(1):1-13.
- [35] GRIGORIU M. Spectral representation for a class of non-Gaussian processes[J]. J Eng Mech, 2004, 130(5):541-546.
- [36] MASTER F, GURLEY K. Non-Gaussian simulation: cumulative distribution function map-based spectral correction[J]. J Eng Mech, 2003, 129(12):1418-1428.
- [37] SHI Y. Simulation of stationary non-Gaussian stochastic processes or fields with application in suspension bridge cable strength estimation[D]. New York: Columbia University, 2006.
- [38] BOCCHINIA P, DEODATIS G. Critical review and latest developments of a class of simulation algorithms for strongly non-Gaussian random fields[J]. Prob Eng Mech, 2008, 23(4):393-407.
- [39] BOCCHINIA P, JEAN-LUC A. Non-Gaussian simulation using Hermite polynomials expansion and maximum entropy principle[J]. Prob Eng Mech, 2004, 19(4):293-305.
- [40] GURLEY K R, KAREEM A, TOGNARELLI M A. Simulation of a class of non-normal random processes[J]. Int J Non-Linear Mech, 1996, 31(5):601-617.
- [41] GRIGORIU M. Simulation of stationary non-Gaussian translation processes[J]. J Eng Mech, 1998, 124(2):121-126.
- [42] FERRANTE F J, ARWADE S R, GRAHAM-BRADY L L. A translation model for non-stationary, non-Gaussian random processes[J]. Prob Eng Mech, 2005, 20(3):215-228.
- [43] PEDRO M V, NEFTALÍ R C. Wind field reproduction using neural networks and conditional simulation[J]. Eng Struct, 2007, 29(7):1442-1449.
- [44] BEER M, SPANOS P D. A neural network approach for simulating stationary stochastic process[J]. Struct Eng Mech, 2009, 32(1):71-94.
- [45] FU J Y, LIANG S G, LI Q S. Prediction of wind-induced pressures on a large gymnasium roof using artificial neural networks[J]. Comput Struct, 2007, 85(3/4):179-192.
- [46] CHEN Y, KOPP G A, SURRY D. Prediction of pressure coefficients on roofs of low buildings using artificial neural networks[J]. J Wind Eng Ind Aerodyn, 2003, 91(3):423-441.
- [47] ZHANG J, SATO T, IAI S. Novel support vector regression for structural system identification[J]. Struct Control Health Monit, 2007, 14(4):609-626.
- [48] MAHJOobi J, MOSABBEB E A. Prediction of significant wave height using regressive support vector machines[J]. Ocean Eng, 2009, 36(5):339-347.

Advances in Simulation and Prediction of Non-Gaussian Stochastic Processes

Li Jinhua^{1,2}, Chen Shuisheng²

(1. Engineering Research Center of Railway Environmental Vibration and Noise, Ministry of Education; 2. Department of Civil Engineering and Architecture, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China)

Abstract: The non-Gaussian random phenomena are widespread in the engineering, nature and social life. For the study of random responses of systems to non-Gaussian stochastic excitations, it is a key issue to generate stationary non-Gaussian or non-stationary non-Gaussian stochastic processes with target characteristics. At present, the simulation and prediction of non-Gaussian random processes have gotten the wide attention of scholars. This paper presents the advances in the simulation and prediction of non-Gaussian random processes. Some deficiencies and difficulties of the simulation and prediction are pointed out, and the future development trends are previewed.

Key words: stochastic process; non-Gaussian; numerical simulation; prediction; advance