

文章编号:1005-0523(2011)06-0012-05

移动单元法在车辆—无砟轨道—路基模型中的应用

王 健,雷晓燕

(华东交通大学铁路环境振动与噪声教育部工程研究中心,江西 南昌 330013)

摘要:将移动单元法理论推广到无砟轨道的动力学研究当中,建立了新的列车—无砟轨道—路基耦合系统模型。模型离散为轨道单元和车辆单元,下部离散了的轨道单元模型采用移动单元法理论求出其单元质量矩阵,阻尼矩阵和刚度矩阵,上部车辆单元离散为一节整车模型,利用有限元和Lagrange方程计算出车辆单元的质量矩阵,阻尼矩阵和刚度矩阵。该计算模型有程序编制简单,计算速度快,消除边界影响等优点,给出了整车通过完全平顺和考虑轨道不平顺两种情况的动力响应的两个算例。

关键词:移动单元法;有限元法;车辆单元;轨道单元;振动特性

中图分类号:U213.2

文献标志码:A

近些年来,中国高速铁路和客运专线的蓬勃发展,使得列车速度显著提高,并且无砟轨道的结构形式也逐渐成为主流。铁路运行速度的快速提高在带来巨大的社会效益的同时,也使得轨道结构动应力增加,振动噪声问题突出等一系列问题。而无砟轨道与传统的有砟轨道有很大不同,所以无砟轨道的动力学研究意义重大。国内外的学者已经在该领域进行了大量的研究。剑桥大学的Grassie等^[1]研究了轨道在高频车辆作用下的动力响应等问题;慕尼黑大学工程技术大学的Eisenmann^[2]提出了无砟轨道多层理论进行结构设计及荷载检算。国内的翟婉明建立了车辆—轨道耦合动力学统一模型^[3-4]并将其应用到无砟轨道动力学的研究中;向俊、曾庆元^[5-6]等建立了运动方程“对号入座”法则和矩阵组装的方法;雷晓燕等^[7,8]采用有限元和交叉迭代法建立了列车—轨道—路基非线性耦合系统振动分析模型;谢伟平^[9]研究了移动荷载下winkler梁的动力响应;新加坡国立大学的Koh等^[10]教授提出了移动单元法,并针对简化的轨道模型进行了动力学研究。以上文献中的研究方法都存在要么模型简单,要么难以消除边界的影响等问题。文章将移动单元法运用到无砟轨道当中,建立了完整的无砟轨道3层梁模型,计算其轨道结构的单元质量,阻尼和刚度矩阵;车辆采用一节整车模型,利用有限元方法和Lagrange方程推导其单元矩阵。该模型接近现实且有效的避免了边界对结果的影响,同时提高了程序的计算效率。

1 建立适用于移动单元法的高速列车—无砟轨道—路基耦合系统模型

1.1 无砟轨道—路基系统耦合单元模型

文章中的无砟轨道—路基系统单元模型将钢轨,轨道板混凝土支承层模拟为连续粘弹性支撑的二维梁单元。其中,轨下垫层的支承弹性系数和阻尼系数分别用 k_r 和 c_r 表示;轨道板下沥青水泥砂浆层的支承弹性系数和阻尼系数分别用 k_s 和 c_s 表示;混凝土支承层下路基的支承弹性系数和阻尼系数分别用 k_f 和 c_f 表示。为了便于使用移动单元法计算,所以将钢轨下模拟为连续支撑。

定义轨道梁垂直位移为 w ,预制轨道板垂直位移为 z ,混凝土支撑层垂直位移为 y ,根据3层梁的位移 w, z, y 可以得到3层梁各自的控制方程:

收稿日期:2011-09-20

基金项目:国际科技合作与交流专项项目(2010DFA82340);国家自然科学基金项目(50978099)

作者简介:王健(1988—),男,硕士研究生,主要研究方向为高速铁路轮轨动力学。

$$E_r I_r \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + m_r \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + c_r \left(\frac{\partial w}{\partial t} - \frac{\partial z}{\partial t} \right) + k_r (w - z) = F(t) \delta(r + x_l) \quad (1)$$

$$E_s I_s \frac{\partial^4 z}{\partial x^4} + m_s \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} + c_s \left(\frac{\partial z}{\partial t} - \frac{\partial y}{\partial t} \right) - c_r \left(\frac{\partial w}{\partial t} - \frac{\partial z}{\partial t} \right) + k_s (z - y) - k_r (w - z) = 0 \quad (2)$$

$$E_f I_f \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + m_f \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + c_f \frac{\partial y}{\partial t} - c_s \left(\frac{\partial z}{\partial t} - \frac{\partial y}{\partial t} \right) + k_f y - k_s (z - y) = 0 \quad (3)$$

式中: F 表示轮轨接触点处的动力; δ 表示 Dirac-delta 函数; E_r, E_s, E_f 分别表示钢轨, 轨道板和混凝土支撑层的弹性模量; I_r, I_s, I_f 分别表示钢轨, 轨道板和混凝土支撑层的惯性矩, m_r, m_s, m_f 分别表示钢轨, 轨道板和混凝土支撑层的质量。

图1为简化的耦合示意图, 整节车辆用4个轮轨接触点处的集中力 F 作用在无砟轨道上表示。轨道梁轴向上的 x 坐标轴是固定的, x 轴的坐标原点可以是任意的, 但是为了方便起见, 原点取在 $t=0$ 时 $x=0$ 的接触点处。图2为典型的轨道单元模型, 每个单元模型包括节点位移和转角等12个自由度。

考虑一个长度为 L , 包含节点 A 和 B 的典型单元, 定义一个移动坐标 r 如下表示

$$r = x - x_A - Vt \quad (4)$$

式中: x_A 是 A 点在 x 轴上的固定坐标, 相应的, r 坐标的原点可随列车荷载移动, 经过简单的转化, 轨道梁控制方程分别为

$$EI_r \frac{\partial^4 w}{\partial r^4} + m_r \left[V^2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} \right) - 2V \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r \partial t} \right) + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right) \right] + c_r \left[\left(\frac{\partial w}{\partial t} \right) - V \left(\frac{\partial w}{\partial r} \right) \right] - c_r \left[\left(\frac{\partial z}{\partial t} \right) - V \left(\frac{\partial z}{\partial r} \right) \right] + k_r (w - z) = F(t) \delta(r + x_A) \quad (5)$$

对于绝大多数单元并没有和车辆系统接触, 所以方程(1)的右边为0。

定义单元节点位移向量为

$$\mathbf{a}^e = \{v_1 \ \theta_1 \ v_2 \ \theta_2 \ v_3 \ \theta_3 \ v_4 \ \theta_4 \ v_5 \ \theta_5 \ v_6 \ \theta_6\}^T \quad (6)$$

钢轨上任意一点位移 $w(r)$ 可以通过插值函数表示

$$\mathbf{w}(r) = [N_1 \ N_2 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ N_3 \ N_4 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \mathbf{a}^e \quad (7)$$

将控制方程(4)乘以加权函数 $\mathbf{w}(r)$ 并对单元长度进行积分, 可得到控制方程的弱形式如下

$$\int_0^L \mathbf{w}(r) \left\{ EI_r \frac{\partial^4 w}{\partial r^4} + m_r \left[V^2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} \right) - 2V \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r \partial t} \right) + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right) \right] + c_r \left[\left(\frac{\partial w}{\partial t} \right) - V \left(\frac{\partial w}{\partial r} \right) \right] - c_r \left[\left(\frac{\partial z}{\partial t} \right) - V \left(\frac{\partial z}{\partial r} \right) \right] + k_r (w - z) - F(t) \delta(r) \right\} dr = 0 \quad (8)$$

采用 Galerkin 法, 经过计算可得到轨道梁质量, 阻尼, 刚度矩阵如下

$$\mathbf{M}_r = m_r \int_0^L \mathbf{N}_r^T \mathbf{N}_r dr \quad (9)$$

$$\mathbf{C}_r = -2m_r V \int_0^L \mathbf{N}_r^T \mathbf{N}_{r,r} dr + c_r \int_0^L \mathbf{N}_r^T \mathbf{N}_r dr - c_r \int_0^L \mathbf{N}_r^T \mathbf{N}_s dr \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_r = & E_r I_r \int_0^L \mathbf{N}_{r,rr}^T \mathbf{N}_{r,rr} dr - m_r V^2 \int_0^L \mathbf{N}_{r,r}^T \mathbf{N}_{r,r} dr - c_r V \int_0^L \mathbf{N}_r^T \mathbf{N}_{r,r} dr + \\ & c_r V \int_0^L \mathbf{N}_r^T \mathbf{N}_{s,r} dr + k_r \int_0^L \mathbf{N}_r^T \mathbf{N}_r dr - k_r \int_0^L \mathbf{N}_r^T \mathbf{N}_s dr \end{aligned} \quad (11)$$

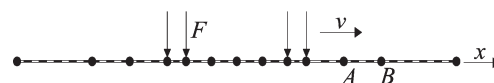


图1 车轨耦合图

Fig.1 Vehicle-track interaction profile

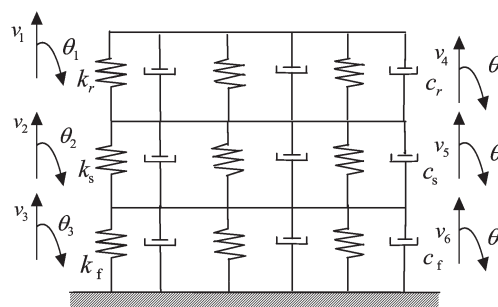


图2 轨道单元模型

Fig.2 Slab track element model

式中:符号 $(\cdot)_{,r}$ 表示对 r 的一阶偏导数, $(\cdot)_{,rr}$ 表示对 r 的二阶偏导数。插值函数为

$$\begin{aligned} N_1 &= 1 - \frac{3}{l^2}r^2 + \frac{2}{l^3}r^3 & N_2 &= -r + \frac{2}{l}r^2 - \frac{1}{l^2}r^3 \\ N_3 &= \frac{3}{l^2}r^2 - \frac{2}{l^3}r^3 & N_4 &= \frac{1}{l}r^2 - \frac{1}{l^2}r^3 \end{aligned} \quad (12)$$

同理,预制轨道板质量,阻尼,刚度矩阵如下

$$\mathbf{M}_s = m_s \int_0^l N_s^T N_s dr \quad (13)$$

$$\mathbf{C}_s = -2m_s V \int_0^l N_s^T N_{s,r} dr + c_s \int_0^l N_s^T N_s dr - c_s \int_0^l N_s^T N_f dr - c_r \int_0^l N_s^T N_f dr + c_r \int_0^l N_s^T N_s dr \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_s &= EI_s \int_0^l N_{s,rr}^T N_{s,rr} dr - m_s V^2 \int_0^l N_{s,r}^T N_{s,r} dr - c_s V \int_0^l N_s^T N_{s,r} dr + c_s V \int_0^l N_f^T N_f dr + c_r V \int_0^l N_s^T N_{r,r} dr - \\ &c_r V \int_0^l N_s^T N_{s,r} dr + k_s \int_0^l N_s^T N_s dr - k_s \int_0^l N_s^T N_f dr - k_r \int_0^l N_s^T N_f dr + k_r \int_0^l N_s^T N_s dr \end{aligned} \quad (15)$$

同理,混凝土支撑层质量,阻尼,刚度矩阵如下

$$\mathbf{M}_f = m_f \int_0^l N_f^T N_f dr \quad (16)$$

$$\mathbf{C}_f = -2m_f V \int_0^l N_f^T N_{f,r} dr + c_f \int_0^l N_f^T N_f dr - c_s \int_0^l N_f^T N_f dr + c_s \int_0^l N_f^T N_f dr \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_f &= EI_f \int_0^l N_{f,rr}^T N_{f,rr} dr - m_f V^2 \int_0^l N_{f,r}^T N_{f,r} dr - c_f V \int_0^l N_f^T N_{f,r} dr + c_s V \int_0^l N_f^T N_{f,r} dr - \\ &c_s V \int_0^l N_f^T N_{f,r} dr + k_f \int_0^l N_f^T N_f dr - k_r \int_0^l N_f^T N_s dr + k_s \int_0^l N_f^T N_f dr \end{aligned} \quad (18)$$

最后得到整个三层梁单元的质量,阻尼,刚度矩阵如下:

$$\mathbf{M}_e = \mathbf{M}_r + \mathbf{M}_s + \mathbf{M}_f, \quad \mathbf{C}_e = \mathbf{C}_r + \mathbf{C}_s + \mathbf{C}_f, \quad \mathbf{K}_e = \mathbf{K}_r + \mathbf{K}_s + \mathbf{K}_f \quad (19)$$

1.2 整车单元模型

文章中车辆模型是从雷晓燕的车辆—轨道—路基耦合系统模型中提取出来的车辆模型。车辆模型图可见参考文献[8]。通过能量法可以得到车辆单元的单元质量矩阵 $\mathbf{M}_e^u$,阻尼矩阵 $\mathbf{C}_e^u$ 和刚度矩阵 $\mathbf{K}_e^u$ [10]。

将求出的单元质量矩阵,阻尼矩阵和刚度矩阵代入Hamilton方程中,可得车辆单元的有限元方程为

$$\mathbf{M}_u \ddot{\mathbf{a}} + \mathbf{C}_u \dot{\mathbf{a}} + \mathbf{K}_u \mathbf{a} = \mathbf{Q}_u \quad (20)$$

式中: $\mathbf{Q}_u$ 为单元荷载向量。

2 车辆—无砟轨道—路基耦合系统有限元方程

整个车辆—无砟轨道—路基耦合系统包含下部轨道单元和上部车辆单元。公式(19)给出了轨道单元的质量矩阵 $\mathbf{M}_e$,阻尼矩阵 $\mathbf{C}_e$ 和刚度矩阵 $\mathbf{K}_e$;公式(20)给出了车辆单元的质量矩阵 $\mathbf{M}_u$,阻尼矩阵 $\mathbf{C}_u$ 和刚度矩阵 $\mathbf{K}_u$ 。将车辆单元和轨道单元的单元矩阵利用有限元集成法进行组装,一次扩展成所要得到的整个模型系统的总质量矩阵 $\mathbf{M}$,总阻尼矩阵 $\mathbf{C}$ 和总刚度矩阵 $\mathbf{K}$ 。从而可以列出列车—无砟轨道—路基耦合系统的动力有限元方程如下:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{a}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{a}} + \mathbf{K} \mathbf{a} = \mathbf{Q} \quad (21)$$

其中:

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_e + \mathbf{M}_u, \quad \mathbf{K} = \mathbf{K}_e + \mathbf{K}_u, \quad \mathbf{Q} = \mathbf{Q}_e + \mathbf{Q}_u \quad (22)$$

3 算例分析

3.1 模型验证

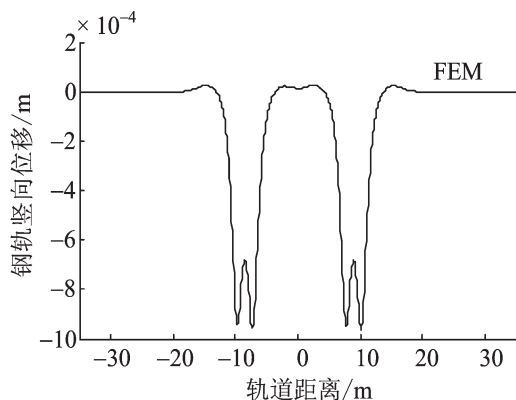
为了初步验证文章所提出的模型和计算方法的正确性,首先不考虑线路的不平顺,计算CRTS II型板式无砟轨道在和谐号列车以 $20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 的速度通过时的钢轨竖向位移。车辆参数见文献[11],下部轨道参数

见表1。验证图中MEM代表文章中采用移动单元法的计算结果,FEM代表使用有限元法所得出的计算结果,图3为两种方法计算结果的对比图。

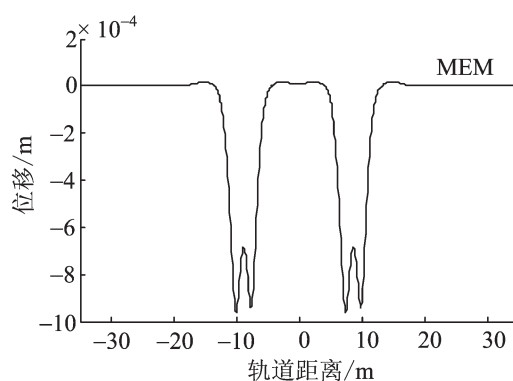
表1 无砟轨道和路基结构计算参数

Tab.1 Calculation parameters of ballastless track and subgrade

参 数	取值	参 数	取值
钢轨弹性模量 E/Pa	2.1×10^{11}	混凝土支撑层惯性矩 I/m^4	3.3×10^{-3}
钢轨惯性矩 I/m^4	3.217×10^{-5}	垫板的支撑弹性模量 k_r/Pa	6×10^7
钢轨质量 $m_r/\text{kg} \cdot \text{m}^{-1}$	60	垫板的阻尼系数 $c_r/\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$	4.77×10^4
轨道板质量 $m_b/\text{kg} \cdot \text{m}^{-1}$	127.5	CA砂浆的支撑弹性模量 $k_s/\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$	9×10^8
轨道板弹性模量 E_b/Pa	3.9×10^{10}	CA砂浆的阻尼系数 $c_s/\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$	8.3×10^4
轨道板惯性矩 I_b/m^4	8.5×10^{-5}	路基的支撑弹性模量 $k_g/\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$	6×10^7
混凝土支撑层质量 $m_g/\text{kg} \cdot \text{m}^{-1}$	2 340	路基的阻尼系数 $c_g/\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$	9×10^4
混凝土支撑层弹性模量 E_g/Pa	3×10^{10}	单元长度 L/m	0.5



(a)



(b)

图3 钢轨竖向位移

Fig.3 Vertical displacement of rail

通过图3可以看出,使用移动单元法计算得到的钢轨竖向位移曲线与使用有限元法计算得出的结果有很好的-致性,说明移动单元法和所建模型具有正确性和可行性。

3.2 列车经过正弦轨道不平顺时的竖向振动特性

该算例中车体和轨道路基参数同上例。下部无砟轨道使用了140个单元,模型长度为70 m;列车速度取为 $50 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$,虽然模型长度较短,通过坐标的转化达到无限长的目的,在计算中不会达到边界。算例中使用周期性正弦函数模拟不平顺,用 y_{c0} 和 λ_c 分别表示振幅和波长,正弦波方程形式如下

$$y_c(x) = y_{c0} \sin(2\pi x / \lambda_c) \quad (23)$$

正弦不平顺参数取为 $y_{c0} = 0.5 \text{ mm}$, $\lambda_c = 0.5 \text{ m}$ 。因为 $x = Vt$,所以波形周期为 $T = \lambda_c / V = 0.001 \text{ s}$ 。使用matlab软件编制计算程序,采用Newmark数值积分法求解,时间步长取0.001 s可以取得收敛解。

文章列出了一部分具有代表性的系统振动特性曲线图,图4为左边第2个动轮位于不平顺周期顶峰时的钢轨位移图。因为不平顺激励源为正弦周期函数,轮轨接触点处的位移呈周期性变化,图4到图7依次为动车第2个轮轨接触点处的一个典型周期的钢轨,轨道板和混凝土支撑层的位移图,位移大小依次减小,其中以钢轨到轨道板的衰减最为明显。图4~图7所展示的计算结果都符合其所代表的物理意义。

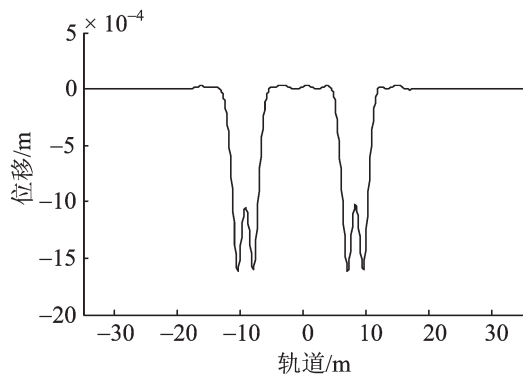


图4 钢轨位移图

Fig.4 Rail displacement profile

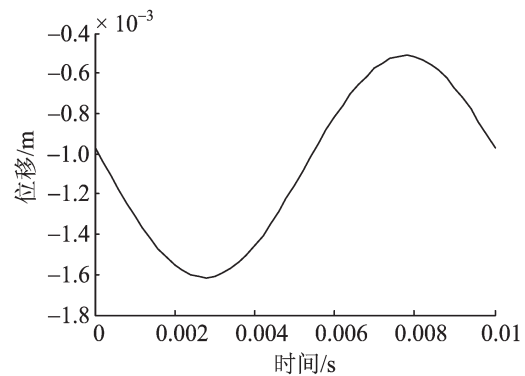


图5 钢轨位移周期曲线图

Fig.5 Periodic curves of displacement of rail

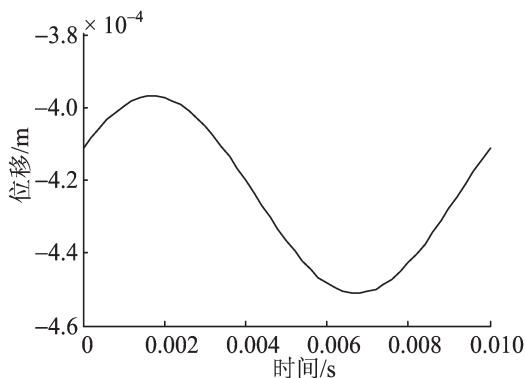


图6 轨道板位移周期曲线图

Fig.6 Periodic curves of displacement of slab track

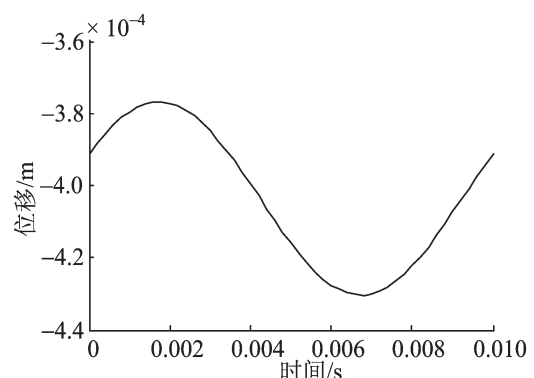


图7 混凝土支撑层位移周期曲线图

Fig.7 Periodic curves of concrete supporting Layer

4 结论

文章建立了适用于移动单元法的无砟轨道—路基耦合系统3层连续梁模型,并计算出了模型的单元质量矩阵,阻尼矩阵和刚度矩阵。车辆模型采用了拥有26个自由度的整车模型。整个耦合模型计算综合运用了移动单元法和有限元法,并兼有二者的优点。第1,因为轮轨接触点不变,因此就消除了追踪每个单元的接触点的必要;第2,计算中车辆永远不会到达边界,就基本消除了边界对计算结果的影响。文章有两个算例,第一个算例证明了该方法的正确性和可行性,第2个算例计算了列车通过正弦不平顺的轨道状态时,轨道结构的一些动力特性。无论是编程的难易程度和计算时间的长短都比传统的有限元法有了很大提高。

参考文献:

- [1] GRASSIE S L, et al. The dynamic response of railway track to high frequency vertical excitation [J]. Journal of Engineering Mechanics, Science, 1982, 24(2):77-90.
- [2] EISENMANN J. Redundancy of rheda-type slab track[J]. Eisenbahningenieur, 2002, 53(10):13-18.
- [3] 翟婉明. 车辆—轨道垂向耦合动力学[D]. 成都:西南交通大学, 1991.
- [4] 翟婉明. 车辆—轨道垂向系统的统一模型及其耦合动力学原理[J]. 铁道学报, 1992, 14(3):10-21.
- [5] 向俊, 赫丹. 高速列车与博格板式轨道系统竖向振动分析模型[J]. 交通运输工程学报. 2007, 7(3):1-5.
- [6] 赫丹, 向俊, 曾庆元. 一种无砟轨道动力学建模的新方法[J]. 中南大学学报. 2007, 12(6):1206-1211.
- [7] 雷晓燕, 圣小珍. 现代轨道理论研究[M]. 北京:中国铁道出版社, 2006:1-65.
- [8] 雷晓燕, 张斌, 刘庆杰. 列车—轨道系统竖向动力分析的车辆轨道单元模型[J]. 振动与冲击, 2010, 29(3):168-173.
- [9] 谢伟平, 镇斌. 移动荷载下winkler梁稳态动力响应分析[J]. 武汉理工大学学报, 2005, 27(7):61-63.
- [10] KOH C G, ONG J S Y, CHUA D K H, et al. Moving element method for train-track dynamics [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2003, 56:1549-1567.
- [11] 利远翔, 雷晓燕, 张斌. 高速列车—无砟轨道—桥梁耦合系统振动特性分析[J]. 华东交通大学学报, 2010, 27(3):14-21.

(下转第120页)

- [37] 万江松,冯文坤. “去蔽”却未“澄明”——体验哲学视角中的译者主体性[J]. 西南民族大学学报:哲社版,2009,35(3): 267-171.
- [38] 郑小微. 从认知语言学视角下探索翻译教学中的译者主体性[J]. 外国语文,2011,27(1):97-102.
- [39] 段峰. 论翻译理论研究的认知视角[J]. 四川师范大学学报,2009,36(6):90-94.
- [40] 段峰. 认知语言学与文学翻译主体性研究[J]. 外语学刊,2007,22(2):64-67.
- [41] 查明建,田雨. 论译者主体性——从译者文化地位的边缘化谈起[J]. 中国翻译,2003,24(1):19-24.
- [42] 刘绍龙. 中国翻译认知研究:问题、反思与展望[J]. 外语研究,2008,18(4):59-65.
- [43] 刘军平. 重构翻译研究的认知图景 开创翻译研究的“认知转向”[J]. 湖北民族学院学报:哲社版,2008,26(4):88-93.
- [44] ROBINSON, DOUGLAS. The translator's turn [M]. Baltimore and London: The John Hopkins University Press, 1991.

Retrospection of Translators' Cognitive Process Studies in China

Tan Suqin

(School of Foreign Languages, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China)

Abstract: This paper is designed to overview the achievements and problems concerning translators' cognitive process studies from the cultural and cognitive perspectives through sample papers under the key words of “translation process” and “translators' subjectivity”. It is found that the decade-long studies focus on translators' linguistic cognition and information processing but neglect the influence of non-verbal cognition on translating and therefore proposed that social psychology should be considered when constructing a complete model about translators' cognitive process.

Key words: translators; translation process; linguistic cognition; social psychology

(上接第16页)

Application of Moving Element Method in the Vehicle-Ballastless Track-Sugared Model

Wang Jian, Lei Xiaoyan ,

(Engineering Research Center of Railway Environment Vibration and Noise, Ministry of Education, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China)

Abstract: In this paper, a new moving element method is extended to the dynamical analysis of slab tracks and a new model of vehicle-slab track-subgrade coupling system is presented. The whole model is only required to discrete into vehicle elements and slab ballastless track elements. Via moving element method, the associated stiffness matrix, mass matrix and damping matrix for track element are deduced for these track elements. And the vehicle element model has 26 degrees of freedom. Based on Lagrange equation, the corresponding stiffness matrix, mass matrix and damping matrix are formulated. This model has the advantages of simple programming, efficient computing speed and eliminating border effect. The two different dynamic responses with and without track irregularity are investigated.

Key words: moving element method; finite element method; vehicle element; track element; vibration characteristic