文章编号:1005-0523(2012)04-0005-07

空腹式无铰拱桥开裂荷载计算方法研究

胡常福[1,2],李 丽[2],王锦燕[3],朱江桃[2],陆小雨[2]

(1. 中南大学土木工程学院,湖南 长沙 410075;2. 华东交通大学土木建筑学院,江西 南昌 330013;3. 索尔福德大学计算科学与工程学院,英国 曼彻斯特 M54WT)

摘要:开裂是混凝土及圬工拱桥使用过程中的常见现象,是其损伤开始的标志。鉴于空腹式无铰拱桥开裂荷载研究不充分的现状,在总结拱桥破坏规律的基础上,提出对称荷载破坏、偏载破坏两种基本破坏型式,使用悬索线拱桥理论推导了其开裂荷载的实用表达式,为实际拱桥状态的快速评定提供理论依据。

关键词:开裂荷载;破坏型式;悬索线理论

中图分类号:U445 **文献标志码:**A

拱是结构也是建筑[1],因其外形美观、承载力大等特点在土木、水利、机械、航天等领域广泛运用。截止2008年中国约有64万余座桥梁,其中30%是拱桥[2],随着时间的推移和荷载的增大,建国以来修建的拱桥陆续进入了维修期。由于拱结构刚度大,破坏前变形小难以观测,裂缝定位困难[3],且一孔破坏容易导致全桥垮塌,因此对在役拱桥进行受力状态评估具有十分重要的意义。国内外学者对在役拱桥的承载力评估做了很多研究工作。Pippard[4]基于恒载与拱顶集中轮载作用得到了石拱桥承载力的实用表达式,主要为二战期间盟军快速评定拱桥通行军用车辆能力所采用,后被英国规范所采纳;Wang[5]对此种方法进行了修正,使其在小跨径拱桥范围更加准确,但基本在实腹式抛物线两铰拱范围内研究。在极限承载力方面,刘来君[6]基于极限状态法、Betti[7]基于非线性有限元法、陈艾荣[8]基于有限弹簧法、浅井光辉[9]基于散体有限元法对开裂后拱桥的极限承载力进行了理论和试验研究,他们从各方面探索了拱桥极限承载力算法,但对拱桥的开裂荷载研究较少。工程实践表明,拱桥在出现承载力极限状态之前就会被加固或拆除,正常使用极限状态往往控制设计,因此拱结构的开裂荷载比极限承载力更有实用前景。

研究基于拱桥从初始状态到极限承载力状态的破坏规律,提出对称荷载破坏和偏载破坏两种基本破坏型式,采用悬索线拱桥理论对其开裂荷载进行研究,得到其实用表达式,为类似空腹式拱桥的状态评定提供参考。

1 拱桥的两种基本破坏型式

拱桥从初始开裂到极限破坏的力学现象,国内外科研人员分别使用弹性分析法[4-5]、极限状态法[6]、非线性有限元法[7]、有限弹簧法[8]、散体有限元法[9]等方法进行了理论和试验研究。从各种方法的结果来看,拱桥的破坏型式基本可归纳为对称荷载破坏[10]和偏载破坏[6-10]两种(如图1),后者的极限承载力更小[6]。

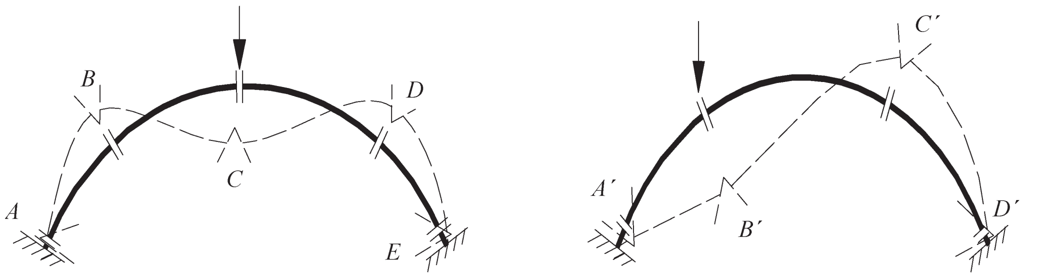
对称荷载破坏一般研究在拱顶集中力作用下结构的力学行为[4-5]。当荷载从零逐渐增大至极限荷载时,拱顶(C截面)、拱脚区域(A、E截面)与四分点区域(B、D截面)相继出现裂缝;其中拱顶位置(C截面)的裂缝最早出现,对应于开裂荷载;四分点区域(B、D截面)裂缝出现时,拱结构处于机构的边缘,对应于极限荷载。

收稿日期:2012-07-16

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51002050);江西省教育厅资助项目(GJJ12325);铁路环境振动与噪声教育部工程研究中心资助

作者简介:胡常福(1980-),男,讲师,博士研究生,从事桥梁工程的研究与教学。

无铰拱偏载破坏型式中，最不利加载位置为4~7/24跨径，基本在四分点附近[6]。当荷载从零逐渐增大至极限荷载时，左四分点（B' 截面）、左拱脚（A' 截面）、右四分点（C' 截面）、右拱脚（D' 截面）相继出现裂缝。其中左四分点（B' 截面）的裂缝最早出现，对应于开裂荷载；右拱脚（D' 截面）出现裂缝时，拱结构处于机构的边缘，对应于极限荷载。工程实践表明，当拱结构在机构边缘是异常危险的，必须被拆除或重大加固。而开裂荷载对应于首条裂缝出现，易于观测和验算。



a）对称加载破坏　　　　b）偏载破坏

图1　拱结构两种破坏型式

Fig.1　Two failure patterns of hingeless arch

2　拱桥开裂荷载实用表达式

2.1　基本假定

① 拱桥的恒载为主拱圈自重（沿拱圈弧长均匀分布荷载 g）与桥面系自重（沿水平方向均匀分布荷载 q）之和；② 拱桥为常用的等截面无铰拱结构；③ 文[3]假定拱圈变截面使得弧长微分 $\mathrm{d}s$ 与水平微分 $\mathrm{d}x$ 相等，进而使得积分表达式与常用的等截面拱桥相差较大。本文为避免等截面拱轴曲线积分困难使用悬索线[11]作为拱轴线，其弧长微分可表示为 $\mathrm{d}s=\mathrm{ch}\dfrac{x}{a}\mathrm{d}x$（式中：$\alpha$ 为悬索线拱形参数，x 为拱轴截面距拱顶的水平距离），得到更为精确的实用曲线积分结果；④ 对称加载破坏选取拱顶集中力作用工况，偏载破坏选取四分点集中力作用工况；⑤ 主拱圈为主要受力结构，忽略其与桥面系的相互作用。

2.2　对称破坏型式开裂荷载分析

2.2.1　恒载内力

在沿拱圈弧长均匀分布荷载 g 作用下，建立图2所示的坐标系，使用力法可以得出悬索线无铰拱的内力[12]，其表达式为

$$\begin{cases} N_g=\left(1-\dfrac{1}{\xi_{g1}+\xi_{g2}}\right)ag\,\mathrm{ch}\dfrac{x}{a} \\ M_g=\dfrac{1}{\xi_{g1}+\xi_{g2}}ag\left(y_s-y\right) \end{cases} \tag{1}$$

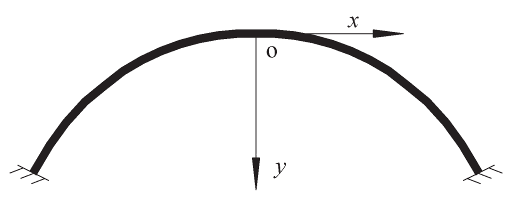


图2　无铰拱坐标示意图

Fig.2　Coordinate system of hingelss arch bridge

式中：N_g 为 g 产生的拱轴截面轴向力；ξ_{g1} 为 g 产生的无铰拱弹性压缩弯距项系数，ξ_{g2} 为 g 产生的无铰拱弹性压缩轴力项系数，ξ_{g1}、ξ_{g2} 表达式见文献[12]，其数值列于表1。M_g 为 g 产生的拱轴截面弯矩；y_s 为悬索线弹性中心至拱顶的距离，其数值见文献[11]；y 为悬索线拱轴截面的竖坐标。

在沿水平均匀分布荷载 q 作用下，使用力法可以得出悬索线无铰拱内力[12]，其表达式为

$$\begin{cases} N_q=\left(1-\dfrac{\mu_1}{1+\mu}\right)\xi_{q2}q\,\mathrm{ch}\dfrac{x}{a} \\ M_q=\left(\dfrac{qL^2}{8}-\dfrac{qx^2}{2}\right)+q\xi_{q1}+\left(1-\dfrac{\mu_1}{1+\mu}\right)\xi_{q2}q\left(y-y_s\right) \end{cases} \tag{2}$$

式中：N_q 为 q 产生的拱轴截面轴向力；μ_1，μ 分别为悬索线无铰拱弹性压缩位移项系数和轴力项系数，μ_1、μ 的表达式见文献[11]；ξ_{q1}，ξ_{q2} 分别为 q 产生的悬索线无铰拱水平反力系数,其表达式见文献[12]，数值如表1所示；M_q 为 q 产生的拱轴截面弯矩；L 为无铰拱跨径。

因此,在恒载作用下拱顶和四分点的内力可以表示为

$$\begin{cases} N_D^C = \left(1-\dfrac{1}{\xi_{g1}+\xi_{g2}}\right)ag + \left(1-\dfrac{\mu_1}{1+\mu}\right)\xi_{q2}q \\ M_D^C = \dfrac{1}{\xi_{g1}+\xi_{g2}}agy_s + \dfrac{qL^2}{8} + q\xi_{q1} - \left(1-\dfrac{\mu_1}{1+\mu}\right)\xi_{q2}qy_s \end{cases} \tag{3}$$

$$\begin{cases} N_D^{L/4} = \left(1-\dfrac{1}{\xi_{g1}+\xi_{g2}}\right)ag\,\mathrm{ch}\dfrac{L}{4a} + \left(1-\dfrac{\mu_1}{1+\mu}\right)\xi_{q2}q\,\mathrm{ch}\dfrac{L}{4a} \\ M_D^{L/4} = \dfrac{1}{\xi_{g1}+\xi_{g2}}ag\left(y_s - y_{\frac{L}{4}}\right) + \dfrac{3qL^2}{32} + q\xi_{q1} + \left(1-\dfrac{\mu_1}{1+\mu}\right)\xi_{q2}q\left(y_{\frac{L}{4}} - y_s\right) \end{cases} \tag{4}$$

式中：N_D^C，M_D^C 为恒载作用下拱顶截面的轴力及矩；$N_D^{L/4}$，$M_D^{L/4}$ 分别为恒载作用下四分点拱轴截面的轴力及弯矩；$y_{\frac{L}{4}}$ 为四分点拱轴截面竖坐标。

表1　悬索线无铰拱恒载内力系数表

Tab.1　Dead load inner force coefficient of cable line hingeless arch

系数	矢跨比								
	1/3	1/4	1/5	1/6	1/7	1/8	1/9	1/10	乘数
ξ_{g1}	0.010 501	0.005 813	0.003 677	0.002 533	0.001 85	0.001 411	0.001 111	0.000 898	AL^2/I
ξ_{g2}	0.658 364	0.765 279	0.832 212	0.875 465	0.904 509	0.924 745	0.939 313	0.950 105	
ξ_{q1}	−0.076 425	−0.078 885	−0.080 273	−0.081 116	−0.081 660	−0.082 029	−0.082 289	−0.082 480	L^2
ξ_{q2}	0.379 307	0.504 089	0.628 699	0.753 313	0.877 971	1.002 681	1.127 434	1.252 223	L
η_{x1p_c}	−0.112 130	−0.116 694	−0.119 278	−0.120 851	−0.121 867	−0.122 557	−0.123 044	−0.123 401	L
η_{x2p_c}	0.683 703	0.921 183	1.157 96	1.394 19	1.630 02	1.865 56	2.100 88	2.335 96	
$\eta_{x1p_{L/4}}$	−0.086 429	−0.089 045	−0.090 516	−0.091 408	−0.091 983	−0.092 372	−0.092 648	−0.092 849	L
$\eta_{x2p_{L/4}}$	0.411 405	0.541 642	0.671 803	0.802 170	0.932 779	1.063 59	1.194 59	1.325 67	
$\eta_{x3p_{L/4}}$	0.082 227	0.086 005	0.088 283	0.089 724	0.090 679	0.091 338	0.091 810	0.092 158	

表中：A 为拱轴截面面积；I 为拱轴截面惯性矩；L 为无铰拱跨径。

2.2.2　拱顶作用力 P_c 时拱圈内力

在拱顶作用集中力 P_c，此时悬索线无铰拱的力法方程为

$$\begin{cases} \delta_{11}x_{1P_c} + \Delta_{1P_c} = 0 \\ \delta_{22}x_{2P_c} + \Delta_{2P_c} = 0 \end{cases} \tag{5}$$

式中：δ_{11} 为单位弯矩作用下悬索线无铰拱常变位，δ_{22} 为单位水平力作用下悬索线无铰拱常变位，δ_{11}，δ_{22} 表达见文献[11]；x_{1P_c}，x_{2P_c} 分别为拱顶 P_c 作用下无铰拱弹性中心的弯矩赘余力及轴力赘余力，Δ_{1P_c}，Δ_{2P_c} 分别为拱顶 P_c 作用下无铰拱弹性中心处的转动变位及水平变位,其表达式如式(6)所示。

$$\begin{cases}\Delta_{1P_c}=\int\dfrac{M_{P_c}^0\overline{M}_1}{EI}\mathrm{d}s=P_c\dfrac{a^2\,\mathrm{ch}\dfrac{L}{2a}-a^2}{EI}\\ \Delta_{2P_c}=\int\dfrac{M_{P_c}^0\overline{M}_2}{EI}\mathrm{d}s=P_c\dfrac{a}{2EI}\left[\dfrac{L^2}{8}-\dfrac{aL}{2\,\mathrm{sh}\dfrac{L}{2a}}\left(\mathrm{ch}\dfrac{L}{2a}-1\right)-\dfrac{a^2}{2}\left(\mathrm{ch}\dfrac{L}{2a}-1\right)^2\right]\end{cases}\tag{6}$$

式中：E 为材料弹性模量；I 为拱轴截面抗弯惯性矩；$M_{P_c}^0$ 为拱顶 P_c 作用下无铰拱力法基本结构中的弯矩；$\overline{M}_1$ 为单位力偶作用下无铰拱力法基本结构的弯矩；$\overline{M}_2$ 为单位水平力作用下无铰拱力法基本结构的弯矩。

那么，有

$$\begin{cases}x_{1P_c}=-\dfrac{\Delta_{1P_c}}{\delta_{11}}=P_c\eta_{x_{1P_c}}\\ x_{2P_c}=-\dfrac{\Delta_{2P_c}}{\delta_{22}}=P_c\eta_{x_{2P_c}}\end{cases}\tag{7}$$

式中：$\eta_{x_{1P_c}}$ 为拱顶单位力作用下无铰拱弹性中心处的弯矩赘余力；$\eta_{x_{2P_c}}$ 为拱顶单位力作用下无铰拱弹性中心处的水平赘余力，$\eta_{x_{1P_c}}=-\dfrac{a\,\mathrm{ch}\dfrac{L}{2a}-a}{2\,\mathrm{sh}\dfrac{L}{2a}}$，$\eta_{x_{2P_c}}=-\dfrac{\dfrac{L^2}{8}-\dfrac{aL}{2\,\mathrm{sh}\dfrac{L}{2a}}(\mathrm{ch}\dfrac{L}{2a}-1)-\dfrac{a^2}{2}(\mathrm{ch}\dfrac{L}{2a}-1)^2}{a^2\left(\dfrac{1}{3}\mathrm{sh}^3\dfrac{L}{2a}+3\,\mathrm{sh}\dfrac{L}{2a}\right)-\dfrac{L^2}{4\,\mathrm{sh}\dfrac{L}{2a}}-aL\,\mathrm{ch}\dfrac{L}{2a}}$。

此时，拱顶截面的轴力 N_L^C 和弯矩 M_L^C 可以表示为

$$\begin{cases}N_L^C=x_{2P_c}\\ M_L^C=P_c\dfrac{L}{4}+x_{1P_c}-x_{2P_c}y_s\end{cases}\tag{8}$$

那么，在恒载与活载共同作用下，拱顶截面的轴力 N_L^C 和弯矩 M_L^C 可以表示为

$$\begin{cases}N^C=N_D^C+N_L^C=\left(1-\dfrac{1}{\xi_{g1}+\xi_{g2}}\right)ag+\left(1-\dfrac{\mu_1}{1+\mu}\right)\xi_{q2}q+x_{2P_c}\\ M^C=M_D^C+M_L^C=\dfrac{1}{\xi_{g1}+\xi_{g2}}agy_s+\dfrac{qL^2}{8}+q\xi_{q1}-\left(1-\dfrac{\mu_1}{1+\mu}\right)\xi_{q2}qy_s+P_c\dfrac{L}{4}+x_{1P_c}-x_{2P_c}y_s\end{cases}\tag{9}$$

由拱顶下缘应力为零的临近开裂状态可知

$$\sigma^C=\frac{N^C}{A}-\frac{M^C}{W}=0\tag{10}$$

式中：σ^C 为拱顶截面下缘应力；A 为拱轴截面面积；W 为拱轴截面抗弯模量。

将式(9)代入式(10)并化简，可得

$$P_c=-\frac{\left[\left(1-\dfrac{1}{\xi_{g1}+\xi_{g2}}\right)ag+\left(1-\dfrac{\mu_1}{1+\mu}\right)\xi_{q2}q\right]\left(\dfrac{2i^2}{h}\right)}{\eta_{x_{2P_c}}\left(\dfrac{2i^2}{h}\right)-\left(\eta_{x_{1P_c}}-\eta_{x_{2P_c}}y_s+\dfrac{L}{4}\right)}+\frac{\left[\dfrac{1}{\xi_{g1}+\xi_{g2}}agy_s+\dfrac{qL^2}{8}+q\xi_{q1}-\left(1-\dfrac{\mu_1}{1+\mu}\right)\xi_{q2}qy_s\right]}{\eta_{x_{2P_c}}\left(\dfrac{2i^2}{h}\right)-\left(\eta_{x_{1P_c}}-\eta_{x_{2P_c}}y_s+\dfrac{L}{4}\right)}\tag{11}$$

式中：P_c 为对称破坏型式下的开裂荷载；i 为拱轴截面回转半径，$i^2=\dfrac{I}{A}$；h 为拱轴截面高度。

2.3 偏载破坏型式开裂荷载分析

当在拱结构四分点施加集中力 $P_{L/4}$ 时，悬索线无铰拱的力法方程为

$$\begin{cases}\delta_{11}x_{1P_{L/4}}+\Delta_{1P_{L/4}}=0\\\delta_{22}x_{2P_{L/4}}+\Delta_{2P_{L/4}}=0\\\delta_{33}x_{3P_{L/4}}+\Delta_{3P_{L/4}}=0\end{cases}\tag{12}$$

式中：δ_{33} 为单位剪力作用下悬索线拱轴常变位，其表达式见文献[11]；$x_{1P_{L/4}}$，$x_{2P_{L/4}}$，$x_{3P_{L/4}}$，$\Delta_{1P_{L/4}}$，$\Delta_{2P_{L/4}}$，$\Delta_{3P_{L/4}}$ 分别为四分点作用集中力 $P_{L/4}$ 时无铰拱弹性中心处的弯矩赘余力、水平赘余力、剪力赘余力、转动变位、水平变位和剪切变位；$\Delta_{1P_{L/4}}$，$\Delta_{2P_{L/4}}$，$\Delta_{3P_{L/4}}$ 的表达式如(13)所示。

$$\begin{cases}\Delta_{1P_{L/4}}=\int\frac{M^0_{P_{L/4}}\overline{M}_1}{EI}\mathrm{d}s=P_{L/4}\frac{a^2\left(\mathrm{ch}\frac{L}{2a}-\mathrm{ch}\frac{L}{4a}\right)}{EI}\\\Delta_{2P_{L/4}}=\int\frac{M^0_{P_{L/4}}\overline{M}_2}{EI}\mathrm{d}s=P_{L/4}\frac{a}{2EI}\left[\frac{3L^2}{32}-\frac{aL}{2\,\mathrm{sh}\frac{L}{2a}}\left(\mathrm{ch}\frac{L}{2a}-\mathrm{ch}\frac{L}{4a}\right)-\frac{a^2}{2}\left(\mathrm{ch}\frac{L}{2a}-\mathrm{ch}\frac{L}{4a}\right)^2\right]\\\Delta_{3P_{L/4}}=\int\frac{M^0_{P_{L/4}}\overline{M}_3}{EI}\mathrm{d}s=P_{L/4}\frac{a^2}{EI}\left[2a\left(\frac{1}{2}\mathrm{sh}\frac{L}{2a}-\mathrm{sh}\frac{L}{4a}\right)-\frac{L}{4}\left(\mathrm{ch}\frac{L}{2a}-\mathrm{ch}\frac{L}{4a}\right)\right]\end{cases}\tag{13}$$

式中：$M^0_{P_{L/4}}$ 为四分点作用集中力 $P_{L/4}$ 时无铰拱力法基本结构中的弯矩；$\overline{M}_3$ 为单位剪力作用下无铰拱力法基本结构的弯矩。

那么，有

$$\begin{cases}x_{1P_{L/4}}=-\frac{\Delta_{1P_{L/4}}}{\delta_{11}}=P_{L/4}\eta_{x_{1P_{L/4}}}\\x_{2P_{L/4}}=-\frac{\Delta_{2P_{L/4}}}{\delta_{22}}=P_{L/4}\eta_{x_{2P_{L/4}}}\\x_{3P_{L/4}}=-\frac{\Delta_{3P_{L/4}}}{\delta_{33}}=P_{L/4}\eta_{x_{3P_{L/4}}}\end{cases}\tag{14}$$

式中：$\eta_{x_{1P_{L/4}}}$，$\eta_{x_{2P_{L/4}}}$，$\eta_{x_{3P_{L/4}}}$ 分别为四分点单位力作用下无铰拱弹性中心处的弯矩赘余力、水平赘余力、剪力赘余力，$\eta_{x_{1P_{L/4}}}=-\frac{a\,\mathrm{ch}\frac{L}{2a}-a\,\mathrm{ch}\frac{L}{4a}}{2\,\mathrm{sh}\frac{L}{2a}}$，$\eta_{x_{2P_{L/4}}}=-\frac{\frac{3L^2}{32}-\frac{aL}{2\,\mathrm{sh}\frac{L}{2a}}\left(\mathrm{ch}\frac{L}{2a}-\mathrm{ch}\frac{L}{4a}\right)-\frac{a^2}{2}\left(\mathrm{ch}\frac{L}{2a}-\mathrm{ch}\frac{L}{4a}\right)^2}{a^2\left(\frac{1}{3}\mathrm{sh}^3\frac{L}{2a}+3\,\mathrm{sh}\frac{L}{2a}\right)-\frac{L^2}{4\,\mathrm{sh}\frac{L}{2a}}-aL\,\mathrm{ch}\frac{L}{2a}}$，$\eta_{x_{3P_{L/4}}}=-\frac{a^2\left(\frac{1}{2}\mathrm{sh}\frac{L}{2a}-\mathrm{sh}\frac{L}{4a}\right)-\frac{aL}{8}\left(\mathrm{ch}\frac{L}{2a}-\mathrm{ch}\frac{L}{4a}\right)}{\left(\frac{L^2}{4}+2a^2\right)\mathrm{sh}\frac{L}{2a}-aL\,\mathrm{ch}\frac{L}{2a}}$。

此时，无铰拱四分点处截面轴力 $N_L^{L/4}$ 和弯矩 $M_L^{L/4}$ 可以表示为

$$\begin{cases}N_L^{L/4}=\frac{P_{L/4}}{4}\sin\varphi_{L/4}+x_{2P_{L/4}}\cos\varphi_{L/4}+x_{3P_{L/4}}\sin\varphi_{L/4}\\M_L^{L/4}=P_{L/4}\frac{3L}{16}+x_{1P_{L/4}}-x_{2P_{L/4}}\left(y_s-y_{L/4}\right)-x_{3P_{L/4}}\frac{L}{4}\end{cases}\tag{15}$$

式中：$\varphi_{L/4}$ 为拱轴四分点截面法线与水平线的夹角。

在恒载与活载共同作用下，拱顶的轴力 $N_L^{L/4}$ 和弯矩 $M_L^{L/4}$ 可表示为

$$\begin{cases} N^{L/4} = N_D^{L/4} + N_L^{L/4} \\ M^{L/4} = M_D^{L/4} + M_L^{L/4} \end{cases} \tag{16}$$

那么,由拱顶下缘应力 $\sigma^{L/4}$ 为零的临近开裂状态可知

$$\sigma^{L/4} = \frac{N^{L/4}}{A} - \frac{M^{L/4}}{W} = 0 \tag{17}$$

将式(16)代入式(17)并化简可得

$$P_{L/4} = \frac{-\left[\left(1 - \frac{1}{\xi_{g1} + \xi_{g2}}\right) ag\,\mathrm{ch}\frac{L}{4a} + \left(1 - \frac{\mu_1}{1+\mu}\right)\xi_{q2} q\,\mathrm{ch}\frac{L}{4a}\right]\left(\frac{2i^2}{h}\right)}{\left(\sin\varphi_{L/4} + \eta_{x_{2P_{L/4}}}\cos\varphi_{L/4} + \eta_{x_{3P_{L/4}}}\sin\varphi_{L/4}\right)\left(\frac{2i^2}{h}\right) - \left[\frac{3L}{16} + \eta_{x_{1P_{L/4}}} - \eta_{x_{2P_{L/4}}}\left(y_s - y_{L/4}\right) - \eta_{x_{3P_{L/4}}}\frac{L}{4}\right]}$$
$$+ \frac{\left[\frac{1}{\xi_{g1} + \xi_{g2}} ag\left(y_s - y_{\frac{L}{4}}\right) + \frac{3qL^2}{32} + q\xi_{q1} + \left(1 - \frac{\mu_1}{1+\mu}\right)\xi_{q2} q\left(y_{\frac{L}{4}} - y_s\right)\right]}{\left(\sin\varphi_{L/4} + \eta_{x_{2P_{L/4}}}\cos\varphi_{L/4} + \eta_{x_{3P_{L/4}}}\sin\varphi_{L/4}\right)\left(\frac{2i^2}{h}\right) - \left[\frac{3L}{16} + \eta_{x_{1P_{L/4}}} - \eta_{x_{2P_{L/4}}}\left(y_s - y_{L/4}\right) - \eta_{x_{3P_{L/4}}}\frac{L}{4}\right]} \tag{18}$$

式中: $P_{L/4}$ 为偏载破坏型式下的开裂荷载。

由式(11)、(18)确定的拱顶加载的开裂荷载 P_c 与四分点加载的开裂荷载 $P_{L/4}$,其较小值就是无铰拱桥的开裂荷载值,即可通过的最大轮载重量。

3 算例验证

一石拱桥[12],为跨径65 m、矢跨比1/5的悬索线无铰拱,桥宽13 m,主拱圈为1.35 m厚小石子混凝土板式断面,拱上建筑为跨径5 m厚度40 cm的浆砌片石圆弧腹拱,桥面为20 cm厚C30混凝土现浇层和5 cm厚沥青混凝土铺装层。分别使用本文方法、有限元方法计算此桥的开裂荷载,如表2所示。

表2 本文方法与有限元法结果比较

Tab.2 Result comparison between proposed method and FEM method

变量	有限元法		本文方法	
	数值/kN	相对误差/%	数值/kN	相对误差/%
P_c	1 187.04	100.00	1 207.29	101.71
$P_{L/4}$	1 402.03	100.00	1 326.58	–94.62
开裂荷载	1 402.03	100.00	1 326.63	–94.62

从表2可以看出,本文方法与有限元法计算结果最大误差为5.38%,符合工程实际的需求。算例表明,拱桥的开裂荷载中,在四分点位置加载工况比拱顶集中力工况大(约20%),而极限承载力比后者小[6],表明偏载是无铰拱更危险的工况。

文献[4]对几座圬工拱桥进行了实桥破坏性试验,记录了其中的开裂荷载,与本文方法预测的开裂荷载比较如表3所示。

表3 本文方法与实桥试验比较

Tab.3 Result comparison between proposed method and actual bridge test

序号	桥名	材料	试验开裂荷载/t	本文方法/t	相对误差/%
1	Yardley Wood Road[4]	砖	50	61.09	22.19
2	Alsester Road South[4]	砖	56	67.38	20.31

从表3的结果可以看出,本文方法结果与实桥破坏试验趋势相一致,表明了本文方法的实用性。其中的误差主要原因为砖材料建成的拱桥整体性差,达不到匀质体的基本假定。

4 结论

本文总结拱桥极限承载力研究,将其归纳为2种破坏型式,并基于悬索线拱桥理论,对空腹式无铰拱的开裂荷载进行了推导,通过实际工程算例表明本文方法的准确性。本文方法可以直接查表计算,适合工程技术人员现场快速评定拱桥受力状态。

参考文献:

[1] 林同炎. 拱是结构也是建筑[J]. 土木工程学报,1997,30(3):11-15.

[2] MAORUN FENG. Recent development of arch bridges in China [C]//Proceedings of 6th International Conference on Arch Bridge,Fuzhou,China,2010:9-21.

[3] 潘海结,黄福伟. 探地雷达在桥梁预应力管道定位检测中的应用[J]. 华东交通大学学报,2012,29(1):67-78.

[4] PIPPARD A J S,ASHBY R J. An experimental study of the voussoir arch [J]. Journal of Institute Civil Engineering,1939,10(4):383－404.

[5] WANG J,MELBOURNE C. Mechanics of MEXE method for masonry arch bridge assessment [J]. Proceedings of the ICE-Engineering and Computational Mechanics,2010,163(3):187-202.

[6] 刘来君,王东阳. 大跨径拱桥极限承载力[J]. 长安大学学报:自然科学版,2004,24(2):48-52.

[7] BETTI M,DROSOPOULOS G A,STAVROULAKIS G E. Two non-linear finite element models developed for the assessment of failure of masonry arches[J]. Comptes Rendus Mecanique,2008,336:42-53.

[8] 刘玉擎,陈艾荣. 石拱桥的有限弹簧法分析及其安全性评价[J]. 土木工程学报,2003,36(8):69-73.

[9] MITSUTERU ASAI,KAZUYA YAMASHITA,REICHI YAMASAKI,et al. Estimation of static and dynamic strength of stone arch bridges by using a discrete finite element model[J]. Structure Engineering of Japan Society of Civil Engineers,2009,55A:172-180.(in Japanese)

[10] WANG B,TANG S,SHANGGUAN X. The heritage and development of stone arch bridges in China[C]//Proceedings of 6th International Conference on Arch Bridge,Fuzhou,China,2010:234-242.

[11] 刘孝平. 无支架吊装双曲拱桥设计原理的探讨[R]. 长沙:湖南大学,1973.

[12] 胡常福. 悬索线无铰拱桥自重内力实用计算方法研究[J]. 华东交通大学学报,2010,27(6):12-16.

[13] CHANGFU HU,YI WAN,XING SHANGGUAN. A New Practice in the design of arch axis,Proceedings of 6th International Conference on Arch Bridge [C]//Fuzhou,China,2010:709-715.

Research on Cracking Load Computing Method for Open-spandrel Hingeless Arch Bridges

Hu Changfu[1,2],Li Li[2],Wang Jinyan[3],Zhu Jiangtao[2],Lu Xiaoyu[2]

(1. School of Civil Engineering,Central South University,Changsha 410075,China;2. School of Civil Engineering and Architecture,East China Jiaotong University,Nanchang 330013,China;3. School of Computing,Science and Engineering,University of Salford,Greater Manchester M54WT,UK)

Abstract:Cracking was a normal phenomenon in concrete and masonry arch bridge,which was a symbol of damage started. Because of the insufficient research work on computing method of open-spandrel hingeless arch bridge cracking load,a practical method for this type arch bridge was proposed in this paper. Based on failure law of higeless arch bridge,the two failure patterns(symmetric failure pattern,non-symmetric failure pattern)were proposed,and a practical method was deduced by using catenary arch bridge theory,which can be used in suitable arch bridge assessment.

Key words:cracking load;failure pattern;catenary arch bridge theory