

文章编号:1005-0523(2013)01-0046-06

轨道交通无砟轨道不平顺谱的拟合与特性分析

陈鑫¹, 练松良¹, 李再伟²

(1. 同济大学道路与交通工程教育部重点实验室, 上海 201804; 2. 上海工程技术大学城市轨道交通学院, 上海 201620)

摘要:以上海轨道交通实测的无砟轨道不平顺数据作为样本,利用经典周期图法计算其轨道不平顺谱,进而得到原始轨道平均谱。基于轨道不平顺七参数拟合谱模型,利用非线性最小二乘法对原始轨道平均谱进行拟合,得出轨道谱的拟合参数。最后,将计算所得的无砟轨道谱拟合曲线与美国6级谱、德国高低干扰谱和中国七参数谱对比分析,结果表明:在中长波范围内,轨距、水平和高低不平顺状态较为优良,低于美国6级谱、德国高低干扰谱和中国干线轨道谱,而轨向不平顺谱则与美国6级谱水平相当;在短波范围内则无砟轨道谱谱值较大。

关键词:轨道交通;轨道不平顺;功率谱拟合;非线性最小二乘法

中图分类号:U216.3

文献标志码:A

近年来,我国各大城市逐渐建立起以轨道交通为骨干的城市公共交通系统。随着城市轨道交通线路运营里程的增加,人们对列车运行平稳性和安全性问题的关注越来越多。轨道不平顺对列车的行车安全、平稳性、舒适性,车辆和轨道部件的寿命以及环境噪声等都有重要的影响^[1]。作为研究轨道平顺性状态的主要方法之一,轨道不平顺谱能从幅值和波长两方面来表征轨道平顺性。国内外学者对轨道不平顺谱做了大量的研究工作,美国按铁路相应的允许速度对其进行分级,并给出了各级的标准谱;德国给出了高速铁路的高低干扰谱;我国铁道科学研究院通过分析给出了我国干线铁路轨道不平顺的七参数谱^[1]。此外,文献[2-4]对沪昆线、金温线、合武线的轨道不平顺谱进行了分析,与国外标准谱进行比较,并分析了功率谱评价轨道质量的可靠性。文献[5]介绍了轨道不平顺谱拟合分析方法,并分析了沪杭线轨道不平顺谱。文献[6-7]对我国干线谱进行分析和研究,建立了新的干线轨道谱模型,并提出用分级的轨道谱来表征我国众多干线铁路的轨道平顺性。上述研究大都集中在干线铁路和高速铁路上,城市轨道交通轨道不平顺谱方面的研究较少,文献[8]将上海市轨道交通轨道不平顺谱与国内外标准谱进行比较,并分析了城市轨道交通不平顺的不利波长范围。目前,对于城市轨道交通轨道不平顺谱,国内外并没有较为成熟的拟合模型,对其拟合也少有研究,实测得到的轨道不平顺原始谱本身不是一条光滑的曲线,没有确定的表达式,而在设计制造机车车辆、线路桥梁隧道结构以及评估车辆安全舒适和指导线路运营时,需要提供一个特定的解析函数来描述轨道不平顺谱。因此,研究城市轨道交通轨道不平顺谱的拟合有着重要的理论和现实意义。

通过计算得到城市轨道交通轨道不平顺原始轨道平均谱,利用非线性最小二乘法拟合所得原始谱,得到了相应的拟合参数,并对比分析了城市轨道交通轨道拟合谱与国内外相关轨道标准谱,可为地铁工务部门科学合理安排线路的维修作业,提高线路质量提供技术上的保障。

收稿日期:2012-12-04

基金项目:国家自然科学基金项目(50878158)

作者简介:陈鑫(1989—),男,硕士研究生,研究方向为轮轨关系。

1 样本数据与预处理

2010年至2011年,上海地铁维护保障中心工务公司利用轨道检查车对上海轨道交通1号线上、下行进行了多次检测,其中:列车的检测速度为 $25\sim 80\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$,采样间隔为 0.25 m 。考虑到上海轨道交通1号线轨道结构形式和线路敷设方式并不统一,本文选取线路上行地下区间为研究对象,该区间轨道结构形式为无砟轨道,线路段总长约 21 km 。

轨道检查车在进行轨道几何形位检测过程中,由于外界环境干扰的存在,检测数据中常常出现异常值。由于标定误差、曲线超高、曲线磨耗或惯性漂移等原因,造成水平、轨距和三角坑不平顺信号常常包含趋势项。异常值和趋势项的存在会影响到数据分析和轨道谱的计算精度,因此有必要对其进行处理。对于异常值和趋势项的处理方法,借鉴文献[9]和文献[10]中提出的线性插值方法和HHT分析方法进行数据处理。

2 轨道不平顺谱的拟合

2.1 拟合公式的选取

在计算功率谱密度时,为了减少计算长度截断误差,同时考虑到样本采样间隔为 0.25 m ,取以 $1\ 024\text{ m}$ 长度作为单位长度分段计算功率谱密度,即样本点数为 $4\ 096$ 点。基于此,首先对于各次检测数据,以 $1\ 024\text{ m}$ 为一个分析段,将线路分为 20 段;利用经典周期图法获得各段的功率谱密度,总体平均后得到整段线路的轨道不平顺谱;再对各次检测得到的轨道不平顺谱进行样本平均,最后得到无砟轨道不平顺原始谱。

由于得到的原始谱曲线并不是一条光滑的曲线,不具有特定的解析函数,为了便于描述和应用,应采用一个与谱线接近的非线性曲线函数表示。但国内外并没有较为成熟的城市轨道交通轨道不平顺谱拟合模型,本文参考国内外标准谱模型,基于城市轨道交通轨道不平顺谱特征与我国既有线的相似性,选用中国铁道科学研究院轨道不平顺谱模型作为拟合曲线表达式来表征原始谱,见公式(1)。

$$S(f) = \frac{A(f^2 + Bf + C)}{f^4 + Df^3 + Ef^2 + Ff + G} \quad (1)$$

式中: $S(f)$ 为轨道不平顺谱; f 为空间频率; A, B, C, D, E, F, G 分别为轨道谱特征参数。

2.2 拟合的基本算法

由于选取的拟合公式是非线性的,因此需采用非线性最小二乘法进行平均谱的拟合。根据迭代步长算法的不同,非线性最小二乘法分为Gauss-Newton法、Levenberg-Marquardt方法等,其中Gauss-Newton法不能解决求解过程中Jacobi矩阵奇异的问题,而Levenberg-Marquardt方法则针对这一问题对算法进行一定的改进,因此这里选取了Levenberg-Marquardt方法中More'算法^[11]对轨道不平顺谱进行拟合。该算法实现过程如下。

设拟合表达式为

$$S = s(f_i, \mathbf{x}) = \frac{A(f_i^2 + Bf_i + C)}{f_i^4 + Df_i^3 + Ef_i^2 + Ff_i + G}, i = 0, 1, \dots, m-1 \quad (2)$$

式中: m 为数据点数; f_i 表示第 i 点的空间频率; \mathbf{x} 是由轨道不平顺谱特征参数组成的列向量, $\mathbf{x} = [A, B, C, D, E, F, G]^T$ 。则拟合过程就变为求非线性最小二乘问题(3)的最小值。

$$\min_{\mathbf{x} \in R^n} F(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} r(\mathbf{x})^T r(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m [r_i(\mathbf{x})]^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m (s(f_i, \mathbf{x}) - y_i)^2 \quad (3)$$

式中:残差 $r_i(\mathbf{x}) = s(f_i, \mathbf{x}) - y_i$; $n = 7$,为轨道不平顺谱拟合表达式中参数的个数; y_i 为轨道不平顺谱离散值。

设 $\mathbf{J}(\mathbf{x})$ 为残差函数 $r(\mathbf{x})$ 的Jacobi矩阵,即

$$\mathbf{J}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial r_1}{\partial A} & \cdots & \frac{\partial r_1}{\partial G} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial r_m}{\partial A} & \cdots & \frac{\partial r_m}{\partial G} \end{bmatrix} \quad (4)$$

对于上述问题(3),利用 More' 算法则有:第 k 次迭代过程中求解迭代步长 d_k 的方程组为

$$(\mathbf{J}(\mathbf{x}_k)^T \mathbf{J}(\mathbf{x}_k) + \mu_k \mathbf{D}_k^T \mathbf{D}_k) d_k = -\mathbf{J}(\mathbf{x}_k)^T r(\mathbf{x}_k) \quad (5)$$

对应于约束线性最小二乘法

$$\begin{cases} \min \|r_k + \mathbf{J}_k d_k\| \\ \text{s.t.} \|\mathbf{D}_k d_k\| \leq h_k \end{cases} \quad (6)$$

式中: k 为迭代次数; μ_k 为 L-M 参数; h_k 为信赖域半径; \mathbf{D}_k 是一个调比矩阵,它使得问题的比例适当。在这个算法中,选择

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{D}_k &= \text{diag}(d_1^{(k)}, \dots, d_n^{(k)}) \\ d_i^{(0)} &= \|\partial_i r(x_0)\| \\ d_i^{(k)} &= \max\{d_i^{(k-1)}, \|\partial_i r(x_k)\|\}, \quad k \geq 1 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

因此 More' 算法的第 k 次迭代步骤如下

1) 设 $\sigma \in (0, 1)$, 若 $\|\mathbf{D}_k \mathbf{J}_k^{-1} d_k\| \leq (1 + \sigma) h_k$, 令 $\mu_k = 0$ 和 $d_k = -\mathbf{J}_k^{-1} r_k$ (其中 \mathbf{J}_k^{-1} 为 \mathbf{J}_k 的广义逆矩阵); 否则, 确定 $\mu_k > 0$, 利用两步 QR 分解的方法^[10]求解方程组(5)可以得到步长 d_k 。

2) 若 $\|d_k\|$ 小于最初设定的误差限度 (通常为 1×10^{-6}), 则 \mathbf{x}_k 为最优参数值; 否则, 令迭代次数 $k = k + 1$, 做步骤(3)。

3) 计算目标函数的实际下降与预测下降比 ρ_k 。

4) 如果 $\rho_k \leq 0.0001$, 令 $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k$ 和 $\mathbf{J}_{k+1} = \mathbf{J}_k$; 如果 $\rho_k > 0.0001$, 令 $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + d_k$, 并计算 \mathbf{J}_{k+1} 。

5) 如果 $\rho_k \leq 1/4$, 令 $h_{k+1} \in [\frac{1}{10} h_k, \frac{1}{2} h_k]$; 如果 $\rho_k \in (1/4, 1/3)$ 和 $\mu_k = 0$, 或者如果 $\rho_k \geq 3/4$, 令 $h_{k+1} = 2\|\mathbf{D}_k d_k\|$ 。

6) 校正调比矩阵 \mathbf{D}_{k+1} 。转步骤(1)。

2.3 拟合流程

据以上分析,轨道谱拟合的流程为

1) 选取轨距、水平、高低和轨向不平顺样本。对样本进行预处理:去除异常值;若样本有趋势项,则对样本进行去趋处理;

2) 利用经典周期图法获得需要的轨道谱;

3) 对轨道谱进行平滑处理,可采用文献[6]中所述的剔除法、包络平均法等方法平滑原始谱线;

4) 拟合公式的确立;

5) 利用 L-M 的 More' 方法,对谱线进行拟合,得出拟合公式的 7 个参数值。

3 无砟轨道不平顺谱特性分析

利用上述算法,对上海轨道交通 1 号线地下线路无砟轨道 7 次检测数据进行分析,将数据按照上述流程进行计算,最终得到轨道不平顺原始谱拟合曲线的参数值,结果如表 1 所示。

将拟合曲线与原始谱进行对比,如图 1 所示,鉴于篇幅限制及左、右高低、轨向不平顺的轨道谱相似度,未列出右高低和右轨向不平顺拟合曲线与原始谱对比。从图可知,采用非线性最小二乘法拟合的功率谱曲线能够与原始谱线有较好的吻合。高低不平顺 1 m 波长附近的拟合曲线较原始谱略微偏高,这是由于最

小二乘法对于较小数的敏感度较低造成的。

表1 原始谱拟合曲线参数值

Tab.1 The parameter value of the original spectrum fitting curve

参数	A	B	C	D	E	F	G
轨距	0.000 586	4.205 716	1.260 645	-0.146 036	0.016 246	-0.000 046	0.000 028
水平	0.049 008	-0.808 452	0.227 525	-0.088 875	0.148 008	-0.006 454	0.000 357
左高低	0.008 543	-0.091 129	0.018 636	-0.134 389	0.010 038	-0.000 408	0.000 022
右高低	0.008 876	-0.065 356	0.012 982	-0.140 656	0.010 745	-0.000 407	0.000 020
左轨向	0.001 204	2.306 214	0.033 920	-0.170 399	0.012 952	-0.000 387	0.000 006
右轨向	0.008 406	-0.155 841	0.063 566	-0.171 951	0.014 260	-0.000 445	0.000 012

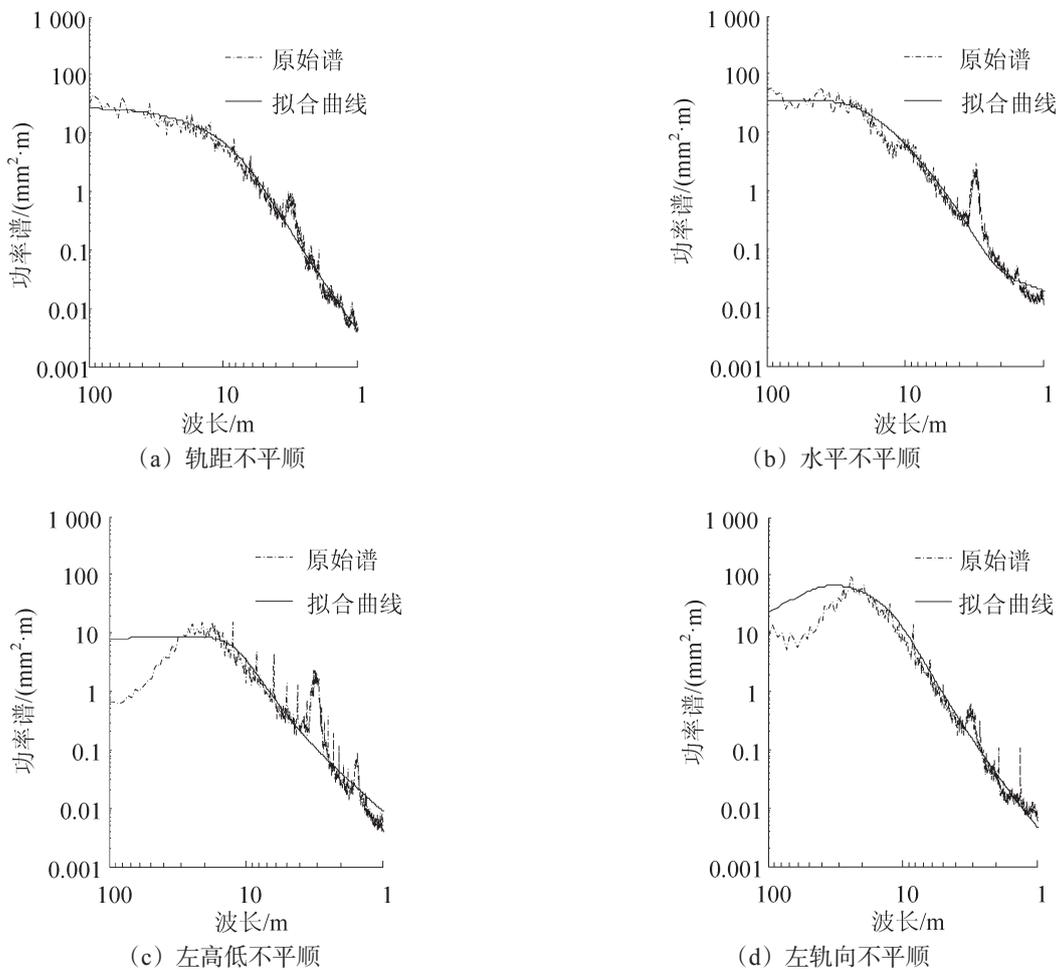


图1 轨道不平顺原始谱与拟合曲线的对比

Fig1 Comparison of track irregularity original spectrum and fitting curve

为评价铁路轨道的总体平顺性,这里将城市轨道交通无砟轨道原始谱拟合曲线与美国6级谱、德国高低干扰谱和我国铁路干线七参数谱进行对比,如图2所示。

通过图2对比可以看到,轨距不平顺谱值整体小于美国6级谱和中国七参数谱;水平不平顺谱值在波长12 m以上范围内优于美国6级谱和德国高干扰谱,较中国七参数谱略大,但波长2 m以下的短波范围内谱值较大;在波长大于4 m的范围内,高低不平顺谱值优于其他标准谱,但同样存现2 m以下波长范围谱值

较大;轨向不平顺谱值整体优于中国七参数谱,在波长2.5~20 m的范围内,与美国6级谱相当,较德国高低干扰谱大,且波长1~2 m的短波范围内谱值较大。

综上可知,城市轨道交通轨距、水平和高低不平顺在中长波范围内状态较为优良,低于美国6级谱、德国高低干扰谱和中国干线轨道谱,而轨向不平顺谱则与美国6级谱水平相当;在波长1~2 m的短波范围内,则无砟轨道谱谱值较大,其是由于我国钢轨在轧制过程中形成的周期性成分引起的。

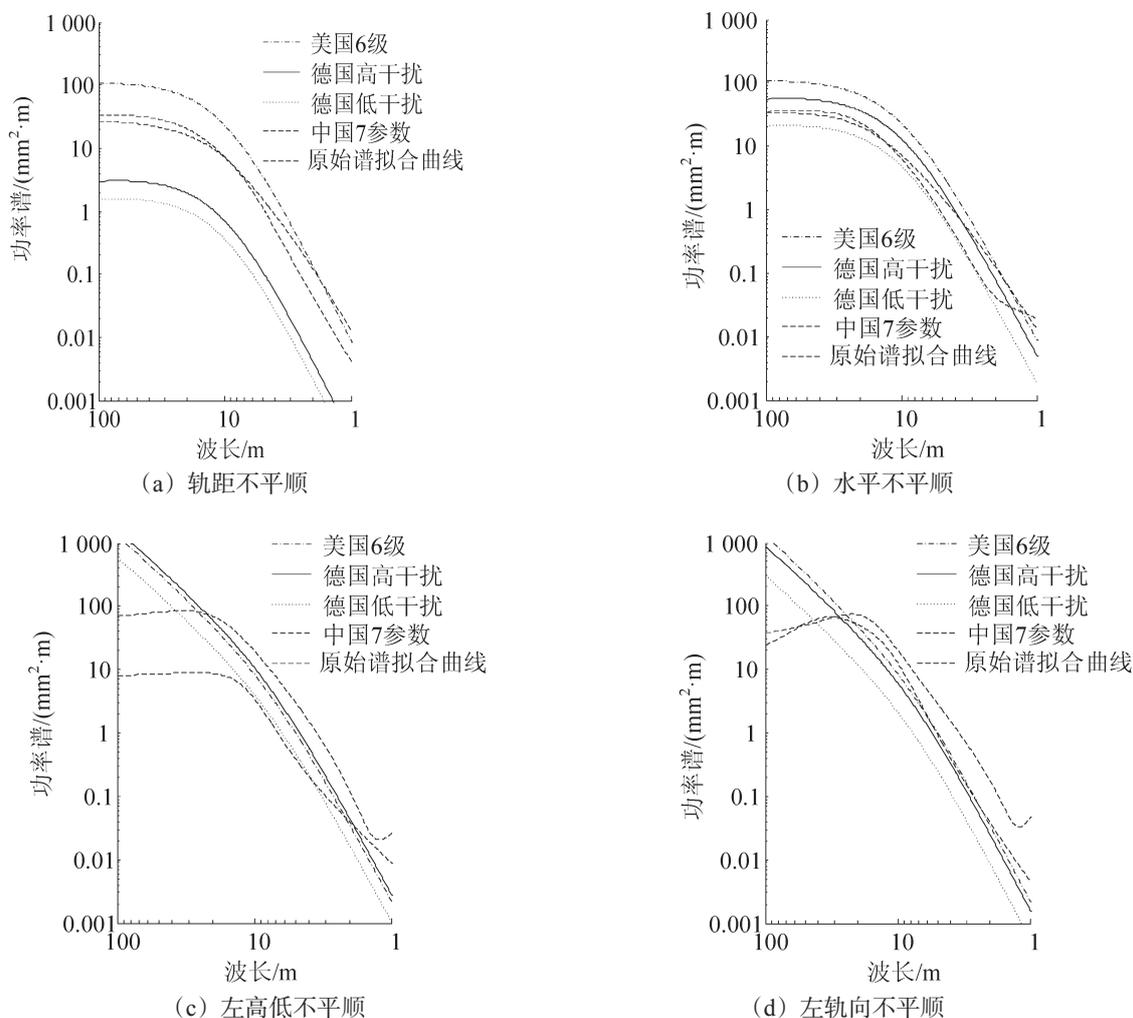


图2 原始谱拟合曲线与标准谱的对比

Fig.2 Comparison of the original spectrum fitting curve and standard spectrum

4 结论

利用非线性最小二乘法拟合上海轨道交通1号线无砟轨道轨道不平顺谱,拟合曲线与原始谱线有较好的吻合,证明了选取模型的正确性。并得出了拟合曲线的参数值,它是评估城市轨道交通线路安全性和舒适性的重要技术参数。原始谱拟合曲线与国内外标准谱对比结果表明:城市轨道交通轨距、水平和高低不平顺在中长波范围内状态较为优良,低于美国6级谱、德国高低干扰谱和中国干线轨道谱,而轨向不平顺谱则与美国6级谱水平相当;在短波范围内,则无砟轨道谱谱值较大。

参考文献:

- [1] 罗林,张格明,吴旺青,等. 轮轨系统轨道平顺状态的控制[M]. 北京:中国铁道出版社,2006:158-204.
- [2] 练松良,刘扬,杨文忠. 沪宁线轨道不平顺谱的分析[J]. 同济大学学报:自然科学版,2007,35(10):1342-1346.
- [3] 练松良,李建斌,杨文忠. 沪昆线与金温线轨道不平顺谱的分析[J]. 同济大学学报:自然科学版,2010,38(2):257-262.
- [4] 杨震,王效堂,练松良,等. 合武客专无砟轨道曲线段不平顺谱分析[J]. 华东交通大学学报,2010,27(5):11-16.
- [5] 杨文忠,练松良,刘扬. 轨道不平顺功率谱拟合分析方法[J]. 同济大学学报:自然科学版,2006,34(3):363-367.
- [6] 陈宪麦,王澜,陶夏新,等. 中国干线铁路轨道谱的拟合方法[J]. 交通运输工程学报,2008,8(1):19-22.
- [7] 陈宪麦,王澜,陶夏新,等. 我国干线铁路通用轨道谱的研究[J]. 中国铁道科学,2008,29(3):73-77.
- [8] 李再帏,练松良,李秋玲,等. 城市轨道交通轨道不平顺谱分析[J]. 华东交通大学学报,2011,28(5):83-87.
- [9] 张曙光,康熊,刘秀波. 京津城际铁路轨道不平顺谱特征分析[J]. 中国铁道科学,2008,29(5):25-30.
- [10] 李再帏,练松良. 改进HHT方法在轨道不平顺信号分析中的应用[J]. 深圳大学学报:理工版,2012,29(3):270-275.
- [11] 袁亚湘,孙文瑜. 最优化理论与方法[M]. 北京:科学出版社,1997:391-399.

The Fitting and Characteristic Analysis of Unballasted Track Irregularity Spectrum of Urban Rail Transit

Chen Xin¹, Lian Songliang¹, Li Zaiwei²

(1. Key Laboratory of Road and Traffic Engineering of the Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 201804, China;
2. College of Urban Rail Transportation, Shanghai University of Engineering Science, Shanghai 201620, China)

Abstract: Taking the measured unballasted track irregularity data in Shanghai Metro as samples, the track irregularity spectrum is calculated by applying the periodogram arithmetic and the average spectrum is obtained according to the basic overall mean value. Based on track irregularity spectrum model from China Academy of Railway Sciences, the optimization parameters of the fitting mean spectrum is calculated by using the nonlinear least square arithmetic. Finally, this paper contrasts the fitting mean spectrum with US class 6 railways, German railway spectra of high irregularity and low irregularity, and China main railway spectra. The results show that the conditions of the gauge, level and profile irregularity are good and the alignment irregularity spectrum is equivalent to US class 6 railways in mid- and long wavelength range, While in the short wavelength range, the value of measured track irregularity spectrum generally turns out to be larger.

Key words: urban rail transit; track irregularity; spectrum fitting; nonlinear least square arithmetic