

文章编号:1005-0523(2013)05-0001-07

解析法分析铁路环境振动的列车随机激振荷载

冯青松¹,雷晓燕¹,练松良²

(1. 华东交通大学铁路环境振动与噪声教育部工程研究中心,江西 南昌 330013; 2. 同济大学道路与交通工程教育部重点实验室,上海 201804)

摘要:将虚拟激励法和车辆-有砟(无砟)轨道-路基-地基耦合系统垂向振动解析模型有效结合起来,由轨道不平顺功率谱直接得到准确的列车随机激振荷载功率谱,然后采用频率采样三角级数法反演出列车随机激振荷载时程。为铁路环境振动中列车随机激振荷载的计算提供了一简便有效的方法。算例比较了有砟轨道和无砟轨道两种情况下CRH3高速列车运行引起的列车随机激振荷载功率谱密度与时程曲线。

关键词:轨道随机不平顺;环境振动;解析法;虚拟激励法;随机激振荷载

中图分类号:U211.3

文献标志码:A

铁路交通环境振动问题对人们的日常生活和工作产生很大影响,已引起人们广泛关注。研究铁路环境振动,首先需分析列车激振荷载。列车激振荷载主要有列车作用于轨道上的移动常量荷载和随机激振荷载,其中常量荷载为列车轴荷载,随机激振荷载为轨道随机不平顺引起的动态轮轨力,且随机激振荷载的影响占主要因素^[1-2]。列车随机激振荷载的求解必须进行轨道随机不平顺影响下的列车-轨道耦合动力分析,若在软土地基中可能还需考虑路基、地基部分的影响。国内外学者在列车随机激振荷载计算方面已有大量成果^[1-6],其中主要采用数值计算方法^[3-6]。数值计算方法如有限元法,能很好模拟列车与轨道的各种状态,且可分析系统的非线性振动问题;但当列车高速行驶,特别是在软土地基需建立列车-轨道-路基-地基耦合动力学模型时,此时计算模型尺寸很大,计算时间步长很短,导致巨大的计算工作量。除数值计算方法外,求解列车随机激振荷载的另一种方法为解析法。铁路环境振动中地基、建筑物等振动变形很小,车辆-轨道-路基-地基模型一般可考虑为线性系统,此时解析法具有显著的优势。文献[1-2]在分析铁路环境振动时建立了列车-轨道-地基系统解析模型,考虑了轨道随机不平顺引起的列车随机激振荷载。上述列车随机激振荷载计算中,轨道随机不平顺一般模拟为平稳 Gauss 随机过程,通过给定的轨道不平顺功率谱密度,利用傅立叶级数或三角级数方法反演出轨道不平顺时域样本,由数值积分方法^[3-6]或解析法^[1-2]求解随机激振荷载时域响应,最后对时域响应进行傅里叶变换可得到列车随机激振荷载的功率谱估计;此时轨道谱反演轨道不平顺时域样本以及通过时域响应进行功率谱估计均可能导致较大的分析误差。

作者曾建立了车辆-有砟轨道-路基-地基垂向振动模型,轨道不平顺考虑为谐波不平顺^[7]。本文在已有基础上,引入虚拟激励法,由轨道随机不平顺功率谱,直接得到准确的列车随机激振荷载功率谱;并利用频率采样三角级数法反演出列车随机激振荷载时程。

1 虚拟激励法求解列车随机激振荷载功率谱

在文献[7]中作者建立了车辆-有砟轨道-路基-地基耦合系统垂向振动模型(见图1)。模型中轨道不

收稿日期:2013-06-18

基金项目:国际科技合作与交流专项项目(2010DFA82340);国家自然科学基金项目(51008123;U1134107);江西省青年科学家培养对象项目(20112BCB23015)

作者简介:冯青松(1978—),男,副教授,博士,研究方向为铁路环境振动、轨道动力学。

平顺考虑为谐波不平顺;移动车辆考虑为弹簧与阻尼器连接的多刚体系统;有砟轨道与路基基床考虑为弹性多层梁模型;路堤本体-地基考虑为层状半空间体;车轮与钢轨为线性赫兹弹性接触。由轮轨接触点处位移限制条件,得到动态轮轨力求解方程

$$([A_w] + [A_R] + [A_\Delta])\{P(\Omega)\} = \{\Delta z(\Omega)\} \quad (1)$$

式中: $[A_w]$, $[A_R]$ 分别为车辆在轮对处、有砟轨道-路基-地基系统在轮轨接触点处的柔度矩阵; $[A_\Delta]$ 为轮轨线性赫兹接触柔度系数矩阵; $\{\Delta z(\Omega)\}$ 为轮轨接触点处轨道表面谐波不平顺; $\{P(\Omega)\}$ 为动态轮轨力幅值, 上述各式的具体表达式见文献[7]。对模型中有砟轨道模型进行修改, 将轨枕质量块改为轨道板梁, 道砟弹性质量块修改为弹性支承(模拟CA砂浆层)的混凝土底座板梁; 对相应的振动微分方程进行修改, 则容易得到车辆-无砟轨道-路基-地基耦合系统垂向振动模型。式(1)中, 有砟与无砟轨道模型的不同之处仅仅在 $[A_R]$ 项。

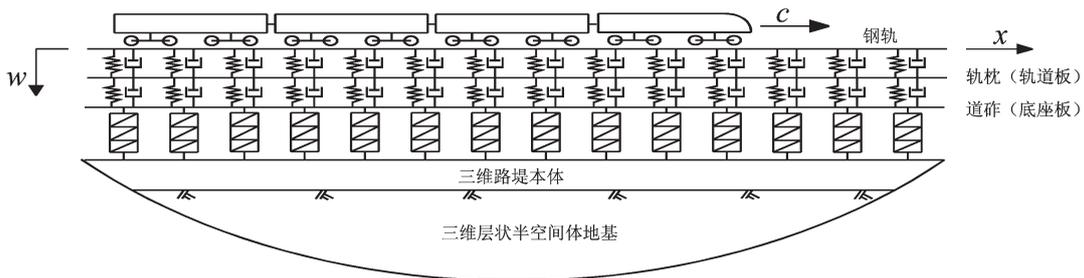


图1 车辆-有砟(无砟)轨道-路基-地基耦合系统垂向振动模型

Fig.1 Vertical vibration model of the vehicle-ballasted (unballasted) track-subgrade-ground coupling system

虚拟激励法是由我国学者林家浩等提出的用于分析结构随机振动的新方法, 其基本原理见文献[8]。当铁路列车在不平顺轨道上运行时, 同一条轨道上的任意两车轮可以认为受到相同的轨道不平顺激励作用, 两激励间存在某一时间差, 即第一个输入激励点之后各点的输入可视为前一个输入点的简单延时。设系统受到 M 点 (M 个轮对) 异相位平稳随机激励 $\{\Delta z(t)\}$, 则有

$$\{\Delta z(t)\} = \begin{Bmatrix} \Delta z_1(t) \\ \Delta z_2(t) \\ \vdots \\ \Delta z_M(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta z(t-t_1) \\ \Delta z(t-t_2) \\ \vdots \\ \Delta z(t-t_M) \end{Bmatrix} \quad (2)$$

式中: $\Delta z(t)$ 为轨道高低不平顺平稳随机激励的时间历程函数; $t_j (j=1, 2, \dots, M)$ 为各激励点处的激励滞后时间, $t_j = (a_j - a_1)/c$; a_j 为 $t=0$ 时第 j 个轮对的位置坐标, c 为列车运行速度; $\{\Delta z(t)\}$ 可视为一个广义的单激励。设 $\Delta z(t)$ 的自谱密度为 $S_v(\Omega)$, 则相应的虚拟激励可设为

$$\Delta \tilde{z}(t) = \sqrt{S_v(\Omega)} e^{i\Omega t} \quad (3)$$

显然, 与 $\Delta z(t-t_1)$ 相应的虚拟激励为 $\Delta \tilde{z}(t-t_1) = \sqrt{S_v(\Omega)} e^{i\Omega(t-t_1)}$, 这样式(2)相对应的虚拟激励为

$$\{\Delta \tilde{z}(t)\} = \begin{Bmatrix} e^{-i\Omega t_1} \\ e^{-i\Omega t_2} \\ \vdots \\ e^{-i\Omega t_M} \end{Bmatrix} \sqrt{S_v(\Omega)} e^{i\Omega t} = \{\Delta \tilde{z}(\Omega)\} e^{i\Omega t} \quad (4)$$

式中: $\{\Delta \tilde{z}(\Omega)\}$ 为虚拟激励的轨道谐波不平顺幅值。

将式(4)中虚拟激励的轨道谐波不平顺幅值 $\{\Delta \tilde{z}(\Omega)\}$ 取代式(1)中 $\{\Delta z(\Omega)\}$, 则得

$$([A_w] + [A_R] + [A_\Delta])\{\tilde{P}(\Omega)\} = \{\Delta \tilde{z}(\Omega)\} \quad (5)$$

式中: $\{\tilde{P}(\Omega)\}$ 为与虚拟激励 $\{\Delta \tilde{z}(\Omega)\}$ 相对应的虚拟动态轮轨力幅值。求解(5)可得虚拟轨道不平顺作用下

引起的虚拟动态轮轨力幅值。根据虚拟激励法原理,动态轮轨力的实际功率谱密度 $S_{pp}(\Omega)$ 为

$$S_{pp}(\Omega) = \{\tilde{P}(\Omega)\}^* \{\tilde{P}(\Omega)\}^T \quad (6)$$

式中: $\{\tilde{P}(\Omega)\}^*$; $\{\tilde{P}(\Omega)\}^T$ 分别为 $\{\tilde{P}(\Omega)\}$ 的共轭和转置。由于轨道不平顺功率谱一般为以空间圆频率表示的单边功率谱 $S_s(\beta)$, 而 $S_v(\Omega)$ 为时间功率谱, 因此计算中需首先将轨道不平顺功率谱转换为以时间圆频率表示的单边功率谱。时间圆频率 $\Omega = \beta c$, β 为空间圆频率, 则时间功率谱 $S_v(\Omega)$ 为

$$S_v(\Omega) = S_s(\beta)/c \quad (7)$$

将式(7)代入式(4), 利用上述方法可得到轨道随机不平顺引起的列车随机激振荷载的单边功率谱密度 $S_{pp}(\Omega)$ 。

本文利用轨道不平顺功率谱密度直接得到准确的列车随机激振荷载功率谱密度, 减少了常规方法中轨道谱反演时域样本和通过时域响应进行功率谱估计中的分析误差, 且极大地减小了计算工作量。

2 频率采样三角级数法反演列车随机激振荷载时程

在采用有限元等数值方法进行铁路环境振动模拟时, 需求出列车随机激振荷载的时域结果, 此时可根据随机激振荷载功率谱密度, 通过反演方法求出随机激振荷载时程。工程中应用较多的反演方法有三角级数法和周期图法。三角级数法将随机过程考虑为平稳高斯随机过程, 这与随机激振荷载的实际情况不完全相符, 常产生较大的随机误差。周期图法^[9]要求模拟时间、采样周期、采样个数满足一定的条件, 使得模拟时间不能任意取值, 同时对功率谱序列大量补插零后进行傅立叶逆变换, 计算时间较长且不能得到闭合解。在文献[10]中, 陈春俊等提出频率采样三角级数法用于模拟轨道不平顺信号。频率采样三角级数法避免了三角级数法和周期图法的不足, 算法简单, 实现方便。为此, 本文利用频率采样三角级数法来反演列车随机激振荷载时程。

频率采样三角级数法基本原理

$$P(t)^{(M)} = P_0 + \sum_{k=1}^N \bar{P}_k \cos(\Omega_k t + \varphi_k) \quad (8)$$

式中: $P(t)^{(M)}$ 为随机过程 $P(t)$ 的时域模拟样本; P_0 为随机过程 $P(t)$ 的直流分量, 由于列车随机激振荷载 $P(t)$ 的均值为零, 故取 $P_0 = 0$; 单边功率谱 $S_{pp}(\Omega)$ 的圆频率下限值 Ω_1 , 圆频率上限值为 Ω_u , 圆频率采样间隔 $\Delta\Omega = (\Omega_u - \Omega_1)/N$, $\Omega_k = \Omega_1 + (k - \frac{1}{2})\Delta\Omega$, $k = 1, 2, \dots, N$; 频率采样间隔 $\Delta f = \Delta\Omega/(2\pi)$; φ_k 为 $0 \sim 2\pi$ 内总数为 N 的随机均匀分布序列的第 k 个数; $\bar{P}_k = 2\sqrt{S_{pp}(f_k)\Delta f}$, $S_{pp}(f_k)$ 为以频率表示的随机过程 $P(t)$ 的双边功率谱密度, $S_{pp}(f_k) = \pi S_{pp}(\Omega_k)$ 。

3 算例分析

根据上述原理编制计算程序, 分析轨道随机不平顺影响下高速列车运行时引起的列车随机激振荷载功率谱和时程曲线。

列车类型 CRH3, 运行速度 $200 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, CRH3 动车组车辆基本参数见表 1, 单节 CRH3 动车车辆结构参数见表 2。

表 1 CRH3 动车组基本参数

Tab.1 Basic parameters of CRH3 train

编组型式	动力配置	编组重量	编组长度	转向架轴距	转向架中心距	中间车长度	头车长度
8 节	4M+4T	380 t	200 m	2.5 m	17.375 m	24.775 m	25.675 m

表2 单节CRH3动车车辆结构参数

Tab. 2 Parameters of single-unit CRH3 vehicle

参数	车体质量 M/kg	转向架质量 M_w/kg	轮对质量 M_r/kg	车体点头惯量 $J/(kg \cdot m^2)$	转向架点头惯量 $J/(kg \cdot m^2)$	一系弹簧刚度 $K_{s1}/(N \cdot m^{-1})$	二系弹簧刚度 $K_{s2}/(N \cdot m^{-1})$	一系阻尼系数 $C_{s1}/(N \cdot s \cdot m^{-1})$	二系阻尼系数 $C_{s2}/(N \cdot s \cdot m^{-1})$	轮轨接触簧刚度 $K_w/(N \cdot m^{-1})$
量值	40 000	3 200	2 400	5.47×10^5	6 800	2.08×10^6	0.8×10^6	1.0×10^5	1.2×10^5	2.26×10^9

轨道选取有砟与无砟轨道两种。有砟轨道条件: $60 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1}$ 无缝钢轨, III型轨枕, 轨枕间距 0.6 m , 轨枕长度 2.6 m ; 道床厚度 $h_d = 35 \text{ cm}$, 道床肩宽 50 cm , 道床边坡坡度 $1:1.75$, 道床密度 $\rho_d = 1\,900 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, 其它有砟轨道结构参数见表3。表3中单位轨道长度上道床参振质量计算式为: $\frac{1}{2}(b_{d1} + b_{d2}) \times h_d \times 1 \times \rho_d$, 其中 b_{d1} 为道床面宽, 取一根 III型轨枕的有效支承长度 2.35 m ; 道床底宽 $b_{d2} = b_{d1} + 2h_d \tan \alpha = 2.84 \text{ m}$, 其中道床压力扩散角 $\alpha = 35^\circ$ 。

无砟轨道选取 CRTS-II型板式轨道。轨道板长 6.45 m , 宽 2.55 m , 高 0.20 m , 弹性模量 $3.6 \times 10^{10} \text{ Pa}$; 混凝土支承层长 6.45 m , 宽 3.25 m , 高 0.30 m , 弹性模量 $3.25 \times 10^{10} \text{ Pa}$; 混凝土密度 $2\,500 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ 。根据轨道板和混凝土支承层的宽、高、密度和弹性模量, 可求出模型所需的欧拉梁的抗弯刚度和单位长度质量。钢轨仍采用 $60 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ 无缝钢轨。CRTS-II型板式轨道的其余结构参数见表4。

有砟轨道中基床由基床表层与基床底层组成。基床表层与底层的 K30 模量 E_{c1} 和 E_{c2} 分别为 $190 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{-3}$ 和 $130 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{-3}$, 内摩擦角分别为 30° 和 20° , 密度分别为 $1\,900 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ 和 $1\,500 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ 。基床受荷体的横断面尺寸: 基床面宽 b_{c1} 取道床底宽, 基床表层底宽 $b_{c2} = 3.65 \text{ m}$, 基床底层底宽 $b_{c3} = 5.32 \text{ m}$, 基床表层厚 0.7 m , 基床底层厚 2.3 m 。基床表层竖向刚度为 $K_{c2} = \frac{1}{2}(b_{c1} + b_{c2})E_{c1}$; 基床底层竖向刚度为 $K_{c2} = \frac{1}{2}(b_{c2} + b_{c3})E_{c2}$; 基床竖向刚度为 $K_c = \frac{K_{c1}K_{c2}}{K_{c1} + K_{c2}}$, 为基床表层和底层的联合竖向刚度。单位长度基床参振质量的计算方法与道床参振质量的计算方法相同。根据上述计算得, 基床竖向刚度 $300 \text{ MN} \cdot \text{m}^{-1}$, 基床参振质量取 $19\,789 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, 基床竖向阻尼取 $200 \text{ kN} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$ 。无砟轨道中基床截面与有砟轨道差别很小, 为便于比较, 无砟轨道情况下基床的竖向刚度、阻尼和参振质量的取值与有砟轨道情况下一致。

轨道随机不平顺选取德国低干扰高速线路轨道谱, 其轨道高低不平顺谱密度见文献[4]。地基土体计算参数见表5, 其代表了典型的中等强度土质。

表3 有砟轨道结构参数

Tab. 3 Parameters of ballasted track

参数	道床刚度系数/ ($\text{MN} \cdot \text{m}^{-1}$)	道床阻尼系数/ ($\text{kN} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$)	道床质量/ ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-1}$)	扣件刚度系数/ ($\text{MN} \cdot \text{m}^{-1}$)	扣件阻尼系数/ ($\text{kN} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$)	轨枕质量/ ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-1}$)
量值	$2 \times 120 / 0.6$	$2 \times 60 / 0.6$	1 726	$2 \times 80 / 0.6$	$2 \times 50 / 0.6$	$340 / 0.6$

表4 板式轨道结构参数

Tab. 4 Parameters of slab track

参数	扣件及垫板刚度系数/ ($\text{MN} \cdot \text{m}^{-1}$)	扣件及垫板阻尼系数/ ($\text{kN} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$)	CA砂浆刚度系数/ ($\text{MN} \cdot \text{m}^{-1}$)	CA砂浆阻尼系数/ ($\text{kN} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$)
量值	$2 \times 60 / 0.6$	$2 \times 47.7 / 0.6$	900	83

表5 地基计算参数

Tab.5 Parameters of ground

土层	厚度/m	弹性模量/MPa	泊松比	阻尼比	密度/($\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$)
1	3.0	100	0.40	0.1	1 550
半空间	—	500	0.40	0.1	2 000

3.1 轨道随机不平顺引起的列车随机激振荷载功率谱分析

利用虚拟激励法和车辆-有砟(无砟)轨道-路基-地基耦合系统垂向振动解析模型求解出列车随机激振荷载的单边功率谱密度 $S_{pp}(\Omega)$, 见图2。

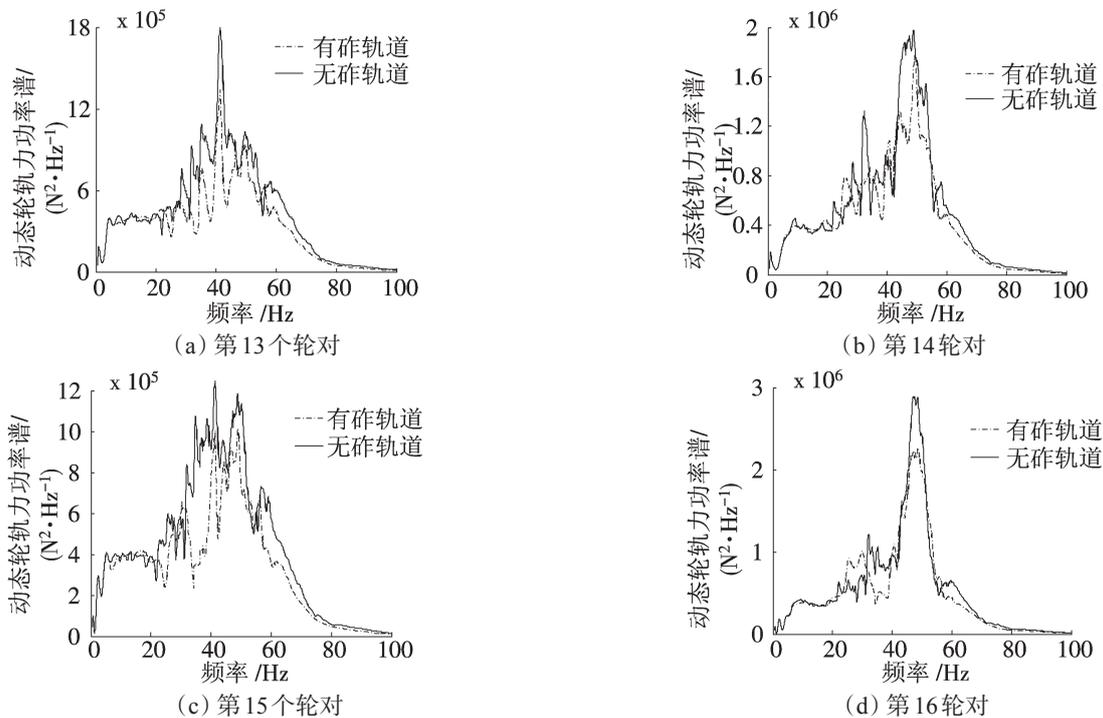


图2 轨道随机不平顺引起的列车随机激振荷载功率谱密度

Fig.2 Power spectral densities of train stochastic vibrating loads due to track random irregularities

由图2可看出:轨道随机不平顺引起的列车随机激振荷载频率分布范围较宽,在30~60 Hz范围内最为显著,超过80 Hz的幅值很小;超过60 Hz后,荷载基本随频率的增加而降低。在1 Hz附近荷载有个峰值,这是由于不平顺激振频率达到车辆的自振频率所发生的共振峰值;而在0~60 Hz范围内列车随机激振荷载出现多个峰值,这是由于激振频率与车辆、轨道、基床等的自振频率发生共振所引起的。与无砟轨道的情况相比,有砟轨道引起的列车随机激振荷载较小,但两种情况下荷载随频率变化的规律基本一致。

3.2 轨道随机不平顺引起的列车随机激振荷载时程分析

根据列车随机激振荷载功率谱密度 $S_{pp}(\Omega)$, 利用频率采样三角级数法反演列车随机激振荷载时程。取 $f_{\min}=0.5$ Hz, $f_{\max}=100$ Hz, $N=2\ 500$, $T_s=10$ s, 则频率分辨率 $\Delta f=0.038$ Hz。计算得到有砟轨道与无砟轨道情况下列车随机激振荷载时程曲线, 见图3和图4所示。

由图可得出,轨道随机不平顺对列车随机激振荷载有显著的影响。在有砟轨道情况下,最大列车随机激振荷载达到60 kN, 约列车轴重的50%; 相同轮轨处, 无砟轨道情况下的列车随机激振荷载要大于有砟轨道的情况。

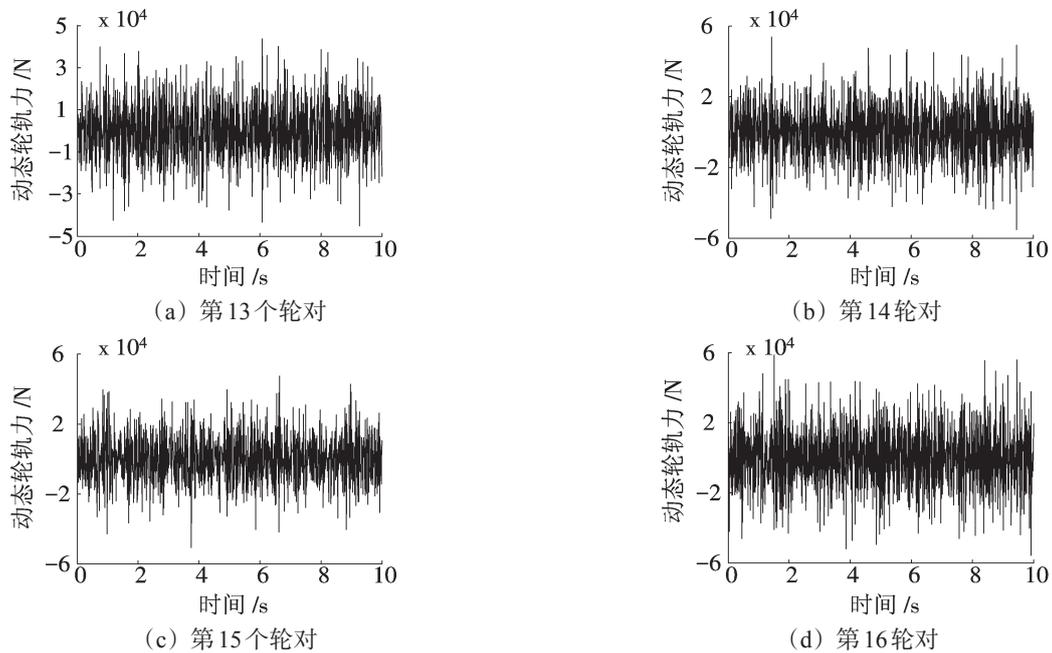


图3 有砟轨道情况下,轨道随机不平顺引起的列车随机激振荷载时程曲线

Fig.3 Time histories of train stochastic vibrating loads due to track random irregularities of ballasted track

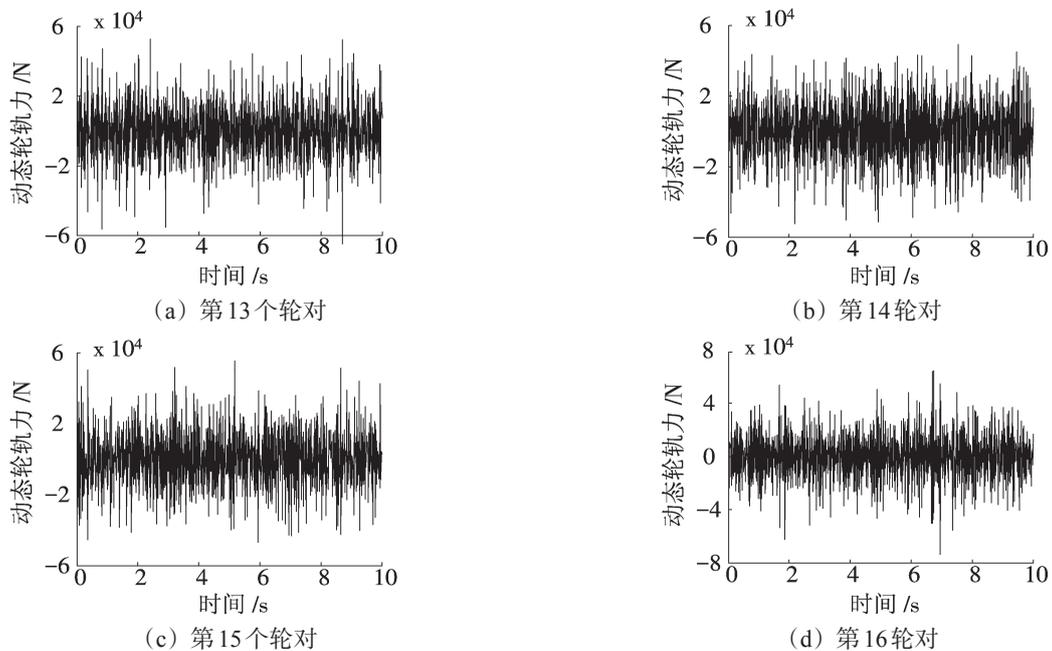


图4 无砟轨道情况下,轨道随机不平顺引起的列车随机激振荷载时程曲线

Fig.4 Time histories of train stochastic vibrating loads due to track random irregularities of unballasted track

4 结论

本文在车辆-有砟(无砟)轨道-路基-地基耦合系统垂向振动解析模型基础上,引入虚拟激励法,由轨道随机不平顺功率谱密度,直接得到列车随机激振荷载功率谱密度;并利用频率采样三角级数法反演出列车随机激振荷载时程。文中模型适用于地面铁路路基工况下列车随机激振荷载的计算。在铁路及城市轨道交通的隧道工况下,轨道下隧道基础刚度很大常被考虑为刚性基础,此时可将本文车辆-无砟轨道-路

基-地基模型修改为车辆-无砟轨道模型,同样利用本文方法可容易求得隧道工况下列车运行作用于轨道上的列车随机激振荷载。

与常规列车随机激振荷载计算方法相比,本文所提解析法计算误差较小,计算效率很高,是研究铁路环境振动中列车激振荷载一种简便有效方法。

参考文献:

- [1] LOMBAERT G, DEGRANDE G. Ground-borne vibration due to static and dynamic axle loads of InterCity and high-speed trains[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2009, 319: 1036-1066.
- [2] SHENG X, JONES C J C, THOMPSON D J. A theoretical model for ground vibration from trains generated by vertical track irregularities[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2004, 272: 937-965.
- [3] 翟婉明. 车辆-轨道耦合动力学[M]. 3版. 北京:科学出版社,2007.
- [4] 雷晓燕. 轨道力学与工程新方法[M]. 北京:中国铁道出版社,2002.
- [5] SUN Y Q, DHANASEKAR M. A dynamic model for vertical interaction of the rail track and wagon system[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2002, 39: 1337-1359.
- [6] JU S H, LIAO J R, YE Y L. Behavior of ground vibrations induced by trains moving on embankments with rail roughness [J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2010, 30: 1237-1249.
- [7] 冯青松,雷晓燕,练松良. 高速铁路路基-地基系统振动响应分析[J]. *铁道科学与工程学报*, 2010, 7(1): 1-6.
- [8] 林家浩,张亚辉. 随机振动的虚拟激励法[M]. 北京:科学出版社,2004.
- [9] 陈果. 车辆轨道耦合系统随机振动分析:[D]. 成都:西南交通大学,2000:21-24.
- [10] 陈春俊,李华超. 频率采样三角级数法模拟轨道不平顺信号[J]. *铁道学报*, 2006, 28(3): 38-42.

Analysis of Train Stochastic Vibrating Loads in Railway Environmental Vibration

Feng Qingsong¹, Lei Xiaoyan¹, Lian Songliang²

(1. Engineering Research Center of Railway Environment Vibration and Noise the Ministry of the Education, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China; 2. Key Laboratory of Road and Traffic Engineering of the Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 201804, China)

Abstract: The analytical model for vehicle-ballasted (unballasted) track-subgrade-ground vertical coupling vibration and the pseudo-excitation method are effectively combined in this paper. The accurate power spectrums of train stochastic vibrating loads are directly obtained by using the power spectral of track irregularity, and the time histories of train stochastic vibrating loads are solved by the trigonometric series approach in which samplings are conducted in the frequency domain. Thus a simple and effective method for calculating train stochastic vibrating loads in railway environmental vibration is provided. The power spectrum densities and time histories of train stochastic vibrating loads generated by a CRH3 high speed train for two cases with ballast track and unballasted track are analyzed in the numerical example.

Key words: track random irregularities; environmental vibration; analytical method; pseudo-excitation method; stochastic vibrating load