

文章编号:1005-0523(2013)05-0052-05

饱和软土固结的 Mandel-Cryer 效应及影响因素研究

汪江

(同济大学道路与交通工程教育部重点实验室,上海 201804)

摘要:采用 Biot 固结理论分析饱和软土的渗流固结问题时,在固结“初期”,会出现孔隙水压力升高,且大于初始孔压的现象,即 Mandel-Cryer 效应。基于 Biot 固结理论,采用有限元计算方法,分析了深度、模量、泊松比和渗透系数对 Mandel-Cryer 的影响。研究结果显示:随着深度的增加,归一化孔压值增大 3~17 m,归一化值为 1.01~1.07,曼德尔效应开始时间与深度呈指数关系;模量越大,曼德尔效应的时间越提前,模量对归一化孔压值影响较小,最大归一化孔压值为 1.06~1.07;泊松比对曼德尔效应的影响最大,泊松比越小,曼德尔效应越明显,孔压归一化值越大,时间越推迟;渗透系数对 Mandel-Cryer 效应的影响主要体现在对发生的时间方面,渗透系数越小, Mandel-Cryer 越推迟。

关键词:饱和软土; Biot 理论; Mandel-Cryer 效应; 有限元

中图分类号: U211

文献标志码: A

采用 Biot(1941)^[1]固结理论计算饱和多孔介质的渗流固结问题时,在饱和多孔介质固结“初期”会出现孔隙水压力不消散,反而会出现升高的现象,这一现象首先被 Mandel(1953)^[2]发现,因此,又称曼德尔效应;Cryer(1963)^[3],在用 Biot 理论与 Terzaghi 理论求解饱和土球的受静水压力时土球中心的孔隙水压力有明显的不同,后面将这种现象合称为曼德尔-克莱尔效应;Gibson(1963)^[4],通过试验也验证了这一效应;Gibson(1990)^[5],考虑了在固结过程中,渗透系数的变化对曼德尔效应的影响;Abousleiman Y(1996)^[6]将曼德尔效应扩展到考虑各向异性和孔隙流体的可压缩性;纪多辙(2002)^[7]分析了曼德尔效应的影响因素,包括土球的半径、泊松比的影响;周洁(2006)^[8]利用 ADINA 有限元软件,得到了条形荷载下饱和均质地基的数值解,也分析了影响因素,但是分析的较为粗略,有诸多不明确的地方;张引科(2007)^[9]通过求解饱和土球对称 Biot 固结方程,得到了求对称方程的解析解,给出了土体泊松比对曼德尔效应的影响规律。国内外学者,对 Mandel-Cryer 效应的研究,大多从解析的角度进行求解分析,因为要用试验验证在仪器上要求上非常困难,对其影响因素的分析多集中在泊松比和圆球半径,对 Mandel-Cryer 效应的影响因素的分析不够全面。

本文基于 Biot 固结理论,采用有限元的方法,分析了平面应变条件下条形荷载作用深度、模量、泊松比、渗透系数对 Mandel-Cryer 的影响规律,得到了一些定性的结论。

1 有限元模型的建立

1.1 平面应变 Biot 方程

平面应变条件下, Biot 固结方程如下。静力平衡方程

$$\sigma_{ij,j} + f_i = 0 \quad (1)$$

式中均为张量表示, σ_{ij} 为应力, $i, j = 1, 2$, f_i 为体积力, 重复下标表示是对该项求和。

应力-应变关系

收稿日期:2013-06-26

作者简介:汪江(1982—),男,博士研究生,从事高速铁路路基方面研究。

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}^e \varepsilon_{kl} + P_f \delta_{ij}, i, j, k, l = 1, 2, 3 \quad (2)$$

式中: C_{ijkl}^e , 四阶弹性张量; P_f 为孔压; ε_{kl}^e 为弹性应变张量; δ_{ij} 为单位矩阵。

渗流连续方程

$$\nabla \cdot (\mathbf{k} \cdot \nabla P_f) = \frac{\partial \varepsilon_{ii}}{\partial t} \quad (3)$$

式中: \mathbf{k} 为渗透系数矩阵; ε_{ii} 为体积应变。

1.2 有限元模型的建立

本文采用ADINA有限元软件,分析了曼德尔效应与深度、弹性模量、泊松比、渗透系数及时间的关系。模型简化为弹性关系进行计算,进行弹性简化与土体的性质是有差异的,但是Biot固结理论的假定同样是弹性的,在一定范围内采用弹性假定是可以接受的。假定有一饱和软土层,作用有宽度为 $2B=16\text{ m}$ 的条形荷载,荷载强度为 $P=100\text{ kPa}$,土层的厚度为 $H=20\text{ m}$,弹性模量 $E=7.5\text{ MPa}$,泊松比 $\mu=0.3$,土的重度 $\gamma=16.8\text{ kN} \cdot \text{m}^{-3}$,渗透系数 $k=5.607 \times 10^{-6}\text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$ 。如图1(1),相应的有限元模型及网格划分,如图1(2),模型的总宽度为 100 m ,土层厚度 20 m ;左右边界为 x 方向约束,底部为 x, z 方向约束,上表面为自由边界;透水边界为:上表面透水,其余边界均不透水。

其弹性骨架参数和孔隙参数,见表1。

假设荷载瞬时施加,并在固结时间内保持不变,在加载后4天,孔压沿深度的分布如图2所示。

表1 材料参数

Tab.1 Parameters of material

| 重度/($\text{kN} \cdot \text{m}^{-3}$) | 模量/MPa | 泊松比 | 渗透系数/($\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$) |
|--|--------|-----|--|
| 16.8 | 7.5 | 0.3 | 5.605×10^{-6} |

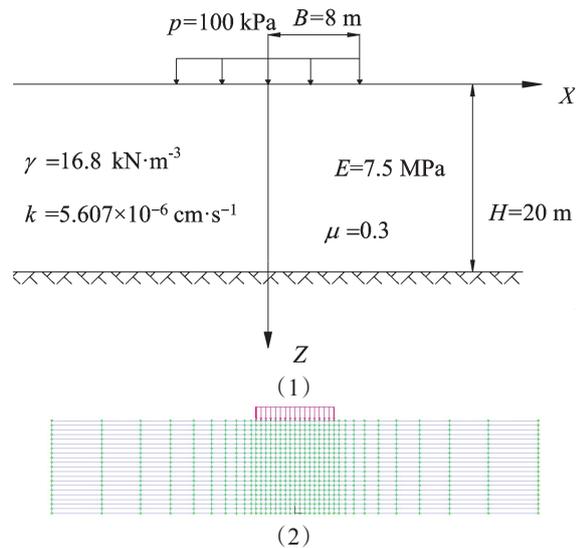


图1 计算模型

Fig.1 Calculation model

2 曼德尔效应影响因素分析

2.1 曼德尔效应与深度的关系

不同深度处,孔压消散的计算参数见表1。曼德尔效应的最大孔开始时间、结束时间和归一值,见表2。

表2 不同深度处孔压和时间的关系

Tab.2 Relationship between pore pressure and time at different depths

| 深度/m | 3 | 5 | 7 | 9 | 11 | 13 | 15 | 17 | 19 |
|--------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 开始时间 t_1/d | 10 | 20 | 30 | 50 | 90 | 105 | 125 | 215 | 255 |
| 结束时间 t_2/d | 15 | 35 | 80 | 145 | 220 | 320 | 340 | 555 | 665 |
| u/u_0 | 1.01 | 1.03 | 1.04 | 1.05 | 1.06 | 1.06 | 1.06 | 1.07 | 1.07 |

注:表2及以后表格中所列时间,只是定性上的,不能代表确定时间。

从表2和图3可见,曼德尔效应随着深度的增加达到最大孔压所需的时间也增加,在3~17 m范围内,归一化值为1.01~1.07,所经历的时间也越长,曼德尔效应也越明显。针对本文工况,曼德尔效应开始的时间与深度呈指数的关系, $T=7.367e^{0.2h}$ (T 为开始时间, h 为深度)。对于单面竖向排水条件下,由于随着深度的增加,排水的距离增大,因此,距离排水面越远,曼德尔效应的发生的时间将会越推迟。

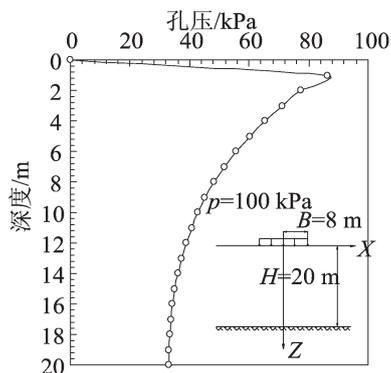


图2 加载后4天孔压沿深度分布
Fig.2 Pore pressure distribution along depth after 4-day load

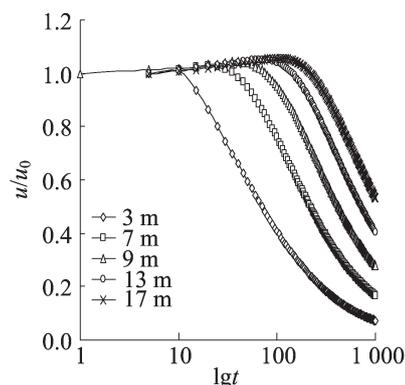


图3 不同深度孔压消散曲线
Fig.3 Pore pressure dissipation curve of different depths

2.2 曼德尔效应与模量的关系

由上一小节分析结果可知,曼德尔效应随着深度的增加,该效应越明显,在进行模量分析时,取荷载中心下17 m处的节点进行比较分析,取该位置一是因为曼德尔效应比较明显,二是为了避免取最底部位置可能存在的边界效应的影响。不同模量下计算参数,见表3。

在其它参数不变,不同模量下,最大孔压归一化值和发生的时间,见表4,孔压消散规律,如图5。

从图4可见,总体上看,随着模量的增大,曼德尔效应的时间越提前,但是所经历时间越短,消散的速度较快,模量为2.5 MPa时,曼德尔效应历时最长,计算到1 000天时,归一化值仍为1.07。另外,从表5中的数据可见,模量的变化,对曼德尔效应的出现的时间影响较大,而对曼德尔效应孔压的最大归一化值影响很小。

2.3 曼德尔效应与模量的关系

同2.2节,取荷载中心下17 m处节点节点进行分析,比较不同的泊松比条件下,曼德尔效应的变化规律,不同泊松比条件下计算参数,见表5。

不同泊松比条件下,孔压归一化与对数时间关系曲线,如图5。

从图5可知,泊松比对曼德尔效应有两个方面的影响:一是,随着泊松比的增大,孔压的归一化值越小,曼德尔效应减弱,当 $\mu=0.5$ 时,不存在曼德尔效应;二是,随着泊松比的增大,曼德尔效应的时间越提前。从曼德尔效应的产生的原理来看,是由于靠近排水边界,孔隙水排出较快,消散的孔隙水压力转化为有效应力作用于骨架上,

表3 不同模量计算参数

Tab.3 Parameters of different moduli

| 重度/($\text{kN}\cdot\text{m}^{-3}$) | 模量/MPa | 泊松比 | 渗透系数/($\text{m}\cdot\text{d}^{-1}$) |
|--------------------------------------|--------|-----|---------------------------------------|
| 16.8 | 2.5 | 0.3 | 5.605×10^{-6} |
| | 5.0 | | |
| | 7.5 | | |
| | 10.0 | | |
| | 12.5 | | |

表4 不同模量孔压归一化值

Tab.4 Normalized pore pressure of different moduli

| 参数 | 模量/MPa | | | | |
|-----------|--------|------|------|------|------|
| | 2.5 | 5.0 | 7.5 | 10.0 | 12.5 |
| u_m/u_0 | 1.07 | 1.07 | 1.07 | 1.06 | 1.06 |
| t/d | 505 | 285 | 215 | 115 | 100 |

表5 不同泊松比计算参数

Tab.5 Parameters of different Poisson ratios

| 重度/($\text{kN}\cdot\text{m}^{-3}$) | 模量/MPa | 泊松比 | 渗透系数/($\text{m}\cdot\text{d}^{-1}$) |
|--------------------------------------|--------|-----|---------------------------------------|
| 16.8 | 7.5 | 0.0 | 5.605×10^{-6} |
| | | 0.1 | |
| | | 0.2 | |
| | | 0.3 | |
| | | 0.4 | |
| | | 0.5 | |

骨架收缩导致临近孔隙内孔隙水压力升高,因此,本质上是由于骨架的收缩,泊松比越大表示体积变形越小,当泊松比等于0.5时,就不存在体积变形,也就不存在曼德尔效应。

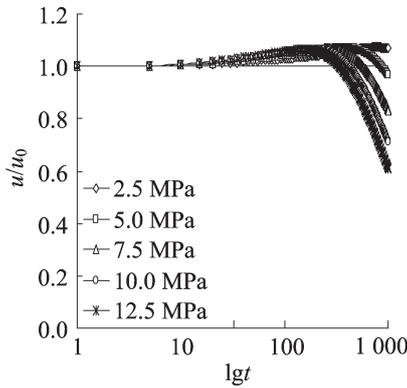


图4 不同模量孔压消散曲线

Fig.4 Pore pressure dissipation curve of different moduli

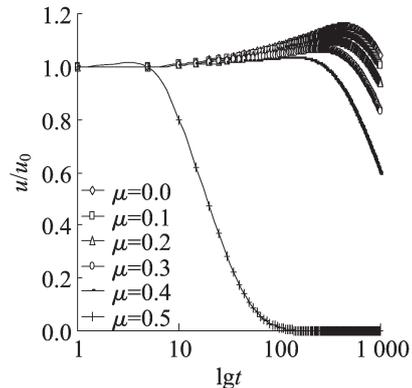


图5 不同泊松比孔压消散曲线

Fig.5 Pore pressure dissipation curve of different Poisson ratios

2.4 曼德尔效应与渗透系数的关系

为了便于比较,同样取深度17 m处的节点进行分析,不同渗透系数,计算参数见表6。

同一深度,其它参数相同的条件下,不同渗透系数,归一化孔压-对数时间关系曲线,如图6。

由图6可见,渗透系数的变化,对曼德尔效应的影响较大的是其发生的时间,其次也会影响归一化孔压的最大值。渗透系数越小,曼德尔效应越推迟,归一化孔压最大值也越小。渗透系数是描述液体在骨架孔隙中渗透快慢的参数,在其它参数不变的条件下渗透系数越大,渗透越快,曼德尔效应的时间越短;对于渗透系数对孔压归一化值的影响,因为渗透系数越大,孔隙水压力消散越快,对还未开始消散的区域的影响的时间越短,未消散区域孔压的累积就越少,因此,归一化孔压最大值也就越小。

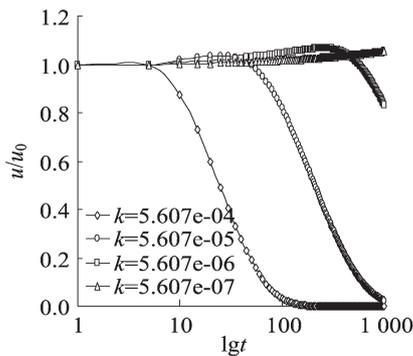


图6 不同渗透系数孔压消散曲线

Fig.6 Pore pressure dissipation curve of different permeability coefficients

表6 不同渗透系数计算参数

Tab.6 Parameters of different permeability coefficients

| 重度/(kN·m ⁻³) | 模量/MPa | 泊松比 | 渗透系数/(m·d ⁻¹) |
|--------------------------|--------|-----|---------------------------|
| 16.8 | 7.5 | 0.3 | 5.605×10 ⁻⁴ |
| | | | 5.605×10 ⁻⁵ |
| | | | 5.605×10 ⁻⁶ |
| | | | 5.605×10 ⁻⁷ |

3 结论

通过以上的分析,可以得到以下几点结论:

- 1) 随着深度的增加,归一化孔压最大值增大,曼德尔效应的时间越推迟,持续的时间越长。
- 2) 模量对曼德尔效应的影响主要体现在影响曼德尔效应的时间,随着模量的减小,曼德尔效应发生的时间越推迟,模量对归一化孔压的最大值影响较小。
- 3) 泊松比是对曼德尔效应影响较大的一个因素,泊松比越小,曼德尔效应越明显,归一化孔压值越大。
- 4) 渗透系数对曼德尔效应的主要影响体现在其发生的时间上,渗透系数越小,发生的时间越延迟,其

次对归一化孔压值也有一定影响,越小值越大。

参考文献:

- [1] BIOT M A. General theory of three-dimensional consolidation[J]. Appl Phys, 1941(12):155-164.
- [2] MANDEL J. Consolidation des sols[J]. Geotechnique, 1953(3):287-299.
- [3] CRYER C W. A comparison of the three-dimensional consolidation theories of Biot and Terzaghi[J]. Q J Mech Appl Math, 1963(16):401-412.
- [4] GIBSON R E, KNIGHT K, TAYLOR P W. A critical experiment to examine theories of three-dimensional consolidation[J]. 1963, Proc Eur Conf Soil Mech Wiesbaden, 1963(1):69-76.
- [5] GIBSON R E, GOBERT A, SCHIFFMAN R L. On Cryer's problem with large displacements and variable permeability[J]. Geotechnique, 1990(40):627-631.
- [6] ABOUSLEIMAN Y, CHENG A H D, CUIL, et al. Mandel's problem revisited[J]. Geotechnique, 1996, 46(2):187-195.
- [7] 纪多辙. 圆球土样Biot固结的级数解与Mandel-Cryer效应[J]. 工程力学, 2002, 19(4):24-28.
- [8] 周洁. 条形荷载下饱和均质地基曼德尔效应研究[J]. 吉林水利, 2006(12):40-42.
- [9] 张引科, 咎会萍. 饱和土的球对称固结与Mandel-Cryer效应[J]. 西安建筑科技大学学报:自然科学版, 2007, 39(2):177-200.

Mandel-Cryer Effects and Influence Factors of Saturated Clay Consolidation

Wang Jiang

(Key Laboratory of Road and Traffic Engineering of the Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 201804 China)

Abstract: Mandel-Cryer effects may appear in the early stage of saturated clay consolidation when the pore pressure exceeds the initial pore pressure. Based on the Biot theory and the finite element method, this paper analyzes how the parameters of the depth, modulus, Poisson ratio and permeability coefficient affect the Mandel-Cryer effects. The results showed that the deeper the distance the clearer the Mandel-Cryer effect, and the longer its time duration was. When the depth was 3~17m, the normalized value of pore pressure was 1.01~1.07 with the exponential relation between the initial time and depth; while the modulus increased, the time of Mandel-Cryer effect delayed, and the maximum normalized value was 1.06~1.07; the Poisson ratio affected the value of normalized pore pressure in that the maximum value of normalized pore pressure increased as the Poisson ratio decreased; the permeability coefficient mainly influenced occurrence time. When the permeability coefficient decreased, the Mandel-Cryer effect occurrence would be delayed.

Key words: saturated clay; Biot theory; Mandel-Cryer effect; finite element