

文章编号:1005-0523(2013)06-0049-06

土压力在位移影响下的近似求解方法

赵元海^{1,2}, 史庆涛³

(1. 河海大学岩土力学与堤坝工程教育部重点实验室, 江苏 南京 210098; 2. 河海大学岩土工程科学研究所, 江苏 南京 210098; 3. 中铁十四局集团有限公司, 山东 济南 250000)

摘要:在现有研究的基础上,可以用正弦、指数或双曲线函数来模拟松弛应力、挤压应力与位移之间的关联。从双曲线函数这一方面入手,通过水平基床系数结合邓肯-张模型确定公式中参数,建立了考虑位移非线性影响的主动与被动土压力计算公式。该公式简单易懂,物理含义明确,能够反映位移对土压力的非线性影响,具有较好的可计算性,能够很好的模拟出支护结构土体位移的情况。

关键词:双曲线;土压力;位移;水平基床系数

中图分类号:TU432

文献标志码:A

土压力的计算问题一直是一个古老而又现代的问题,目前介绍的较广泛的是朗肯土压力理论和库伦土压力理论,但是朗肯理论和库伦理论都是基于极限平衡理论,在工程中,允许土体发生的位移要远远小于土体达到极限状态时候的位移,且未考虑土压力与土体位移的关系。在极限状态下的土体随着位移的变化,土压力曲线也会相应改变。

在计算理论分析中,杨泰华和贺怀建^[1]假定任一点处土体位移与内摩擦角呈非线性关系,提出了一种土压力的计算方式。卢坤林^[2]等改进了水平层分析法,提出了能够定量反映土体位移模式的土压力计算方法。张吾渝和徐日庆^[3]根据基坑开挖工程的特点,建立了考虑位移和时间效应的土压力计算公式。

本文在前人研究基础上^[4-8],分析了土体的土压力与土体位移之间的关系,建立了考虑土体位移的土压力计算模型,通过确定土体水平基床系数计算式中的参数,并由此推导出考虑位移的朗肯土压力计算式。

1 计算方法的建立

1.1 计算方法的提出

在现有研究基础上,土压力与土体位移 s 的关系如图1所示^[1-7],在均质土体、未考虑土体自身的变形条件下,在土体的运动下,由于土体的挤压(松弛)产生应力增大(衰减),从而引起土压力的逐渐增大(衰减),这里把向着土体移动挤压产生的水平应力增量称之为挤压应力 e_s ,离开土体运动产生的水平增量称之为松弛应力 e_r 。因此得土压力的表达为

$$\text{主动土压力:} \quad e'_a = e_0 - e_r \quad (1)$$

$$\text{被动土压力:} \quad e'_p = e_0 + e_s \quad (2)$$

收稿日期:2012-08-15

作者简介:赵元海(1988—),男,硕士研究生,主要从事基坑稳定性与堆载预压等方面计算研究。

公式中: e'_a , e'_p 分别为挡土结构在土体产生某位移下主动土压力和被动土压力, kPa; e_0 为静止土压力, kPa。

当土体处于主动极限平衡时候, 最大松弛应力

$$e_{r\max} = e_0 - e_a \quad (3)$$

当土体处于被动极限平衡时候, 最大挤压应力:

$$e_{s\max} = e_p - e_0 \quad (4)$$

e_a , e_p 分别为达到土体主动与被动极限状态下的土压力 (kPa), 为了考虑位移与挤压应力之间的关联, 这里引进位移函数 Δ_a 与 Δ_p , 记 $e_r = \Delta_a \times e_{r\max}$, $e_s = \Delta_p \times e_{s\max}$, 则有:

$$e_a = e_0 - \Delta_a \times (e_0 - e_a) \quad (5)$$

$$e_p = e_0 + \Delta_p \times (e_p - e_0) \quad (6)$$

为定量表示出 Δ_a 与 Δ_p , 将松弛应力、挤压应力与位移的关系用双曲线来模拟^[8-9], 如图2所示。

$$\Delta_a = \frac{As}{B+s}, \quad -s_a \leq s \leq 0 \quad (7)$$

$$\Delta_p = \frac{Cs}{D+s}, \quad 0 \leq s \leq s_p \quad (8)$$

由上述公式可得

$$e'_a = e_0 - \frac{As}{B+s}(e_0 - e_a), \quad -s_a \leq s \leq 0 \quad (9)$$

$$e'_p = e_0 + \frac{Cs}{D+s}(e_p - e_0), \quad 0 \leq s \leq s_p \quad (10)$$

式中: s 表示土体的位移, mm; s_a , s_p 分别表示达到土体主动或被动极限状态下的位移, mm; A, B, C, D 为常数, s_a, s_p 的值可以通过现场试验数据所得; 也可参照总结的经验值, 应根据不同土体和位移模式选用 s_a, s_p 。表1为笔者总结的某些土体达到主动与被动极限状态时挡土结构产生的位移量, H 为挡土墙高度, m。

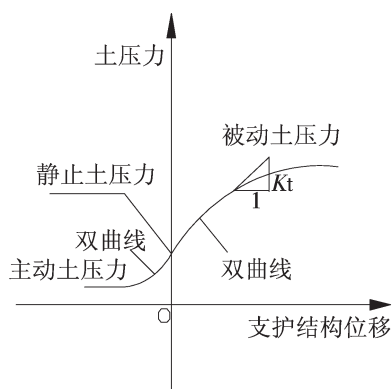


图1 土压力与位移的关系

Fig.1 The relationship between earth pressure and displacement

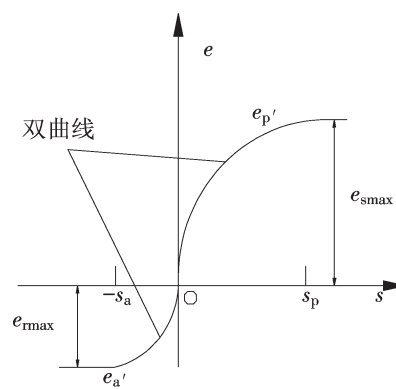


图2 松弛应力、挤压应力与位移的关系

Fig.2 The relationship between relaxation stress, squeezing stress and displacement

1.2 参数的确定

取 $s = s_a$ 及 $s = s_p$, 即土体达到极限状态时, 此时土压力 $e'_a = e_a$, $e'_p = e_p$, 由式(9)和(10)可先得到

$B = (A - 1)s_a$, $D = (C - 1)s_p$, 然后再代入式(9)和(10)得土压力的表达式

$$e'_a = e_0 - \frac{As}{(A - 1)s_a + s}(e_0 - e_a), \quad -s_a \leq s \leq 0, A > 1 \quad (11)$$

$$e'_p = e_0 + \frac{Cs}{(C-1)s_p + s}(e_p - e_0), \quad 0 \leq s \leq s_p, C > 1 \quad (12)$$

$$\frac{s}{e_0 - e'_a} = \frac{(A-1)s_a}{A(e_0 - e_a)} + \frac{1}{C(e_0 - e_a)} \cdot s, \quad -s_a \leq s \leq 0 \quad (13)$$

$$\frac{(A-1)s_a}{A(e_0 - e_a)} = \left(\frac{s}{e_0 - e'_a}\right)_{s \rightarrow 0} \quad (14)$$

$$\frac{s}{e'_p - e_0} = \frac{(C-1)s_p}{C(e_p - e_0)} + \frac{1}{C(e_p - e_0)} \cdot s, \quad 0 \leq s \leq s_p \quad (15)$$

$$\frac{(C-1)s_p}{C(e_p - e_0)} = \left(\frac{s}{e'_p - e_0}\right)_{s \rightarrow 0} \quad (16)$$

表1 土体达到主动和被动极限状态时挡土结构所需位移量

Tab.1 The limited displacement of soil in active and passive state of plastic equilibrium

土类	挡土结构侧 向移动形式	s_a	s_p	备注
		主动极限状态	被动极限状态	
密实砂	平移	0.000 1H	0.05H	Terzaghi (1934)
	绕底端偏转	0.000 1H	>0.1H	
粉砂	平移	0.006H~0.008H	—	Matsuo, et al (1978)
矿渣	平移	0.001H~0.003H	>0.3H	
生石灰矿渣	绕底端偏转	0.000 9H~0.001H	>0.3H	Kano, et al (1992)
密实砂 $D_r = 0.68$	平移	0.000 4H	0.014H	Ishihara, et al (1995)
砂土	绕底端偏转	0.001 ~ 0.005H	>0.10H	梅国雄, 宰金珉 (2001)
	平移	0.001 ~ 0.005H	>0.05H	
砂土	绕底端偏转	0.001H~0.002 7H	0.11H~0.13H	徐日庆, 陈页开 (2001, 2002)
	平移	0.001 4H~0.001 6H	0.08H	

(14)和(16)式中, $\left(\frac{e_0 - e'_a}{s}\right)_{s \rightarrow 0}$ 和 $\left(\frac{e'_p - e_0}{s}\right)_{s \rightarrow 0}$ 表示为主动及被动土压力与位移的关系曲线上初始切线斜率,即初始切线水平基床系数记为 E_{ai} 和 E_{pi} :

$$E_{ai} = \frac{A(e_0 - e_a)}{(A-1)s_a} \quad (17)$$

$$E_{pi} = \frac{C(e_p - e_0)}{(C-1)s_p} \quad (18)$$

且 $\lg(E_{ai}/p_{air}) \sim \lg(e_0/P_{air})$, $\lg(E_{pi}/p_{air}) \sim \lg(e_0/P_{air})$ 的关系近似为直线,其中 P_{air} 为大气压力,引入 P_{air} 是为了使纵横坐标化为无因次量,于是可以得到 $\lg \frac{E_{ai}}{P_{air}} = \lg K_a + n_a \lg \frac{e_0}{P_{air}}$, $\lg \frac{E_{pi}}{P_{air}} = \lg K_p + n_p \lg \frac{e_0}{P_{air}}$ 直线的斜率为 n_a 和 n_b ,截距为 $\lg K_a$ 和 $\lg K_b$,再然后通过做各种不同土体实验室内三轴试验并结合邓肯-张模型确定点绘该土体的

$\lg(E_{ai}/p_{air}) \sim \lg(e_0/P_{air})$ 与 $\lg(E_{pi}/p_{air}) \sim \lg(e_0/P_{air})$,可以得到斜率与截距并由此得

$$E_{ai} = KP_{air} \left(\frac{e_0}{P_{air}}\right)^{n_a} \quad (19)$$

$$E_{pi} = KP_{air} \left(\frac{e_0}{P_{air}} \right)^{n_p} \quad (20)$$

将式(19)(20)代入(17)(18)得到

$$A = \frac{s_a K_a P_{air} \left(\frac{e_0}{P_{air}} \right)^{n_a}}{s_a K_a P_{air} \left(\frac{e_0}{P_{air}} \right)^{n_a} - (e_0 - e_a)} \quad (21)$$

$$C = \frac{s_p K_p P_{air} \left(\frac{e_0}{P_{air}} \right)^{n_p}}{s_p K_p P_{air} \left(\frac{e_0}{P_{air}} \right)^{n_p} - (e_p - e_0)} \quad (22)$$

最终我们得到了土压力在位移影响下的近似求解公式如下
主动状态下

$$e'_a = e_0 - \frac{As}{(A-1)s_a + s} (e_0 - e_a), -s_a \leq s \leq 0$$

其中

$$A = \frac{s_a K_a P_{air} \left(\frac{e_0}{P_{air}} \right)^{n_a}}{s_a K_a P_{air} \left(\frac{e_0}{P_{air}} \right)^{n_a} - (e_0 - e_a)} \quad (23)$$

被动状态下

$$e'_p = e_0 + \frac{Cs}{(C-1)s_p + s} (e_p - e_0), 0 \leq s \leq s_p$$

其中

$$C = \frac{s_p K_p P_{air} \left(\frac{e_0}{P_{air}} \right)^{n_p}}{s_p K_p P_{air} \left(\frac{e_0}{P_{air}} \right)^{n_p} - (e_p - e_0)} \quad (24)$$

1.3 讨论

本文基于此推导出来的土压力与位移关系的近似表达式(23)(24)从3方面进行分析。

1) 首先从表达式的单调性上看,对土压力 e'_a , e'_p 关于位移 s 求导可知主动土压力随着位移量的增大而减小,符合主动土压力随位移发展的变化规律;被动土压力随着位移量的增大而增大,符合被动土压力随位移发展的变化规律。

2) 其次分析边界条件,当土体达到主动或被动极限状态时候,由公式(23)(24)得到的土压力为主动土压力和被动土压力。

3) 最后分析初始条件,当挡土墙不发生位移时候,即当 $s=0$ 时,此时的土压力为静止土压力,故满足初始条件。

2 考虑位移的朗肯土压力理论

1857年朗肯提出了朗肯土压力理论,但是该理论是基于墙后填土达到极限平衡状态下这一假定,但是在实际实验和工程中,是不允许土体达到极限平衡状态下的,否则支护结构早已遭破坏不能满足变形要求。为此,我们可以建立考虑在位移影响下并结合朗肯土压力理论下的求解土压力的方法。

取:

$$K_0 = 1 - \sin \varphi' \quad (25)$$

式中: K_0 为静止侧压力系数; φ' 为土体的有效内摩擦角。

离地面 h 深度时的静止土压力为

$$e_0 = K_0 \gamma h \quad (26)$$

土体的朗肯主动土压力系数

$$K_a = \tan^2(45^\circ - \frac{\phi}{2}) \quad (27)$$

主动土压力由朗肯土压力理论得

$$e_a = K_p \gamma h - 2c \sqrt{K_a} \quad (28)$$

土体的朗肯被动土压力系数

$$K_a = \tan^2(45^\circ + \frac{\phi}{2}) \quad (29)$$

被动土压力由朗肯被压力理论得

$$e_p = K_p \gamma h + 2c \sqrt{K_p} \quad (30)$$

由上面公式得到在考虑土体侧向位移时候的朗肯主动土压力近似计算公式

$$e'_a = \frac{(A-1)(s_a-s)}{(A-1)s_a+s} K_0 \gamma h + \frac{As}{(A-1)s_a+s} (K_a \gamma h - 2c \sqrt{K_a})$$

$$A = \frac{s_a K_a P_{\text{air}} \left(\frac{K_0 \gamma h}{P_{\text{air}}} \right)^{n_a}}{s_a K_a P_{\text{air}} \left(\frac{K_0 \gamma h}{P_{\text{air}}} \right)^{n_a} - (K_0 \gamma h - K_a \gamma h + 2c \sqrt{K_a})}, \quad -s_a \leq s \leq 0$$

及考虑土体侧向位移时候的朗肯被动土压力近似计算公式:

$$e'_p = \frac{(C-1)(s_p-s)}{(C-1)s_p+s} K_0 \gamma h + \frac{Cs}{(C-1)s_p+s} (K_p \gamma h + 2c \sqrt{K_p})$$

$$C = \frac{s_p K_p P_{\text{air}} \left(\frac{K_0 \gamma h}{P_{\text{air}}} \right)^{n_p}}{s_p K_p P_{\text{air}} \left(\frac{K_0 \gamma h}{P_{\text{air}}} \right)^{n_p} - (K_p \gamma h + 2c \sqrt{K_p} - K_0 \gamma h)}, \quad 0 \leq s \leq s_p$$

对上式而言,它既可以反映某种土体主动与被动土压力和侧向土体位移的关联,又能够求解该土体不同侧向土压力位移时候的主动与被动土压力,具有较好的可计算性,能够很好的模拟出支护结构土体位移的情况。

3 结论

1) 本文方法采用双曲线函数来拟合土体土压力与土体侧向位移之间的关联,考虑了墙后填土的特性 (c, ϕ) 对土压力的影响。

2) 由土压力与位移的一般特征,详细推导了该计算方法,可通过室内三轴实验确定方法中的控制参数从而避免了依赖现场实测的数据确定参数的不便,对进一步研究土压力的计算方法有一定的意义。

3) 本文是从双曲线函数来切入分析,也可以尝试利用对数函数,正弦函数及其他组合函数来推导出新的计算方法,更好的考虑土压力与位移的非线性关系。

4) 该式也可以通过现场数据并编写有限元程序实现反演分析求解参数 A 和 C , 有待后人进一步研究。

参考文献:

- [1] 杨泰华,贺怀建.考虑位移效应的土压力计算理论[J].岩土力学,2010,31(11):3635-3639.
- [2] 卢坤林,杨扬.非极限主动土压力计算方法初探[J].岩土力学,2010,31(2):615-619.
- [3] 徐日庆.考虑位移和时间的土压力计算方法[J].浙江大学学报:工学版,2000,34(4):370-375.
- [4] 梅国雄,宰金珉.考虑位移影响的土压力近似计算方法[J].岩土力学,2001,22(1):83-85.
- [5] 岳祖润,彭胤宗,张师德.压实黏性填土挡土墙土压力离心模型试验[J].岩土工程学报,1992,14(6):90-96.
- [6] 喻晓今.土钉支护强度比与类粘聚力关系试验研究.[J].华东交通大学学报,2012,29(1):6-9.
- [7] 何颐华,杨斌,金宝森,等.深基坑护坡桩土压力的工程测试及研究[J].土木工程学报,1997,20(1):16-24.
- [8] 杨斌,胡立强.挡土结构侧土压力与水平位移关系的试验研究[J].建筑科学,2000,16(2):14-20.
- [9] 何颐华,杨斌,金宝森,等.深基坑护坡桩土压力的工程测试及研究[J].土木工程学报,1997,20(1):16-24.

The Approximate Solution of Earth Pressure under the Influence of the Displacement

Zhao Yuanhai^{1,2}, Shi Qingtao³

(1. Key Laboratory of Geomechanics and Embankment Engineering of the Ministry of Education, Hohai University, Nanjing 210098, China; 2. Geotechnical Engineering Research Institute, Hohai University, Nanjing 210098, China; 3 China Railway 14th Bureau Group Co., Ltd., Jinan 250000, China)

Abstract: On the basis of existing researches, the sine, index or hyperbolic function is adopted to simulate the slack between relaxation stress, compressive stress and displacement. By using the hyperbola, this paper establishes calculation formula of active and passive earth pressure under the influence of the nonlinear displacement through the horizontal foundation coefficient of sub-grade reaction combined with Duncan-Zhang model to determine the formula parameters. The formula, which is easy to understand and has definite physical meaning with great computability, can reflect the nonlinear influence of displacement on active and passive earth pressure and simulate better the situation of soil displacement of retaining structure.

Key words: hyperbolic curve; earth pressure; displacement; horizontal coefficient of sub-grade reaction