

文章编号:1005-0523(2013)06-0062-05

用于稀疏系统辨识的改进惩罚LMS算法研究

万涛,刘遵雄,王树成

(华东交通大学信息工程学院,江西 南昌 330013)

摘要:基于加权零吸引因子最小均方算法(RZA-LMS),提出了一种应用于系统辨识的新型自适应滤波算法(ARZA-LMS)。RZA-LMS通过在标准LMS算法迭代过程中添加零吸引因子,促进了滤波器小权系数的收敛,从而在辨识稀疏系统时,加快了算法的整体收敛速度。但是RZA-LMS算法中的零吸引因子,选择了固定的 ϵ ,过于武断,降低了算法的鲁棒性。通过在参数 ϵ 与误差信号 e 之间建立非线性关系,使零吸引因子在最小化MSE更具有灵活性,提出了一种改进的RZA-LMS,提高了对系统辨识的收敛速度和稳定性。最后,计算机仿真验证了新算法的性能明显优于原算法和若干现有稀疏系统辨识的方法。

关键词:自适应滤波器;最小均方算法;压缩传感;稀疏信道;零吸引因子;L1范数

中图分类号:TN911.7

文献标志码:A

随着信息处理技术的快速发展,给人类和社会带来了巨大的变化,自适应信号处理在近几十年已经成为信息处理学科中的一个重要分支,并且广泛应用在各类工程科学学科领域,如工业控制、通信、雷达、声纳、导航、地震、生物工程、经济工程。20世纪60年代,Widrow和Hoff基于维纳滤波原理提出了一种最佳权系数的求解方法,即最小均方误差(least mean square, LMS)自适应算法^[1]。该算法不需要先验统计知识,且结构简单、计算复杂度低、性能较稳定、易于硬件实现,在实际设计自适应滤波器中,LMS算法得到了广泛的使用。然而在许多实际应用的场景中,信道系统具有一定的稀疏性,传统的LMS自适应算法并没有有效的分析利用这个先验特征信息,一定程度上影响了算法的收敛性能。因此,在最近几十年中,国内外学者对不同的稀疏信道进行了分析和研究,提出了许多改进的算法,如基于遗传算法的变步长LMS算法^[2],VSS-LMS算法^[3],归一化的LMS^[4],系数比例自适应滤波算法(PNLMS, MPNLMS, IPNLMS)^[5]等。

近年来受到压缩感知及LASSO等稀疏信号处理理论的启发^[6-9],根据未知系统响应的稀疏特性,出现了一系列的惩罚LMS算法,在更新滤波器权系数的准则函数中线性添加修正扰动量,即稀疏性约束项,当估计权系数偏离最优解时,对零权系数和非零权系数施加不同权重的吸引力,提高算法收敛速度。比如:ZA-LMS, RZA-LMS等^[10]。

在RZA-LMS算法中,零吸引因子只对那些滤波器权系数小于预先给定正数 ϵ 的产生了零吸引力,显然,参数 ϵ 的选取对算法的收敛和稳态性能具有直接作用, ϵ 是用来确定最优解的邻域为 $[w_{opt} - \epsilon, w_{opt} + \epsilon]$,其中 w_{opt} 表示该算法的最分解。是判断滤波器权系数是否收敛的标准。本文对RZA-LMS算法进行了修改,提出了自适应可调零吸引因子最小均方算法(ARZA-LMS),采用一个时变的可调参数 $\epsilon(k)$ 来控制零吸引力度,每次迭代过程中为不同大小的权系数分配不同的零吸引因子,在算法初始阶段选择较大的 ϵ ,具有较大的零吸引力,加快算法的初始收敛速度,在接近稳态时,选择较小的 ϵ ,降低零吸引因子的作用,从而增加了算法稳态性能。最后,通过系统识别实验仿真,比较改进的算法和已有算法之间的性能。实验证明,对于不同的稀疏信道,该方法具有更好收敛性能和鲁棒性。

收稿日期:2013-06-15

基金项目:国家自然科学基金项目(61065003);教育部人文社会科学研究规划基金项目(11YJCZH160)

作者简介:万涛(1975—),女,讲师,博士研究生,研究方向为信息安全、信息处理。

1 系统辨识

系统辨识即是系统建模,是自适应滤波器最为广泛的应用之一,原理图见图1。图中可以看到自适应滤波器 $w(k)=[w_0(k), w_1(k), \dots, w_{L-1}(k)]^T$ 平行放置于未知系统 $h=[h_0, h_1, \dots, h_{L-1}]^T$ 下面,同时受到相同的输入信号 $x(k)=[x(k), x(k-1), \dots, x(k-L+1)]^T$ 激励,期望输出端 $y(k)$ 受到 $v(k)$ 的加性噪声干扰,因此期望信号为 $d(k)=h^T x(k)+v(k)$,其中 $v(k)$ 为一随机扰动。在系统辨识中,我们通过减小自适应滤波器输出端和期望输出端的误差 $e(k)=d(k)-w^T x(k)$,调节自适应滤波器权系数来逼近未知系统,当误差 $e(k)$ 接近于零时,则可以判定 $w(k) \approx h$ 。

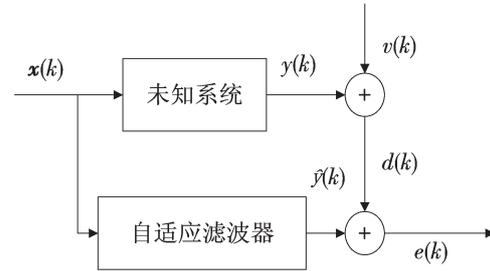


图1 系统识别

Fig. 1 System identification

2 算法描述

2.1 LMS和ZA-LMS

标准的LMS算法是通过最小化均方误差来估计未知系统的权系数,其准则函数 $\xi(k)$ 为

$$\xi(k) = \frac{1}{2} E\{e^2(k)\} \approx \frac{1}{2} |e(k)|^2 \quad (1)$$

根据最小均方误差准则以及均方误差曲面,采用最速下降法,通过目标函数 $\xi(k)$ 的反梯度向量来反复迭代更新,解决 $\xi(k)$ 最小化问题。基于随机梯度下降法的自适应LMS算法,表达式如下

$$w(k+1) = w(k) + \mu e(k)x(k) \quad (2)$$

式中: μ 是控制算法收敛速度和稳定性的步长参数,对于标准LMS自适应算法,收敛步长 μ 必须满足式(3),才能保证自适应滤波器在 k 趋向于无穷时,滤波器权系数向量收敛, λ_{\max} 为输入信号 $x(k)$ 的自相关矩阵 R 的最大特征值。

$$0 < \mu < \frac{2}{\lambda_{\max}} \quad (3)$$

为了改善标准LMS算法的性能,ZA-LMS算法在准则函数上添加了惩罚项,将L1范数引入到标准LMS算法的准则函数,提高了对稀疏系统辨识的性能,可得ZA-LMS算法的准则函数为

$$\xi_{za}(k) = \frac{1}{2} |e(k)|^2 + \gamma \|w(k)\|_1 \quad (4)$$

其中: γ 表示惩罚乘子, μ 为收敛步长。对上式求梯度,可得ZA-LMS算法的权系数向量更新表达式如下

$$w(k+1) = w(k) + \mu e(k)x(k) - \rho \operatorname{sgn}\{w(k)\} \quad (5)$$

$\operatorname{sgn}(x)$ 定义为

$$\operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} \frac{x}{|x|}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases} \quad (6)$$

参数 μ, ρ 都大于零, $\rho = \gamma\mu/2$,用于控制零吸引因子的强度,当 $\rho = 0$ 时,即为标准的LMS算法。

2.2 RZA-LMS

在ZA-LMS算法中施加了相同比例的权重吸引力,不论权系数是否为零,惩罚因子都将使全部权系数向零靠近。因此ZA-LMS算法中的惩罚因子能在辨识一些不完全稀疏或者不稀疏的系统时,降低算法的稳态性能。文献[10]受到压缩感知稀疏信号处理等相关理论的启发,对零吸引因子进行了重新定义,提出

了加权零吸引因子最小均方算法(RZA-LMS)。

RZA-LMS算法的准则函数定义如下

$$\xi_{RZA}(k) = \frac{1}{2} E\{e^2(k)\} + \gamma \sum_{i=1}^N \log\left(1 + \left|\hat{w}_i\right|/\varepsilon\right) \quad (7)$$

观察上式,可知惩罚项 $\sum_{i=1}^N \log\left(1 + \tau\left|\hat{w}_i\right|\right)$ 相比ZA-LMS算法中的L1范数性能更接近于L0范数,而L0范数是一种更加准确的测量稀疏的方法。因此对于一个稀疏系统,引入L0范数将会在更新过程中使非零权系数的绝对值不断变小,强迫更多的权系数最终收敛于零,保证了权系数更新值的稀疏特性。

同理,对式(7)求梯度,可得RZA-LMS算法的权系数更新表达式:

$$w(k+1) = w(k) + \mu e(k)x(k) - \rho \frac{\text{sgn}\{w(k)\}}{1 + |w(k)|/\varepsilon} \quad (8)$$

其中: $\rho = \mu\lambda/2\varepsilon$, ε 是一个预先设定的正常量。分析式(8)中的惩罚因子,可知RZA-LMS算法对不同大小的权系数施加了不同的零吸引因子,对于 $|w_i(k)| \leq \varepsilon$ 的权系数,其零吸引力比较大,对于 $|w_i(k)| > \varepsilon$ 的权系数,则施加很小的零吸引力。因此,RZA-LMS算法相比ZA-LMS能够获得更好的稳态性能。

3 自适应可调零吸引因子最小均方算法(ARZA-LMS)

在RZA-LMS算法中,零吸引因子只对那些滤波器权系数小于 ε 的产生了零吸引力,显然,参数 ε 的选择对算法的收敛和稳态性能具有直接作用, ε 是用来确定最优解的邻域为 $[w_{\text{opt}} - \varepsilon, w_{\text{opt}} + \varepsilon]$, 是判断滤波器权系数是否收敛的标准。因此,为了在每次迭代更新中尽可能最快的达到最优性能,本节对RZA-LMS算法进行了修改,提出了自适应可调零吸引因子最小均方算法(ARZA-LMS),采用了一个时变的可调参数 $\varepsilon(k)$,在算法初始阶段,选择较大的 $\varepsilon(k)$,扩大收敛领域范围,增加收敛速度,随着算法的不断迭代更新滤波器权系数 $w(k)$,越来越接近于最优解 w_{opt} ,则在收敛后期选择较小的 $\varepsilon(k)$,因此提高了算法的稳态性能。其更新表达式如下

$$w(k+1) = w(k) + \mu e(k)x(k) - \rho \frac{\text{sgn}\{w(k)\}}{1 + |w(k)|/\varepsilon(k)} \quad (9)$$

那如何来控制参数 $\varepsilon(k)$ 呢? 根据变步长方法的相关理论^[11],相对简单有效的方法是通过和均方瞬时误差 $e^2(k)$ 建立关系,使步长随着 $e^2(k)$ 的减小而减小。同理在 $e^2(k)$ 和 $\varepsilon(k)$ 之间建立某种函数关系 $T(k)$ 如下

$$T(k+1) = \tau T(k) + (1 - \tau)e^2(k) \quad (10)$$

$$\varepsilon(k+1) = \sqrt{\frac{T(k+1)}{L\sigma_x^2}} \quad (11)$$

式(10)是 $k+1$ 时刻的一个瞬时均方误差的估计, $0 \leq \tau \leq 1$; L 为滤波器阶数; σ_x^2 为输入信号的方差,从式(11)可知, $\varepsilon(k)$ 正比与均方瞬时误差 $e^2(k)$ 。因此,通过均方瞬时误差来更新 $\varepsilon(k)$,在算法初期,由于 $e^2(k)$ 较大,可以获得较大的 $\varepsilon(k)$,随着迭代更新, $e^2(k)$ 逐渐缩小,算法采用较小的 $\varepsilon(k)$ 来收敛于最优解^[12-13],从而提高算法鲁棒性和稳定性。

4 实验仿真

通过两个系统辨识(结构如图2),仿真实验来验证改进后的ARZA-LMS算法的性能。

实验1:选择未知系统 h ,长度为128,其中只有10个簇头为非零,即图2中上面的系统,在迭代3000次以后,系统进行跳变延时,且非零簇头数增加到20个,即图2中下面的系统,输入信号 $x(k)$ 和噪声信号 $v(k)$ 均为高斯白噪声,均值都为零,方差分别为 $\sigma_x^2 = 1$ 和 $\sigma_v^2 = 10^{-3}$,期望信号 $d(k) = h^T x(k) + v(k)$,LMS,ZA-LMS,RZA-LMS和ARZA-LMS四种算法分别独立仿真运行100次,参数设置:统一步长 $\mu = 5 \times 10^{-3}$,零吸引因子

$\rho = 4 \times 10^{-5}$, $\tau = 0.99$, RZA-LMS中的参数 $\varepsilon = 1/10$ 。比较每种算法的滤波器权系数和未知系统真实值的平均偏差(MSD),定义为 $\|h - w(k)\|_2^2$, 仿真曲线如图3所示。

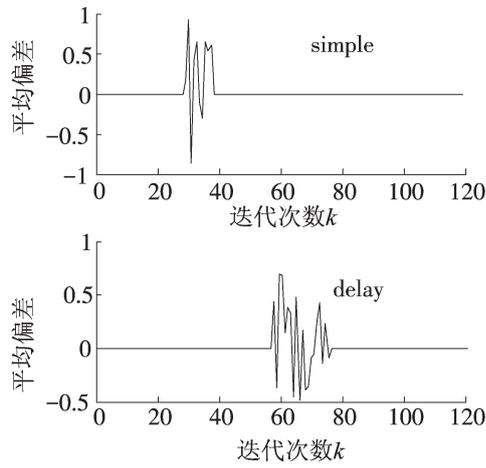


图2 待辨识的系统响应

Fig.2 Two systems used in the simulation

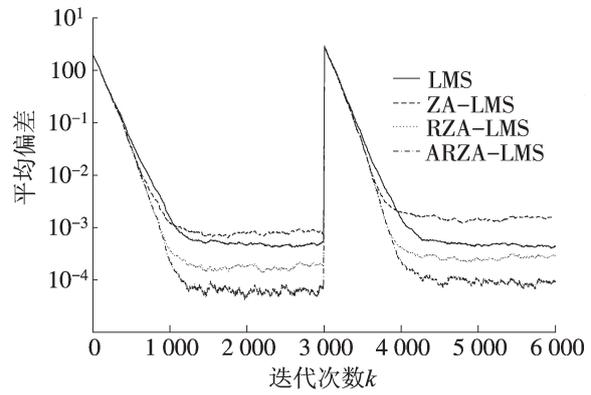


图3 白噪声输入下的收敛曲线

Fig.3 Convergence curve with white input signal

从图3可以看出,在辨识系统时,随着系统变化,ZA-LMS算法在稳态性能上甚至会低于标准LMS算法。而本节所提出的ARZA-LMS算法在收敛性能和稳态误差方面明显优于其他三种自适应滤波算法,图4为白噪声信号输入下ARZA-LMS算法中参数 ε 的变化曲线。

实验2:选择和实验一相同的未知系统,输入信号 $x(k)$ 为相关信号,是由一个均值为0,方差为1的高斯白噪声 $u(k)$ 通过一阶AR滤波器产生的,即 $x(k) = 0.5x(k-1) + u(k)$, 噪声信号 $v(k)$ 仍为均值0,方差 10^{-3} 的高斯白噪声。LMS,ZA-LMS,RZA-LMS和ARZA-LMS四种算法同样分别独立仿真运行100次,参数设置:零吸引因子 $\rho = 5 \times 10^{-5}$,其它参数同实验一,仿真结果MSD曲线如图5所示。

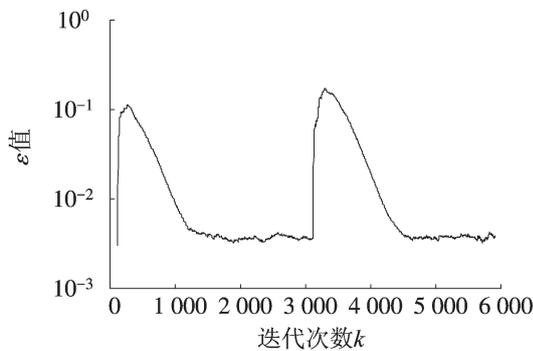


图4 ARZA-LMS中的参数 ε 变化曲线

Fig.4 Change curve of ε in the ARZA-LMS with white input signal

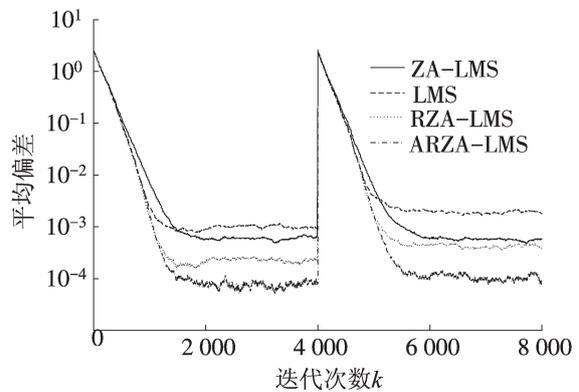


图5 相关信号输入下的收敛曲线

Fig.5 Convergence curve with correlated input signal

实验结果表明,本节所提出的自适应可调零吸引因子LMS算法(ARZA-LMS)在相关信号输入下,能够获得更好的收敛性能和稳态性能,具有很好的鲁棒性,也证明了采用变参数 ε 思想的正确性。

5 结论

针对辨识稀疏系统时,理论上ZA-LMS虽然获得了较快的收敛速度,但由于其零吸引因子的不合理

性,会伴随着增加一定的稳态误差。RZA-LMS算法采用了一个近似L0范数的惩罚项对ZA-LMS算法进行了一定的改进,本文通过引入了变步长思想来控制参数 ε ,改进了RZA-LMS算法,动态调节零吸引力,实验证明,新算法ARZA-LMS明显降低了稳态误差,同时在收敛速度和跟踪速度也有所提升。

参考文献:

- [1] 何振亚. 自适应信号处理[M]. 北京:科学出版社,2002:120-163.
- [2] 赵专政. 一种改进的变步长LMS自适应滤波算法[J]. 微计算机信息,2010,26(6):231-232.
- [3] 宋彦,汪萌,戴礼荣. 一种新的变步长自适应滤波算法及分析[J]. 电路与系统学报,2010,15(4):70-74.
- [4] GIVENS M. Enhanced-convergence normalized LMS algorithm[J]. IEEE Signal Processing Magazine,2009,26(3):81-95.
- [5] DUTTWEILER L D. Proportionate normalized least-mean-squares adaptation in echo cancellers [J]. IEEE Trans Speech Audio Processing,2000,8(5):508-518.
- [6] MEINSHAUSEN N, BÜHLMANN P. High-dimensional graphs and variable selection with the lasso [J]. The Annals of Statistics,2006,34(3):1436-1462.
- [7] BARANIUK R. Compressive sensing [J]. IEEE Signal Processing Magazine,2007,24(4):118-121.
- [8] CANDÈS E, WAKIN M. An introduction to compressive sampling [J]. IEEE Signal Processing Magazine,2008,25(2):21-30.
- [9] 郑轶,蔡体健. 稀疏表示的人脸识别及其优化算法[J]. 华东交通大学学报,2012,29(1):11-14.
- [10] CHEN Y, GU Y, HERO A O. Sparse LMS for system identification [J]. Acoustics, Speech and Signal Processing,2009:3125-3128.
- [11] KEVIN T WAGNER, MILOS I DOROSLOVACKI. Gain allocation in proportionate-type nlms algorithms for fast decay of output error at all times [C]// In Acoustics, Speech and Signal Processing, ICASSP 2009, IEEE International Conference on, IEEE,2009:3117-3120.
- [12] GODAVARTI M, HERO A O. Partial update LMS algorithms [C]//IEEE Trans. on Signal Processing,2005,53:2382-2399.
- [13] A PANAH, LUNDGERN M, VIBERG M. Maximum a posteriori based regularization parameter selection [C]// Speech and Signal Processing (ICASSP),2011 IEEE International Conference on, IEEE,2011:2452-2455.

The Improvement of LMS Algorithm for Sparse System Identification

Wan Tao, Liu Zunxiong, Wang Shucheng

(School of Information Engineering, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China)

Abstract: Based on RZA-LMS, a novel adaptive algorithm is presented for sparse system identification. The RZA-LMS algorithm generates a zero attractor in the LMS iteration due to the penalty item on coefficients, and the zero attractor promotes sparsity in taps during the filtering process, therefore convergence can be accelerated when identifying sparse systems. For the parameter e of the e -law compression in the zero attractor is constant, the algorithm is not robust. The proposed approach adaptively establishes nonlinear relationship between the parameter e and the error signal e , which makes the algorithm more flexible in an attempt to minimize the MSE. Simulation results demonstrate the advantages of the proposed filter in both convergence rate and steady-state behaviors under sparsity assumptions on the true coefficient vector.

Key words: adaptive filters; least mean square; compressive sensing; sparse impulse response; zero attractor; L1 norm