

文章编号:1005-0523(2015)02-0023-06

## 大跨度变截面梁沿导梁推送架设时的振动响应分析

王建平,黄逸辉,郑峰

(解放军理工大学野战工程学院,江苏 南京 210007)

**摘要:**大跨度拼装式桥梁是一种沿导梁推送架设的应急桥梁,其动力响应分析属于变截面梁在推送移动状态下的振动响应分析。首先利用瑞利法建立该工况下的动力学方程并求解,再利用空间有限元法建立振动系统模型并进行数值计算,最后利用基于无线传输方式的环境激励测试系统进行测试并分析,三者结果吻合较好,得到了外界激励应避开一阶竖向或横向固有频率、结构体系竖向振幅远大于横向、架设设备两侧机构不均衡会导致扭转振动等结论,为大跨度拼装式桥梁架设使用和动力响应分析提供技术支持。

**关键词:**变截面梁;推送架设;振动响应;瑞利分析法;环境激励与测试;有限元分析

**中图分类号:**U442.5

**文献标志码:**A

大跨度拼装式桥梁是一种现场拼装平推架设的应急桥梁,其架设过程主要分为桥段在架桥车上悬臂拼装、导梁悬臂推出、变截面梁沿导梁推送等三个阶段,其均为时变结构体系,尤其是变截面梁沿导梁推送架设时的结构变化较为复杂。因此对此阶段结构体系的动力响应进行分析,是十分必要的<sup>[1-2]</sup>。

大跨度拼装式桥梁的振动动力特性可以用模态来表示,表征结构振动模态的特征参数有各阶固有频率、固有振型、模态质量、模态刚度和模态阻尼等,这些参数是由结构形式、材料等决定,与外荷载无关。通过瑞利法建立变截面梁沿导梁推送架设的动力学方程,得到前几阶结构固有振型,再通过有限元法建立变截面梁沿导梁推送架设阶段的有限元动态分析模型,计算结构的各阶频率和振型;采用无线环境激励模态测试分析系统对该工况进行模态试验,将试验结果与数值模拟结果进行对比分析,确定各工况结构的动力特性,验证有限元模型的准确性,掌握该工况下的结构振动规律和特性。

## 1 大跨度拼装式桥梁结构计算参数

大跨度拼装式桥梁由桥节和导梁组成,桥节分为4个中桥节和2个边桥节,采用三角桁架形式,总长51 m(见图1)。各桥节计算长均为8.5 m,桥宽4 m。桥节结构高1.6 m,中桥节重6.4 t,边桥节重6.2 t。岸边桥节与中间桥节结构相似,其侧视图为楔形,大端与中间桥节同高,小端高0.55 m。桥节材料为BS700,连接材料为30CrMnSi。

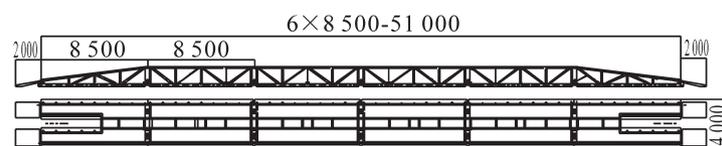


图1 大跨度拼装式桥梁(单位:m)

Fig.1 Large span assembled bridge

导梁分为4个中间导梁和2个边导梁,采用三角桁架形式,总长51 m,通过导梁外滑道和桥节滚轮内置

收稿日期:2014-12-27

作者简介:王建平(1961—),男,教授,博士,研究生导师,长期从事军用桥梁设计理论与方法的研究。

于桥节中(图2)。中、边导梁计算长为8.5 m,重约2.2 t。导梁的导轨选用18Mn2CrMoBA制作,桁架选用BS700制作。

$$m(x) = \rho A(x)$$



图2 大跨度拼装式桥梁沿导梁推送架设

Fig.2 Large span assembled bridge pushed to erect along the guide beam

桥节和导梁的具体截面形状及尺寸见参考文献[3]。

## 2 变截面梁沿导梁推送时的瑞利法

### 2.1 振动响应的瑞利方程

根据瑞利法<sup>[4]</sup>,图3所示一根变截面的梁,单位长度上的质量为  $m(x) = \rho A(x)$ ,在坐标  $x_1, x_2, \dots, x_j$  处有集中质量  $M_1, M_2, \dots, M_j$ ,在坐标  $x'_1, x'_2, \dots, x'_{N-1}, x'_N$  处有刚度为  $k_1, k_2, \dots, k_{N-1}, k_N$  的线性弹簧。

考虑无阻尼自由振动,梁的横向弹性位移  $y(x, t)$  可以由下式表示

$$y(x, t) = Y(x) \sin(\omega t + \alpha) \quad (1)$$

梁的应变能为

$$V_b = \frac{1}{2} \int_0^l EI \left( \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right)^2 dx = \frac{1}{2} \sin^2(\omega t + \alpha) \int_0^l EI \left( \frac{d^2 Y}{dx^2} \right)^2 dx \quad (2)$$

梁的弹簧应变能为

$$V_s = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N k_i Y^2(x_i) \sin^2(\omega t + \alpha) \quad (3)$$

总的应变能为

$$V = \frac{1}{2} \sin^2(\omega t + \alpha) \left[ \int_0^l EI \left( \frac{d^2 Y}{dx^2} \right)^2 dx + \sum_{i=1}^N k_i Y^2(x_i) \right] \quad (4)$$

总的动能为

$$T = \frac{1}{2} \int_0^l \rho A(x) \left( \frac{\partial y}{\partial t} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^j M_i \left[ \frac{\partial y}{\partial t} \right]_{x=x_i}^2 = \frac{1}{2} \cos^2(\omega t + \alpha) \left[ \int_0^l \rho A(x) Y^2(x) dx + \sum_{i=1}^j M_i Y^2(x_i) \right] \omega^2 \quad (5)$$

根据瑞利法,因为,  $V + T = \text{常数} = V_{\max} = T_{\max}$ , 所以

$$\omega^2 = \frac{\int_0^l EI (Y'')^2 dx + \sum_{i=1}^N k_i Y^2(x_i)}{\int_0^l \rho A (Y)^2 dx + \sum_{i=1}^j M_i Y^2(x_i)} \quad (6)$$

### 2.2 计算结果及分析

根据文献[3]中的资料,主梁和导梁的刚度分别为:  $EI_{\pm} = 3.95 \times 10^{15} \text{ N} \cdot \text{mm}^2$ ,  $EI_{\#} = 7.72 \times 10^{14} \text{ N} \cdot \text{mm}^2$ ,主梁和导梁的截面积分别为:  $A_{\pm} = 3.56 \times 10^4 \text{ mm}^2$ ,  $A_{\#} = 3.39 \times 10^4 \text{ mm}^2$ ,主梁和导梁的长度分别为:  $L_{\pm} = 5100 \text{ mm}$ ,

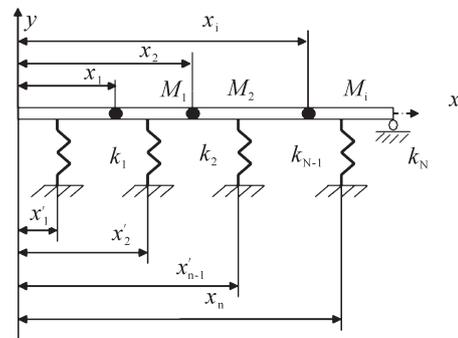


图3 变截面梁的力学模型

Fig.3 Dynamic model of the varying cross-section beam

$L_{\text{导}}=2\ 550\ \text{mm}$ ,主梁与导梁每纵长米的质量分别为: $\rho_{\pm}=7.06\ \text{N}\cdot\text{mm}^{-1}$ , $\rho_{\text{导}}=3.06\ \text{N}\cdot\text{mm}^{-1}$ ,自悬臂端到自由端划分的3个节点处的线性弹簧刚度分别为: $k_1=35.8\ \text{N}\cdot\text{mm}^{-1}$ , $k_2=25.4\ \text{N}\cdot\text{mm}^{-1}$ , $k_3=9.2\ \text{N}\cdot\text{mm}^{-1}$ ,将上述数据代入公式(6),并根据边界条件得到:

$$\begin{bmatrix} EI_{\pm}(-\sin al - \text{sh} al) - \frac{\rho_{\pm}L_{\pm}}{k_1 + k_2} & EI_{\text{导}}(-\cos al - \text{ch} al) - \frac{\rho_{\text{导}}L_{\text{导}}}{k_2} \\ EI_{\text{导}}(-\cos al - \text{ch} al) - \frac{\rho_{\text{导}}L_{\text{导}}}{k_2} & EI_{\pm}(-\cos al - \text{sh} al) - \frac{\rho_{\pm}L_{\pm}}{k_2 + k_3} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{Bmatrix} = 0 \quad (7)$$

$$a^4 = \frac{\omega^2 m}{EI}$$

上式的前3个根是:

$$a_1 = \frac{1.875}{l}, \text{对应的频率为 } \omega_1 = 0.356 \frac{4\pi^2}{L_{\pm}^2} \sqrt{\frac{2EI_{\pm}}{\rho_{\pm}L_{\pm}}}$$

$$a_2 = \frac{4.694}{l}, \text{对应的频率为 } \omega_2 = 2.232 \frac{4\pi^2}{L_{\pm}^2} \sqrt{\frac{2EI_{\pm}}{\rho_{\pm}L_{\pm}}}$$

$$a_3 = \frac{7.855}{l}, \text{对应的频率为 } \omega_3 = 6.252 \frac{\pi^2}{L_{\text{导}}^2} \sqrt{\frac{EI_{\text{导}}}{\rho_{\text{导}}L_{\text{导}}}}$$

得到前三阶振动频率见表1。

表1 瑞利法计算的各阶振动频率与振型

Tab.1 The vibration frequency and mode shape calculated by Rayleigh method

阶数	计算值/Hz	振型特征	振型图
1	1.002	一阶:反对称竖弯	
2	2.898	二阶:对称竖弯	
3	5.311	三阶:竖弯	

①由于建立的平面力学模型,因此只能计算竖向振型;②一阶振型是反对称竖弯,振动频率为1.002 Hz;③二阶振型是对称竖弯,振动频率为2.898 Hz;④三阶振型是竖向双峰弯曲,振动频率为5.311 Hz;⑤前三阶竖向振动是最易发生的,因此架设设备的振动应该避免以上频率,以免引起桥跨结构“共振”。

### 3 测试方法

环境激励是利用自然界各种因素所引起的微小不规则的振动(脉动)来确定结构自振特性的方法,能够避免人工激励可能造成的结构损伤,不影响结构的正常使用;而且环境激励包含较丰富的频率成分,适用于测量大跨度拼装式钢质桥梁的自振特性。

#### 3.1 测试仪器及测试参数

测试采用无线环境激励试验模态分析系统,如图4所示。该类系统利用WiFi无线传输数据,主要特点是每个模块内置高灵敏度、双向低频速度传感器,可实现一个测点位置的横向和竖向振动特性同时测试;

体积小,方便携带,直接安装于测点附近,无线传输数据,抗干扰能力强;每模块内置可充电锂电池组,模块间通讯距离可达200 m。采用无线环境激励实验模态测试分析系统能够快速准确的完成系统的自振特性测试。图5、图6为现场测试相关图片。

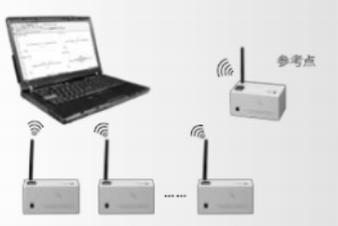


图4 无线环境激励实验模态测试系统  
Fig.4 The experimental modal test system based on wireless transmission and ambient excitation



图5 测试参考点  
Fig.5 The test reference point



图6 某移动测点  
Fig.6 A mobile measuring point

### 3.2 测点布置

试验中将采集器布置在桥跨各车辙的桥面板两侧,导梁伸出的工况下,在导梁的下弦杆上布置采集器。固定参考点的选择由有限元分析得到的振型结果确定,尽量避开所有感兴趣振型的驻点位置。测点布置分别如图7所示,共布置60个测点,分12组进行测试。

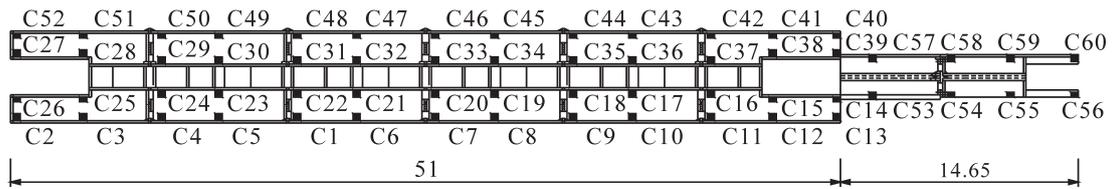


图7 测点布置图  
Fig.7 The sensor placement diagram

### 3.3 测试结果

在环境激励测试中,得到各测点竖向和横向振动速度的时域数据和频谱数据由图8可知,大跨度拼装式桥梁架设过程典型工况在低频段频谱图中有明显的峰值,环境激励测试结果能够较好的反应出结构体系的部分自振频率。

将各组实测数据导入 DHMA 模态分析软件,由峰值法即可识别各工况的固有频率、阻尼比和振型(表2)。

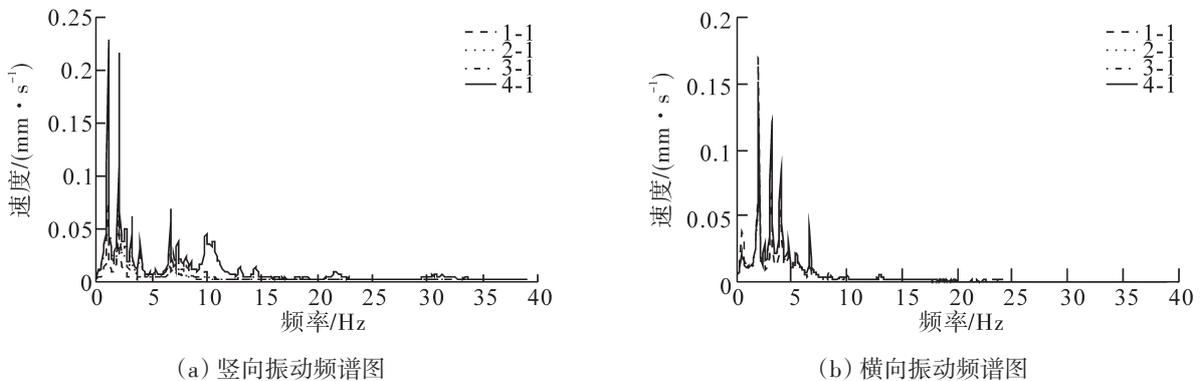


图8 工况一第二组测试的竖向和横向振动频谱图

Fig.8 The second group of vertical and transverse vibration spectrum map tested in the first working condition

#### 4 有限元计算与试验结果对比分析

表2 结构动力特性有限元计算结果与实测结果对比

Tab.2 The contrast between the finite element calculation results and the measured results of the structural dynamic characteristics

阶数	瑞利法计算值/Hz	有限元计算值/Hz	实测值/Hz	误差/%	阻尼比/%	振型特征
1	-	0.892	0.830	7.47	5.22	一阶横弯+扭转
2	1.002	1.072	1.026	4.48	3.93	一阶反对称竖弯
3	-	2.090	2.101	-0.52	2.64	局部横弯+扭转
4	-	2.821	2.980	-5.34	1.48	一阶横弯+扭转
5	2.898	2.836	3.241	-12.50	1.47	一阶对称竖弯
6	-	4.020	3.908	2.87	1.60	二阶横弯+扭转
7	5.311	5.285	4.843	9.13	0.99	二阶竖弯
8	-	5.804	6.106	-4.95	0.96	扭转

利用变截面梁沿导梁推送架设的结构体系三维空间有限元模型进行计算<sup>[5-6]</sup>,获得结构的前8阶振动频率和振型,结构动力特性计算结果与实测结果对比详见表1和图9,其中仅第九阶振型未从试验中测得,主要与测点布置有关,振型的对比按有限元计算的阶次给出。

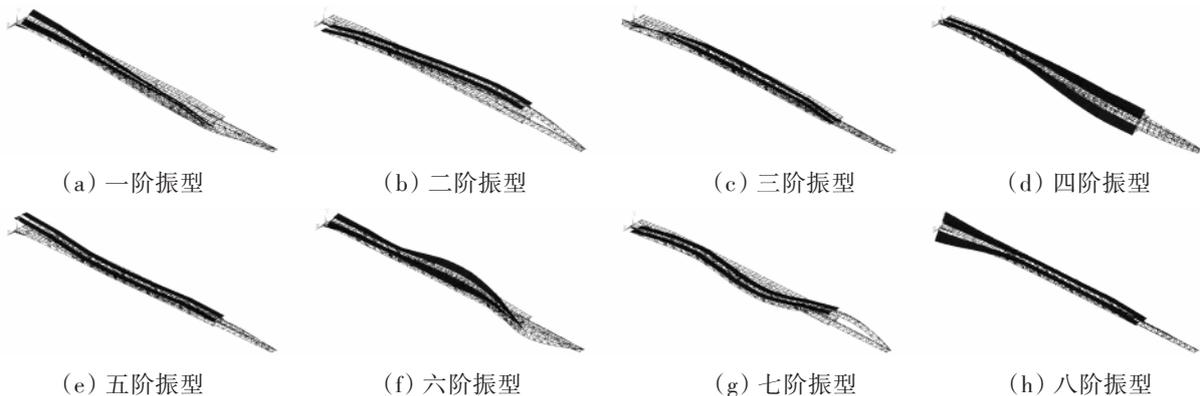


图9 有限元法计算前8阶振型

Fig.9 The n-th mode shape of before the series calculated by the finite element method

分析表2和图9可得大跨度拼装式桥梁架设过程该典型工况动力特性的相关结论如下:

1) 通过试验测得的该工况下结构振动频率值与计算值比较接近,最大误差的绝对值为12.50%,与瑞利法相比计算误差为10.5%;最小误差的绝对值为0.52%,说明有限元模型与实际结构的动态受力规律基本一致,验证了有限元模型的合理性。因此,该模型可作为该工况的“基准”动力有限元模型。

2) 该工况实测振型与计算振型吻合良好。一阶振动频率实测值为0.830 Hz,振型为横向弯曲与扭转的耦合;竖向振动的基频为1.026 Hz,振型为反对称竖弯;该工况下,除结构各阶整体竖弯外,其它振型均为横弯或竖弯与扭转的耦合,说明结构系统的抗扭能力也较弱。

3) 该工况的结构阻尼比最大值为5.22%,结构的实测阻尼比均处于正常范围内。

#### 6 结论

根据桥梁结构振动的特性,分析以上结果可以知道<sup>[7-9]</sup>:

1) 当外界激励频率接近或者达到该工况的一阶竖向或者横向的固有频率时,结构体系在相应方向的谐响应稳态幅值最大;

- 2) 在竖向激励力作用下,结构体系竖向的响应幅值远远大于横向;
- 3) 当外界风力较小时,大跨度拼装式桥梁桥跨推送过程的结构体系主要受桥跨推送齿轮的作用力(频率小于2 Hz),该作用力的竖向分力会引起结构较大幅度的竖向振动;
- 4) 结构仅由架设设备上的几组滚轮支撑,架设设备两侧机构不均衡会导致扭转振动,因此,桥跨推送过程中架设设备前后两侧结构的竖向动力响应为进一步研究的重点;
- 5) 当考虑架设设备前方结构的整体竖向振动时,可将该结构体系简化为悬臂梁模型,于是大跨度拼装式桥梁桥跨推送过程结构体系即可简化为轴向运动悬臂梁模型。

#### 参考文献:

- [1] 孙文俊,陈宝泉. 军用桥梁设计原理[M].北京:国防工业出版社,2008:25-35.
- [2] 王建平,程建生. 舟桥设计理论[M].北京:国防工业出版社,2012.
- [3] 罗安. 大跨度军桥极限承载力分析[D]. 武汉理工大学硕士论文,2007:128-159.
- [4] 克拉夫. 结构动力学[M]. 北京:高等教育出版社,2006:35-55.
- [5] 范志毅,任勇生,刘立厚,等. 力边界条件对瑞利-李兹法求梁固有频率的影响[J].上海工程技术大学学报,2005(1):9-11.
- [6] 王俊,刘伟庆,韩晓健. 复杂变截面塔式结构振动基频实用算法研究[J].地震工程与工程振动,2011,31(4):84-88.
- [7] 杨维博,巨能攀,黄健,等. 地震作用下深水矩形空心桥墩振动特性分析[J].安全与环境工程,2014,21(5):33-38.
- [8] 张斌. 地铁弹性扣件失效对轨道结构振动特性的影响[J].华东交通大学学报,2013,(3):55-60.
- [9] 王雪仁,贾地,缪旭弘. 大型复杂结构振动特性分析方法研究[J].船舶力学,2013,16(4):390-398.

## Vibration Response Analysis of Large Span Varying Cross-section Beam in Erection along the Guide Beam

Wang Jianping, Huang Yihui, Zheng Feng

(Institute of Field Engineering, PLA University of Science and Technology, Nanjing 210007, China)

**Abstract:** Large span assembled bridge is a kind of emergency bridge pushed to erect along the guide beam, whose vibration response analysis is that of varying cross-section beam in push moving state. This paper firstly applies Rayleigh method to establish the dynamic equations under moving conditions and obtains the solutions. Then it uses spatial finite element method to establish the finite element model of the vibration system and calculate the analytical results. Finally with wireless transmission a modal test of large span bridge under ambient excitation is carried out to get relevant test results. Results from the three kinds of methods for dynamic vibration characteristics are consistent. This study concludes that the external excitation should avoid the first order natural frequency of vertical or transverse vibrations; the vertical amplitude of structure system is much larger than the transverse amplitude; and the imbalance of mechanisms on both sides of the erection device will cause the torsional vibration. It provides a technical support for erecting operation and dynamic response analysis of erecting large span assembled bridges.

**Key words:** varying cross-section beam; push erection; vibration response; Rayleigh analysis method; ambient excitation and test; finite element analysis

(责任编辑 王建华)