

文章编号:1005-0523(2015)02-0072-06

基于Benders分解的多方式物流运输网络优化模型

胡辉^{1,2}, 顾丽琴¹, 倪明^{1,2}

(1.华东交通大学经济管理学院,江西 南昌 330013;2.江西省新型工业化与城镇化软科学基地,江西 南昌 330013)

摘要:基于Benders分解,对多种交通方式下的物流运输网络优化模型的求解算法进行了研究。首先,以一个典型的物流运输网络优化模型求解为例,分析了Benders分解算法及其实现要点以及可能存在的问题,并提出相应的解决方法。然后在此基础上,通过引入不同交通方式的排放因子和各种排放物的排放成本,建立了多种交通方式下的物流运输网络优化模型。模型的目标函数为考虑运输排放的总成本最小,约束条件包括交通方式能力的限制等等,同时描述了基于Benders分解算法进行模型求解的主问题和子问题。最后,通过一个算例,对模型及其算法的效率和效果进行比较分析,说明模型和算法的可行性和有效性。

关键词:Benders分解;交通方式;运输网络;物流优化

中图分类号:F506;O221.4

文献标志码:A

作为一种求解混合整数规划问题的方法,Benders分解算法最早由Benders J F于1962年提出,其基本原理是用割平面的方法把原问题分解为主问题与子问题,通过不断迭代求解出原问题的最优值^[1]。在难以计算的优化问题如大规模的混合整数规划、随机规划等方面,Benders分解算法应用日趋常见,也往往是设计各种复杂算法的基础^[2-3]。

物流与供应链网络模型在优化上常表现为混合整数规划问题^[4],随着问题规模的扩大,这些网络模型的求解在有限的时间内难以达到,或是解的最优性难以保证^[5]。造成问题规模扩大的主要原因在于模型所包含的变量、约束增多,导致最优解的搜索难度变大。譬如绿色运输、绿色物流、绿色供应链等面向可持续发展提出的概念,使得物流与供应链网络模型在决策变量和约束条件设置方面愈加复杂,问题规模越来越大,求解的难度更具挑战性^[6-7]。

基于以上考虑,我们首先对一个典型的物流运输网络优化模型的Benders算法进行深入分析,指出其实现要点及可能存在的问题,且提出相应的解决方法。然后在此基础上,通过引入不同交通方式的排放因子和污染物的排放成本,将模型进行扩展,建立多种交通方式下的物流运输网络优化模型,并构造出基于Benders分解算法进行模型求解的主问题和子问题。最后,参考设计一个算例,对模型进行求解和比较分析,以说明模型的可行性和算法的有效性,为大规模的复杂物流供应链网络优化模型的建立及求解奠定基础。

1 物流运输网络优化模型的Benders分解算法及其实现要点和问题

1.1 物流运输网络优化模型

以一典型的物流运输网络优化模型为例^[8],该模型是一单层网络,仅包括工厂和配送中心2个节点及二者之间组成的边,模型形式化如下

收稿日期:2014-12-17

基金项目:教育部人文社科规划项目(14YJAZH024);华东交通大学校立科研项目(24341055);华东交通大学博士启动基金项目(26441001)

作者简介:胡辉(1973—),男,副教授,博士,研究方向为交通运输与物流系统分析及优化。

$$\begin{aligned}
 & \underset{x,y}{\text{Minimize}} && c^T x + f^T y \\
 & && Ax + By \geq b \\
 & && y \in \{0, 1\} \\
 & && x \geq 0
 \end{aligned} \quad (1)$$

式中: c 为工厂和配送中心的运输成本; f 为工厂与配送中心建立联系的固定成本; A 、 B 为系数矩阵; b 为配送中心的需求量; 模型的目标函数为总成本最小(运输成本和固定成本), 约束条件为各工厂供应配送中心的货物数量 x 大于配送中心的需求量; y 为变量, 取值 0, 1。

1.2 Benders分解算法

针对上面问题, Benders 分解算法思想是把原始问题分解为主问题和子问题, 主问题形式为式(2), 子问题形式为式(3)

$$\begin{aligned}
 & \underset{y}{\text{Minimize}} && z \\
 & && z \geq f^T y + (b - By)^T \bar{u}_k, k = 1, \dots, K \\
 & && (b - By)^T \bar{u}_l \leq 0, l = 1, \dots, L \\
 & && y \in \{0, 1\}
 \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned}
 & \underset{u}{\text{Minimize}} && f^T \bar{y} + (b - B\bar{y})^T u \\
 & && A^T u \leq c \\
 & && u \geq 0
 \end{aligned} \quad (3)$$

式中: k 为极点解增加的约束; l 为无界解增加的约束; K, L 为不确定自数; u 为子问题的解。

通过迭代求解主问题和子问题, 最终求得原问题的最优解, 算法流程如下图。

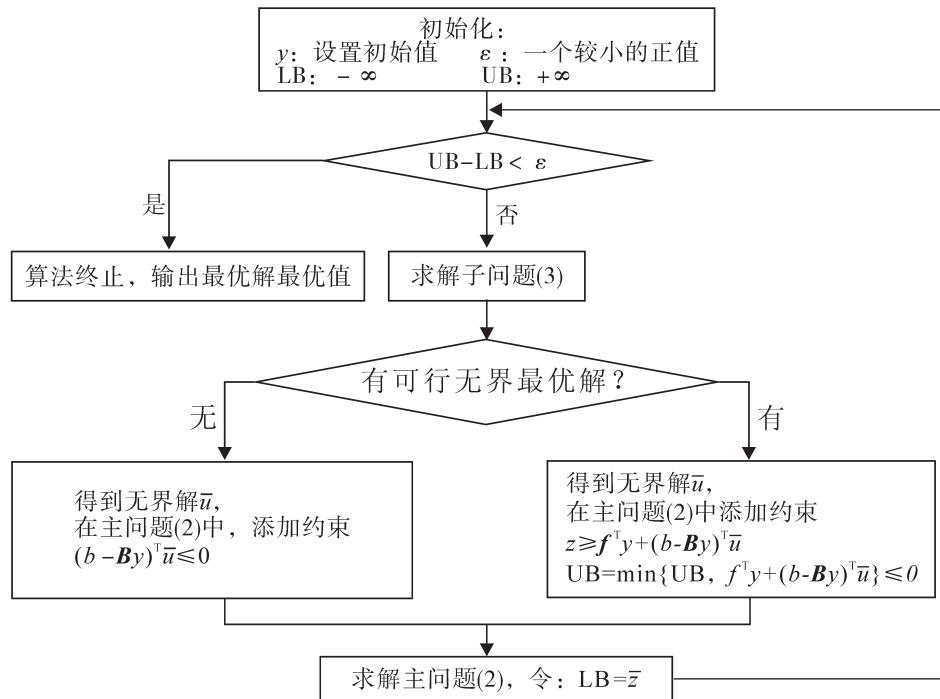


图1 Benders 分解算法流程图

Fig.1 Flow chart of Benders decomposition algorithm

1.3 Benders分解算法实现要点和问题

Benders 分解算法的实现可由不同的编程工具完成, 采用 GAMS 建模工具, 求解器为 Cplex12.5。算法的实现要点主要体现在 3 点。① 初始解 z 生成。理论上讲, z 的初始值可以是 $\{0, 1\}$ 的随机组合, 但适合的 z 初始值, 可减少后续迭代求解的次数, 加快求解速度。② 对偶问题定义。在上面的模型中, 对偶问题

的目标函数和变量比较容易识别,但如果原问题形式更复杂,那么如何定义出正确的对偶问题是个不小的挑战。③主问题中动态添加约束方程。从上面的算法可见,主问题是在迭代过程不断通过添加约束建立的,并且要考虑无界可行的情况。在GAMS建模环境中,可以通过动态集合的建立加以实现。

但在用GAMS建模具体实现该模型的算法时,我们发现算法实现存在一个问题,导致程序运行异常终止。该问题具体表现在迭代过程中,如果初始可行解 $\bar{z}$ 选择不合适,子问题就有可能一开始就是无界可行解,添加约束形成主问题后,主问题没有目标变量使得程序运行失败。为了解决这一潜在的问题,我们在初始可行解基础上,再定义了主问题目标变量的下界为初始可行解 $\bar{z}$ 与 f 的乘积,即 $z \geq f^T y$ 。这样,不管原子问题的解是何种情况,主问题都不会出现没有目标变量而出现程序运行终止的异常情况。

2 多种交通方式下物流运输网络优化模型及其Benders分解

不同的交通方式对物流供应链网络有着多方面的影响,如物流成本、交货期、库存管理策略等^[9]。同时,交通运输在污染排放中的作用日益突出,不同交通方式有不同的排放因子,因此有必要在绿色物流、绿色供应链的体系设计中优化选择交通方式,建立多种交通方式下的绿色物流运输网络优化模型。

2.1 多种交通方式的绿色物流运输网络优化模型

简便起见,且为验证Benders分解算法在更复杂情景下的有效性,我们在上节的物流网络模型上,建立多种交通方式下考虑排放成本的绿色物流运输网络优化模型

$$\begin{aligned}
 & \text{Minimize}_{x,y} \quad \sum_i \sum_j f_{ij} y_{ij} + \sum_i \sum_j \sum_h c_{ijh} x_{ijh} + \sum_i \sum_j \sum_e \sum_h \rho^e \lambda_h^e x_{ijh} \\
 & \quad \sum_j \sum_h x_{ijh} \leq S_i \quad \forall i \\
 & \quad \sum_i \sum_h x_{ijh} \geq D_j \quad \forall j \\
 & \quad \sum_i \sum_j x_{ijh} \leq T_h \quad \forall h \\
 & \quad x_{ijh} \leq M y_{ij} \quad \forall i, j, h \\
 & \quad y_{ij} \in \{0, 1\} \\
 & \quad x_{ijh} \geq 0
 \end{aligned} \tag{4}$$

式(4)的目标函数为运输成本、固定成本与运输过程中排放成本之和,其中 ρ^e 为污染物 e 的排放成本, λ_h^e 为交通方式 h 下污染物 e 的排放因子。前4个约束条件分别表示:货物运输量不超过工厂的供应量 S_i ;配送中心的需求量 D_j ;交通方式的最大运输能力 T_h ;各种交通方式下运输量限制(M 是一个很大的正数)。

2.2 模型的Benders分解

为利用Benders分解算法求解上面模型,需要构造出原问题的主问题(5)和子问题(6)

$$\begin{aligned}
 & \text{Minimize}_y \quad z \\
 & \quad z \geq \sum_i \sum_j f_{ij} y_{ij} + \sum_i (-S_i) \bar{u}_i^{(k)} + \sum_j D_j \bar{v}_j^{(k)} + \sum_i \sum_j \sum_h (-M \bar{w}_{ijh}^{(k)}) y_{ij} + \sum_h (-T_h) \bar{r}_h^{(k)} \\
 & \quad \sum_i (-S_i) \bar{u}_i^{(l)} + \sum_j D_j \bar{v}_j^{(l)} + \sum_i \sum_j \sum_h (-M \bar{w}_{ijh}^{(l)}) y_{ij} + \sum_h (-T_h) \bar{r}_h^{(l)} \leq 0 \\
 & \quad y_{ij} \in \{0, 1\}
 \end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{Minimize}_{u,v,w,r} \quad \sum_i (-S_i) u_i + \sum_j (-D_j) v_j + \sum_i \sum_j \sum_h (-M \bar{y}_{ij}) w_{ijh} + \sum_h (-T_h) r_h \\
 & \quad -u_i + v_j - w_{ijh} - r_h \leq c_{ij} + \sum_e \rho^e \lambda_h^e \\
 & \quad u_i, v_j, w_{ijh}, r_h \geq 0
 \end{aligned} \tag{6}$$

式中: u, v, w, r 均为子问题的解。

在此基础上,利用上节的算法可求解出原问题的最优解。

3 模型算例求解分析

为验证上述模型及其算法的可行性和有效性,我们参考文献[10]中的模型算例,以之为基础扩展成新的模型并进行比较分析。

3.1 模型数据

根据模型需要的参数,我们假设不同交通方式下网络节点间的运输成本如表1所示(其中第1种交通方式的运输成本和文献[10]中成本数据相同)。同时为简便起见,表中参数和求和结果没有标注具体单位,仅为示意。

此外,3种交通方式的运输能力分别设置为30,50,40,它们的排放因子分别为30,5,2(只考虑一种污染排放物),单位污染物排放成本为0.1。

3.2 模型求解结果分析

为说明多种交通方式下绿色物流运输网络模型的可行性和算法的有效性,我们以物流运输成本最小(简称原模型)、包括排放在内的总成本最小(简称绿色模型)为目标函数分别对模型进行求解,模型最优解及基于 Benders 分解算法和 Cplex 求解的迭代次数分别如表2、表3所示,原模型、绿色模型基于 Benders 分解算法的求解迭代结果如表4。

表1 不同交通方式下网络节点间的单位运输成本

Tab.1 Unit transportation cost between network nodes under different transport modes

工厂	配送中心	运输成本		
		方式1	方式2	方式3
1	1	2	2	1
	2	3	3	2
	3	4	3	2
2	1	3	2	1
	2	2	2	2
	3	1	2	1
3	1	1	2	1
	2	4	2	2
	3	3	2	2
4	1	4	3	3
	2	5	4	3
	3	2	2	2

表2 模型最优解

Tab.2 Optimal solution of model

模型	工厂	配送中心	运量		
			方式1	方式2	方式3
原模型	1	1			10
	2	3	20		10
	3	1	10		
	3	1		30	
	4	2			20
绿色模型	1	1			10
	2	3	10		20
	3	2		40	
	4	1		10	
	4	2			10

表3 模型求解结果比较
Tab.3 Comparison analysis of models' solution results

模型	目标函数			算法效率(迭代次数)	
	物流运输成本	排放成本	总成本	Cplex	Benders 分解
原模型	270	113	383	224	8
绿色模型	280	63	343	313	10

表4 基于 Benders 分解算法的求解迭代过程
Tab.4 Solving iteration process based on Benders decomposition

原模型			绿色模型		
迭代次数	LB 下限	UB 上限	迭代次数	LB 下限	UB 上限
1	110	$+\infty$	1	110	$+\infty$
2	230	330	2	293	393
3	230	290	3	293	373
4	240	290	4	293	373
5	250	290	5	303	353
6	270	290	6	303	353
7	270	290	7	313	353
8	270	270	8	333	353
			9	333	353
			10	343	343

从表2、表3可见,在考虑不同交通方式后,模型的最优解发生了较大的变化,说明交通方式对物流网络的优化有相当程度的影响,而从目标函数来看,虽然绿色模型物流运输成本比原模型物流运输成本高,但排放成本比原模型小得更多,因此从总成本来看,绿色物流网络更具有竞争力。

另外从表4可明显看出,基于 Benders 分解算法迭代次数少,收敛速度较快,求解效率有显著提高,对于更大规模的复杂问题求解具有参考价值。

4 结束语

作为一种有效求解混合整数规划的求解方法,Benders 分解算法在解决各种应用领域中难以计算的优化问题方面得到了广泛的应用。以一个典型的物流运输网络优化模型为例,认为 Benders 分解算法的难点在于初始解的确定、对偶问题的识别以及动态添加约束方程,同时指出算法实现可能存在的问题,且提出了相应的解决方法。然后在此基础上,通过引入不同交通方式的排放因子和各种污染物的排放成本,建立了多种交通方式下考虑排放成本的物流运输网络优化模型,构造了基于 Benders 分解算法以进行模型求解的主问题和子问题。最后,参考设计了一个模拟算例,对模型及其算法的效率和效果进行了比较分析,说明了模型和算法的可行性和有效性,希望能为更复杂的物流供应链网络的设计优化奠定基础。

参考文献:

[1] BENDERS J F. Partitioning procedures for solving mixed variables Programming problems [J]. Numersiche Mathematik,1962,4(1): 238-252.

- [2] 李颖浩,郭瑞鹏. 基于广义 Benders 分解的启发式机组组合优化[J]. 电网技术, 2012,36(3):179-184.
- [3] 柴月珍. 农村固体废弃物回收逆向物流网络优化[J]. 重庆理工大学学报, 2014,28(9):143-146.
- [4] MARC G, VIDAL C J, DOGAN K. Modeling and design of global logistics systems:A review of integrated strategic and tactical models and design algorithms[J]. European Journal of Operation Research, 2002,143(1):1-18.
- [5] HOSSEIN B, MAHDI B, TAHA H H. Integrated strategic and tactical planning in a supply chain network design with a heuristic solution method[J]. Computers & Operations Research, 2013,40(4):1143-1154.
- [6] ANNA N, LADIMER S N. Sustainable supply chain network design:A multicriteria perspective[J]. International Journal of Sustainable Engineering, 2010,3(3):189-197.
- [7] 郭军华,张威,朱佳翔. 废旧家电回收再利用的政府激励机制研究[J]. 华东交通大学学报, 2014,31(1):56-62.
- [8] RICHARD K M. Large scale linear and integer optimization:A unified approach[M]. Boston:Kluwer Academic Publishing, 1998: 349-359.
- [9] SADJADY H, DAVOUDPOUR H. Two-echelon, multi-commodity supply chain network design with mode selection, lead-times and inventory costs[J]. Computers & Operations Research, 2011,39(7):1345-1354..
- [10] ERWIN K. Benders Decomposition with GAMS [EB/OL]. (2008-7-5)[2014-10-15]. <http://www.amsterdam-optimization.com/pdf/benders.pdf>.

Optimization Model of Multi-mode Logistic Transportation Network Based on Benders Decomposition

Hu Hui^{1,2}, Gu Liqin¹, Ni Ming^{1,2}

(1. School of Economics and Management, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China; 2. Soft Science Research Base on New Industrialization and Urbanization of Jiangxi Province, Nanchang 330013, China)

Abstract: Based on Benders decomposition method, this paper studies the solving algorithm of a logistics transportation network optimization model considering transport mode. Firstly, taking a typical logistic transportation network for example, it analyzes main points of Benders decomposition and provides a solution to potential problems. Then, by introducing emission factors of multiple transport modes and pollutants' emission cost, it proposes a logistics transportation network optimization model which considers total costs including emission costs as objective function and transportation capacity as constraints. Also, master problem with sub problem in this model is explored on the basis of Benders decomposition. Finally, a numerical example is adopted to illustrate the model's feasibility and the algorithm's effectiveness.

Key words: Benders decomposition; transport mode; transportation network; logistics optimization

(责任编辑 姜红贵)