

文章编号: 1005-0523(2016)02-0001-08

城市轨道交通网络拓扑结构研究

周溪召^{1,2}, 智路平¹

(1.上海海事大学经济管理学院,上海 201306;2.上海理工大学管理学院,上海 200093)

摘要:通过对上海市轨道交通网络拓扑结构的分析,获得了基于L空间和P空间视角的轨道交通网络所具有的不同性质:在L空间下网络的度值相对较小,80%以上节点的度为2,度分布很集中,整个网络的平均最短路径反映了从任意站点到任意站点的实际需要通过的平均站点数,最短路径长度相对较大,网络的聚类系数很小,接近于0;而在P空间下,网络整体的度值很高,且分布区域也很广,而网络的平均最短路径很小,它反映的是从一个站点到任意一个站点平均需要换乘的次数,网络的聚类系数很大,超过了0.9,上海市轨道交通网络超过85%的节点的聚类系数为1。

关键词:轨道交通网络;拓扑结构;P空间;L空间

中图分类号:U239.5 文献标志码:A

DOI:10.16749/j.cnki.jecjtu.2016.02.001

中国的第一条地铁是1965年建成的北京地铁1号线,经过近50年的发展,目前中国已经有包括北京、上海、广州等在内的一些大城市建成并正在运营地铁,到2015年,全国地铁运营总里程达3 000 km,北京、上海、广州等大城市的轨道交通系统已经进入了网络化时代,轨道交通线网规划的重点也由原来的单线转移到了网络结构。近年来随着网络研究的发展,特别是关于复杂网络“小世界特性”^[1]和“无标度特性”^[2]的提出,掀起了一轮网络研究的热潮。随着网络研究的不断深入,城市交通网络的网络特性逐渐引起人们的关注。Jiang和Claramunt通过实证分析,研究了城市道路网络的小世界特性^[3];Sienkiewicz等分析了波兰22个城市公共交通网的拓扑结构,发现它们的度分布要么服从幂律分布,要么服从指数分布^[4]。Latora对波士顿地铁的小世界网络特性进行了初步研究,并通过网络效率分析其有效性及容错性^[5]。由于城市轨道交通实体网络结构(线网)度的分布范围相对较窄;因此当前研究倾向于采用类似于公交网络的研究方式,证明其具有复杂网络的特性。但事实上,对于城市轨道交通网络而言,实体线网是运营网络的基础,单纯研究抽象的运营网络无法全面反映其网络特性;因此本文利用复杂网络理论及图论,通过分析地铁网络的Space L、Space P两种网络拓扑结构,研究不同拓扑结构下地铁网络的特性指标,揭示不同拓扑结构特征。

为了分析中国城市轨道交通网络的特征规律,选取了当前轨道交通网络化较为成熟的上海。

上海轨道交通网络有12条线路,296个站点,其中不重复站点数250个,两线节点27个,三线节点8个,四线节点1个,运营里程473 km。

为了研究需要,作如下定义^[6-8]。

定义1 度:网络中节点的度表示与该节点相连接的边总数。

定义2 度分布:网络中节点的度分布 $P(k)$ 可以用来表示度值为 k 的节点占总节点的比例数。

收稿日期:2015-11-30

基金项目:国家自然科学基金项目(61273042);上海市教委科研创新项目(12ZZ147)

作者简介:周溪召(1964—),男,教授,博士生导师,研究方向为交通规划与管理。

通讯作者:智路平(1982—),男,工程师,博士研究生,研究方向为交通规划与管理。

定义3 累计度分布:度分布表示网络中所有节点度的概率分布函数 $P(k)$,为了减少统计误差和提高拟合精度,一般采用的表达方式是累积概率分布函数:

$$P(k \geq k') = \sum_{k=k'}^{\infty} P(k) \quad \circ$$

这里的 $P(k \geq k')$ 是指度大于等于 k' 的概率。

定义4 节点聚类系数:在网络中节点 i 有 k_i 条边把它与其它节点相连,则这 k_i 个邻居之间最多有 $k_i(k_i-1)/2$ 条边相连,事实上这 k_i 个节点之间 E_i 条边相连,则定义 i 的聚类系数为

$$C_i = \frac{E_i}{k_i(k_i-1)/2} = \frac{2E_i}{k_i(k_i-1)} \quad \circ$$

定义5 网络聚类系数:整个网络的聚类系数 C 就是网络中所有节点的聚类系数的平均值:

$$C = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N C_i \quad \circ$$

定义6 L空间和P空间:表示城市轨道交通网络的方法有多种,可以分别考察这些网络的统计特征来探讨同一个交通网络的拓扑结构特性。

L空间(Space L):将交通站点视为节点,若两个站点在某一条轨道线路上是相邻的,那么它们就有连边;

P空间(Space P):将交通站点视为节点,若两个站点有直达的轨道线路,那么它们就有连边,若没有,则站点不相连。

易见 Space L方法构造的网络是 Space P方法构造网络的子网络。

1 上海市轨道交通线路网络分析

为了更好地了解整个上海轨道交通线网中各线路之间的连接关系,对轨道交通线网各线路之间的连接关系进行了分析。把一条线路看成一个网络节点,如:上海轨道交通1号线为节点1,2号线为节点2,得到邻接矩阵,即

$$A(i,j) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中, $A(i,j)=1$ 表示 i 号线和 j 号线相交,它们之间能直接换乘,否则 $A(i,j)=0$ 。获得邻接矩阵以后,应用 Matlab 对该邻接矩阵进行分析,获得了线路网络拓扑结构的节点度和平均度,同时使用 Pajek 绘出了该网络的拓扑结构,如图2所示。

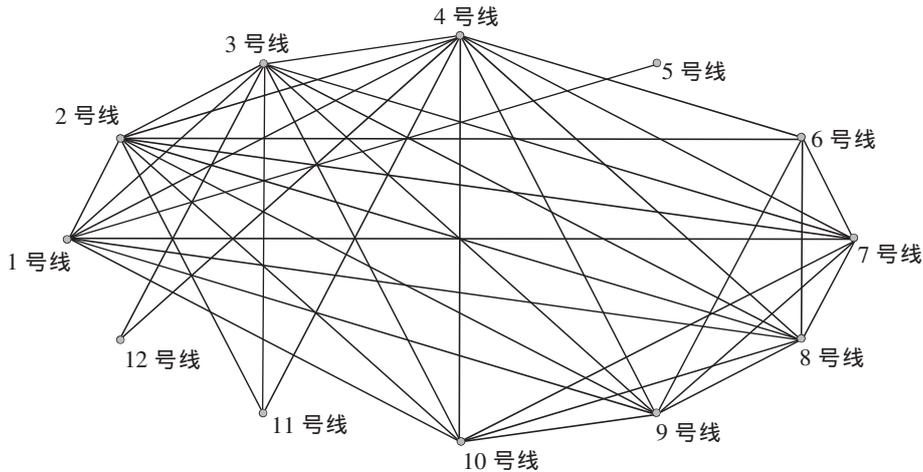


图 1 上海市轨道交通网络线路拓扑图

Fig.1 The topological graph of Shanghai mass transit network

通过分析,获得了该线路网拓扑结构的一些特征值。整个拓扑结构中最大度为 10,为 4 号线,即能从 4 号线换乘 1 次到另外 11 条线中的 10 条,这是因为 4 号线是环线。最小度为 1,为 5 号线,只与 1 号线连接,即 5 号线经过 1 次只能换乘到 1 号线。网络整体平均度为 6.33,也就是说 1 条线路平均与 6.33 条线路连接,表征的是线路之间的换乘性和整个网络的可达性。网络各节点的聚类系数如表 1 所示,网络的平均聚类系数为 0.774 5,整个网络较紧密。

表 1 线路网拓扑图的节点聚类系数

Tab.1 Network clustering coefficient in Shanghai mass transit network

线路节点	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
聚类系数 C_i	0.71	0.72	0.78	0.72	0	1	0.86	0.86	0.9	1	1	1

表 2 上海轨道交通序号-站名-线路表

Tab.2 The serial number-name-line table of Shanghai mass transit

序号	站名	线路
1	莘庄	1 号线
2	外环路	1 号线
3	莲花路	1 号线
4	锦江乐园	1 号线
5	上海南站	1 号线,3 号线
6	漕宝路	1 号线
7	上海体育馆	1 号线
8	徐家汇	1 号线,9 号线
9	衡山路	1 号线
10	常熟路	1 号线,7 号线
11	陕西南路	1 号线,10 号线
...
248	真北路	13 号线
249	丰庄	13 号线
250	金沙江西路	13 号线

2 上海市轨道交通网络分析

2.1 上海市轨道交通序号-站点-线路表

由于线路网络的拓扑结构相对简单,对整个轨道交通网络的表征意义不够细致,需要对网络中各站点的位置和关系进行分析。根据目前上海市正在运营的轨道交通线路,制作出如表 2 的序号-站点-线路图,其中序号是对上海市所有站点进行无重复标号,即一个站名对应一个序号,最大序号为 250,即有 250 个站点,站名是各序号对应的站点名称,如上海南站序号为 5,线路是通过各个站点的轨道交通线路,如通过 3 号莲花路的有 1 号线,通过 5 号上海南站的有 1 号线和 3 号线。

2.2 上海轨道交通网络 L 空间和 P 空间下邻接矩阵

根据 L 空间和 P 空间下的复杂网络邻接矩阵

的获取方法,分别获取上海市轨道交通线路网络在L空间和P空间下的连接矩阵 $A_L(i,j)$ 和 $A_P(i,j)$,2个矩阵都是 250×250 方阵,其中 i 和 j 是上海轨道交通序号—站名—线路表中的序号,代表的是站点序号。在L空间中,如果节点 i 和节点 j 之间不经过别的站点有1条轨道交通线路直达,则 $A_L(i,j)=1$,否则 $A_L(i,j)=0$ 。如 $A_L(1,2)=1$ 表示的是从1号站点莘庄到2号站点外环路之间能通过1号线直达, $A_L(1,3)=0$ 表示的是从1号站点莘庄到3号站点莲花路之间没有直达的连接方式,虽然1号线能贯穿于这两个站,但它们之间隔着2号站点外环路。当 $i=j$ 时,即从站点 i 到站点 i 本身时,把它们看作是不相连接的,即 $A_L(i,i)=0$ 。 $A_L(i,j)$ 的一般形式为

$$A_L(i,j) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & & \vdots \\ \cdots & & \cdots & \\ 0 & \cdots & & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

在P空间下,如果节点 i 和节点 j 之间有1条轨道交通线路直达(不管中间是否经过别的站点),则 $A_P(i,j)=1$,如 $A_P(1,5)=1$ 表示的是从1号站点莘庄到5号站点上海南站之间能通过1号线直达,虽然它们中间存在着2号站点外环路、3号站点莲花路、4号站点锦江乐园。而 $A_P(1,103)=0$,表示的是虽然在轨道网络上,从1号线的1号站点莘庄到5号线的103号站点东川路之间线路是相连的,但由于没有能够直接连接这两个站点的轨道线路,即从莘庄到东川路需要经过换乘(1号线换乘5号线)才能到达,所以 $A_P(1,103)=0$ 。当 $i=j$ 时,即从站点 i 到站点 i 本身时,把它们看作是不相连接的,即 $A_P(i,i)=0$ 。 $A_P(i,j)$ 的一般形式为

$$A_P(i,j) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & \cdots \\ 1 & 0 & 1 & 1 & \vdots \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots \\ \cdots & & & & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

2.3 上海轨道交通网络拓扑结构图

在获得了上海市轨道交通网络的L空间和P空间邻接矩阵以后,使用Pajek软件分别绘出在L空间和P空间下的网络拓扑图,如图2和图3所示。通过对拓扑图进行分析,可见在P空间下比在L空间下的连接线路多很多,整个网络的密集度较高。在L空间下,图形中部的连接线是一些换乘站点辐射出来的,因为这些节点一般与4个节点以上连接;P空间下,图形中部的网线是换乘站点与通过该换乘站点上的线路上所有站点的连线,所以中部的网线密度也比L空间下的网线密度高。

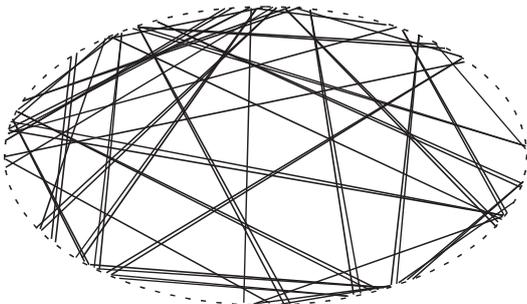


图2 L空间下的站点网络拓扑图
Fig.2 The topological graph under space L

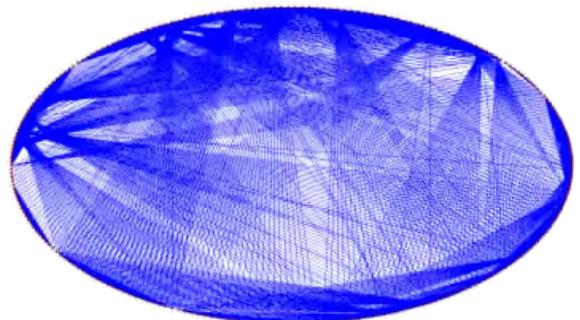


图3 P空间下的站点网络拓扑图
Fig.3 The topological graph under space P

3 上海轨道交通网络拓扑结构特征分析

通过对邻接矩阵的运算和操作,获得网络的各种特征值,这些特征值主要包括:度与度分布,最短路径与分布,聚类系数等。

3.1 度与度分布

通过对拓扑图图 2、图 3 的分析,① 在 L 空间下:网络中节点最大度为 7,是世纪大道站,本来这一站为 2 号线、4 号线、6 号线和 9 号线交汇点,出入度应为 8,但由于 4 号线和 6 号线从蓝村路到世纪大道的中间站都叫浦电路,算为同一站,所以整个网络的最大度为 7;网络中节点最小度为 1,都为各条线的起终点站。整个网络的平均度为 2.196 8,即平均每个节点与 2.19 个临近节点相连,这与轨道交通线路相交节点相对较少有一定的关系。② 在 P 空间下:网络的最大度为 104,为世纪大道站,即从世纪大道站出发,能乘地铁直达 104 个站点,这与世纪大道站作为上海市轨道最大枢纽节点的情况是相符合的。度最小的为 5,是 13 号线上的节点度,这是因为 13 号线目前只开通了由金沙江路到金运路 5 站地,所以整条线路的度较低。网络整体平均度为 30.856,即从任意一站出发,在不换乘的情况下平均能到达 30.8 个站点,这与大部分轨道线路的站点数分布在 20~35 之间是相符合的。

图 4 是在 L 空间和 P 空间下网络中节点度的频率分布图,在 L 空间下,节点度为 2 的概率是最大的,接近 80%,也就是说,任意从网络中选取一个节点,其度为 2 的概率在 80%左右,这是因为在 L 空间下,除去换乘站点和起终点站,其它节点只与其所在线路的前后两个站点相连,所以度为 2 的站点是最多的。相对于 L 空间,P 空间下的度都较大,且主要集中在 20~50 之间,分布相对分散。

图 5 分别是在 L 和 P 空间下节点度的累积概率密度分布散点图,可以看到,无论是在 L 空间还是在 P 空间下,节点度的累计度分布都较符合指数分布的累计分布类型,这与前面网络度的分布情况也是相符的。

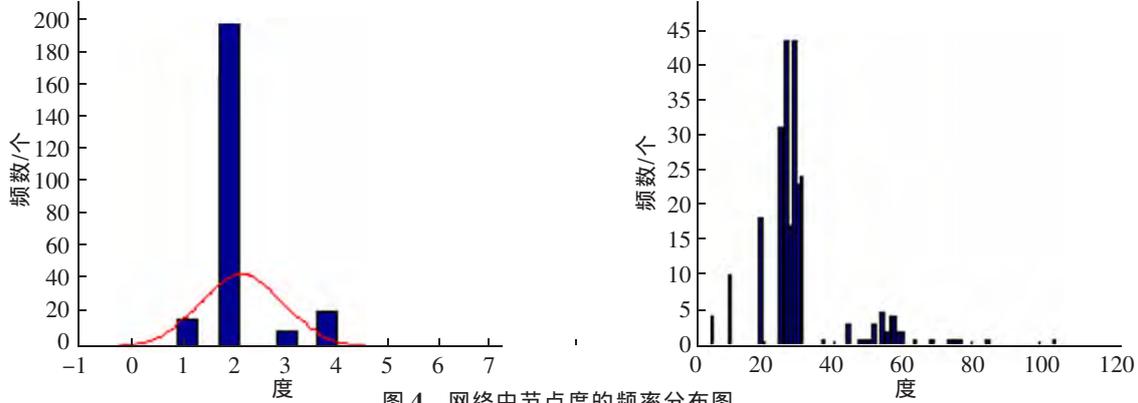
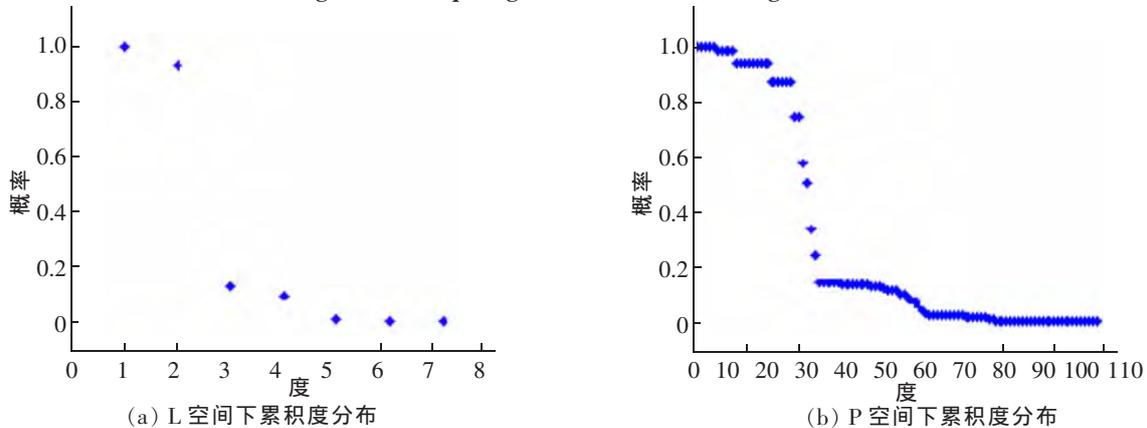


图 4 网络中节点度的频率分布图

Fig.4 The frequency distribution of node degrees



(a) L 空间下累积度分布

(b) P 空间下累积度分布

图 5 不同空间下的节点度累积概率

Fig.5 The cumulative probability of node degrees under differet space

3.2 最短路径分析

在L空间下,网络中最大最短距离为42,即从6号线的港城路到11号线的安亭需要经过42个站,其中11号线的分叉口是作为整条线来计算的,即11号线到达嘉定新城—白银路—嘉定西—嘉定北—上海赛车场—昌吉东路—上海汽车城—安亭。网络的平均最短路径是14.519,即从任一站点要到达任一别的站点,平均需要经过14~15站地。从图6可知,节点的最短路径主要分布在5~30之间,即从任何一站出发,到达目的地平均需要经过5~30站的概率是最高的。

在P空间下,最大最短距离为4,即从一个节点到另一个节点要经过3次换乘,例如从5号线到6号线从世纪大道往港城路方向的站点都需要经过3次换乘才能到达,所以它们的最短距离都为4。最短路径距离为1,即从一个节点到该节点所在线路上的所有其它节点的最短路径距离都为1。网络平均最短路径为2.1464,即在P空间下,从网络中的任意一点到另一点,平均距离只有2.1464。

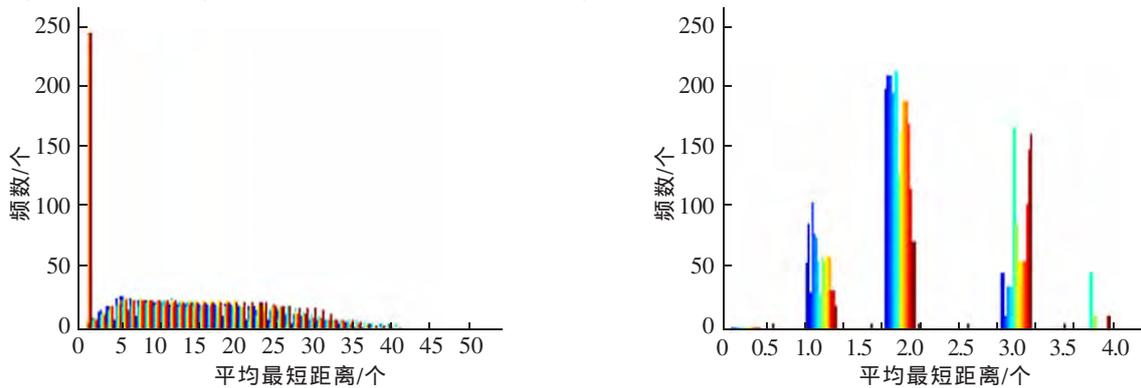


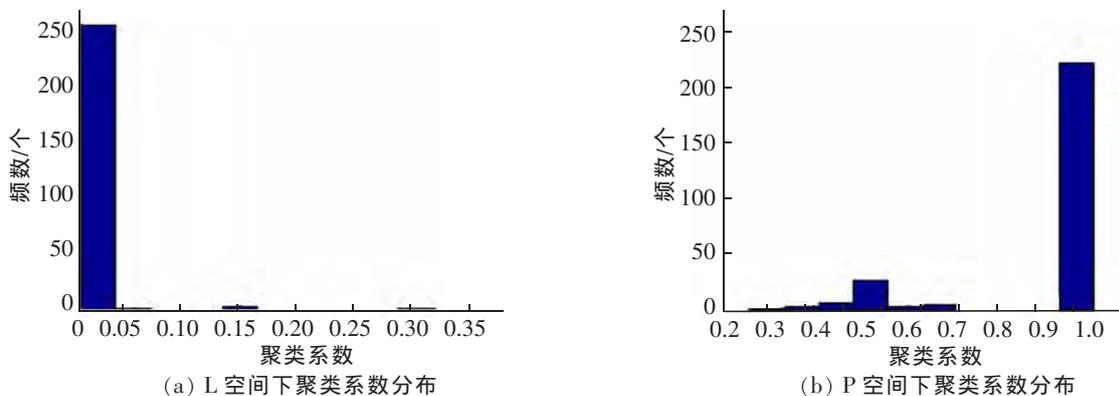
图6 L空间和P空间下路径长度出现频次图

Fig.6 The frequency of path length under space L and space P

3.3 聚类系数分析

在L空间下,由于网络中站点受限于地理位置,与一个节点相连接的节点一般都处于同一条线路上;因此大部分节点的聚类系数都为0,只有个别站点的聚类系数大于0,所以整个网络的平均聚类系数很小,为0.003,接近于0,图7(a)是在L空间下各聚类值出现的频次,在L空间下,聚类系数为0的比例达到98%,这说明了为什么在L空间下的网络聚类系数接近于0,在L空间视角下,上海市轨道交通网络的集聚程度很低。

在P空间下,网络平均聚类系数为0.9262,这是因为当站点为非换乘站时,它的邻接节点即该站点所在线路上的所有站点,而这些站点在P空间下都是相互连接的,所以这部分节点的聚类系数都为1,从而导致整个网络的聚类系数较高。整个网络的集聚效果很好,最大的为1,为大部分非转乘车站,最小的为0.2619,为世纪大道站,这是因为世纪大道站作为上海市轨道交通网络最大的换乘枢纽,有4条线通过,而各条线中其它的站点之间是不相互连接的,所以导致世纪大道站的聚类系数很小。图7(b)为P空间下各聚类值出现的频次,显示聚类系数值为1的节点为总结点数的85%,这说明了为什么P空间下网络的聚类系数较大。



(a) L空间下聚类系数分布

(b) P空间下聚类系数分布

图7 L和P空间下各聚类值出现的频次

Fig.7 Frequency of clustering value under space L and space P

借助邻接矩阵的运算和操作,通过前述分析归纳上海轨道交通网络的各种特征值如表 3 所示。

表 3 不同拓扑表示下的各特征值
Tab.3 The characteristic values under different topological space

空间类型	平均度	最大度	最小度	平均最短 路径	最小最短 路径	最长最短 路线	聚类系数 为 1 的比例	最小聚类 系数	最大聚类系 数	平均聚类 系数
L 空间	2.196 8	7	1	14.518 8	1	42	0	0	0.333 3	0.003
P 空间	30.856	104	5	2.146 4	1	4	0.852	0.261 9	1	0.926 2

3.4 城市轨道交通网络在 L 和 P 空间下分析的结果

通过前面度与度分布、最短路径、聚类系数的分析,可以看出,在 L 空间和 P 空间下的各种网络拓扑性质截然不同,两种方法对于描述网络的性质各有特点,如在 L 空间下的度分析能知道网络中节点的邻接节点个数,而在 P 空间下则能知道不换乘条件下,一个节点能直接到达的站点数;L 空间下的最短路径分析能告诉我们一个站点到其它某个站点的间隔站数,而 P 空间下的最短路径则能告诉通过几次换乘能到达其它任一节点。

4 结论

以上海市地铁线网为例,通过分析其 Space L、Space P 拓扑结构模型的统计特征指标,得到以下结论:

1) 上海市轨道交通网络 1 条线路平均与 6.33 条线路连接,线路网络的平均聚类系数为 0.774 5,整个网络较紧密。

2) 在 L 空间下网络的度值相对较小,80%以上节点的度为 2,度分布很集中,最短路径长度相对较大,整个网络的平均最短路径反映了从任意站点到任意站点实际需要通过的平均站点数,网络的聚类系数很小,接近于 0。

3) 在 P 空间下,网络整体的度值很高,且分布区域也很广,而网络的平均最短路径很小,它反映的是从一个站点到任意一个站点平均需要换乘的次数,网络的聚类系数很大,都超过了 0.9,上海市轨道交通网络超过 85%的节点的聚类系数为 1。上海市轨道交通网络这种小的平均路径长度和大的聚类系数证明它是典型的小世界网络。

4) 通过对上海市轨道交通网络拓扑特性的分析,为今后不同轨道交通网络的对比以及研究城市轨道交通网络演化提供了基础,是今后上海市轨道交通演化规则制定的重要依据。下一步需要研究的问题包括上海市轨道交通网络在逐步形成的过程中网络特征值是如何变化的、与发达国家城市轨道交通网络特征指标的比较以及轨道线网扩展与土地开发、交通需求的相关关系等。

参考文献:

- [1] WATTS D J, STROGATZ S H. Collective dynamics of small world networks [J]. Nature, 1998(393):440-442
- [2] BARABASI A, ALBERT R. Emergence of scaling in random networks[J]. Science, 1999, 286(5439):509-512.
- [3] JIANG B. A topological pattern of urban street networks; universality and peculiarity [J]. Physica A: Statistical Me. mechanics and Its Applications, 2007, 384(2):647-655.
- [4] SIENKIEWIEZ J, HOYST J A. Statistical analysis of 22 public transport networks in Poland [J]. Physical Review E, 2005, 72(4):46127.
- [5] LATORA V, MAREHITORI M. Is the boston subway a small, world network?[J]. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications Horizons in Complex Systems, 2002, 314(1/4):109-113.
- [6] BONDY J A, MURTY U S R. 图论及其应用[M]. 吴望名, 李念祖, 吴兰芳, 等. 北京: 科学出版社, 1984:11-12.

- [7] 王焱,杨超. 上海市轨道交通网络的复杂网络特征研究[J]. 城市轨道交通研究,2009(2):33-36.
[8] 高自友,赵小梅,黄海军. 城市交通网络的复杂性[M]. 上海:上海科技教育出版社,2006:186-214.

Research on Topology Structure of Urban Mass Transit Network

Zhou Xizhao^{1,2}, Zhi Luping¹

- (1. School of Economics and Management, Shanghai Maritime University, Shanghai 201306, China;
2. School of Management, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

Abstract: This paper firstly analyzes the network transfer mechanism between lines in the whole Shanghai mass transit network at macroscopic level. Then it discusses the topology structure for the whole mass transit network. It finds out that the network has different natures from the perspectives of Space L and Space P. In Space L, the values of network degree are relatively smaller and the degree values of more than 80% nodes are less than 2 with concentrated distribution of degree values; the average shortest path of the entire network is the average value of actual station numbers in the path from any station to any station with relatively larger length of shortest path and small network clustering coefficient close to 0. In space P, the values of network degree are relatively larger with wide distribution of degree values; the length of the average network shortest path is relatively smaller, which indicates the average transfer times from a station to any station; the network clustering coefficient is very large, which is more than 0.9, and more than 85% nodes' network clustering coefficients in Shanghai mass transit network are 1.

Key words: mass transit network; topological structure; Space P; Space L

(责任编辑 刘棉玲)