

文章编号: 1005-0523(2016)03-0121-05

鄱阳湖流域长时间降水序列多尺度分析

曹艳华¹, 吕广经², 易 华³

(1. 华东交通大学理学院, 江西 南昌 330013; 2. 华东交通大学现代教育技术中心, 江西 南昌 330013;

3. 井冈山大学数理学院, 江西 吉安 343009)

摘要: 简要阐述了傅里叶变换和小波变换的理论以及这两种变换应用在不同领域的研究现状, 结合鄱阳湖流域长时间序列(110年)的降水实际观测资料, 分析了傅里叶变换和复 Morlet 小波变换在降水中的应用, 并在此基础上, 对鄱阳湖流域未来3年的降水趋势进行了短期预测, 预测结果与实测降水趋势一致; 因此研究结果表明将复 Morlet 小波变换应用于长时间序列的降水资料进行分析降水周期变化规律以及对未来的降水趋势进行短期预测是合理可行的。

关键词: 傅里叶变换; 小波变换; 降水时间序列

中图分类号: TV124

文献标志码: A

DOI: 10.16749/j.cnki.jecjtu.2016.03.020

小波分析属于时频分析的一种^[1]。传统的信号分析是建立在傅里叶(Fourier)变换^[2]的基础上的, 但是, 傅里叶分析使用的是一种全局的变换, 即要么完全在时域展开, 要么完全在频域展开, 它无法表述信号的时频局域性质^[3], 而时频局域性质恰恰是非平稳信号最根本和最关键的性质。为了分析和处理非平稳信号, 人们对傅里叶变换进行了推广, 乃至根本性的变革, 提出并发展了短时傅里叶变换(Gabor 变换)^[4]、小波变换^[5]、Randon Wigner 变换、分数阶傅里叶变换^[6]、线性调频小波变换^[7]、循环统计量理论和调幅-调频信号分析等, 其中, 短时傅里叶变换和小波变换也是因传统的傅里叶变换不能够满足信号处理的要求而产生的。

小波变换是一种信号的时间-尺度(时间-频率)分析方法, 它具有多分辨率分析(multi-resolution analysis)的特点, 而且在时频两域都具有表征信号局部特征的能力, 是一种窗口大小固定不变, 但其形状可变(时间窗和频率窗都可以改变)的时频局部化分析方法。

1 傅里叶变换和小波变换

傅里叶变换能将满足一定条件的某个函数表示成三角函数(正弦和余弦函数)或者它们的积分的线性组合^[9]。在不同的研究领域, 傅里叶变换具有多种不同的表现形式。连续傅里叶变换定义为若函数 $f(t) \in L^2$

(R) , 则称 $F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt$ 为 $f(t)$ 的连续傅里叶变换, 其重构公式为 $f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)e^{i\omega t} d\omega$ 。引入窗

函数 $g(t)$, 短时傅里叶变换(Gabor 变换)定义为 $Gf(\omega, p) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\overline{g(t-p)}e^{-i\omega t} dt$, 其中 $\overline{g(t-p)}$ 为函数 $g(t-p)$ 的

共轭函数, 重构公式为 $f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} Gf(\omega, p)g(t-p)e^{i\omega t} d\omega dp$ 。在短时傅里叶变换中, 窗函数 $g(t)$ 一旦

选定, 就是固定不变的; 因此短时傅里叶变换从本质上是一种单分辨率的信号分析方法, 在信号分析上还

收稿日期: 2015-08-23

基金项目: 国家自然科学基金项目(11461026); 江西省自然科学基金项目(20132BAB201014)

作者简介: 曹艳华(1978—), 女, 副教授, 博士, 研究方向为计算数学。

存在不可逾越的缺陷。

设函数 $\psi(t) \in L^2(R)$, 其傅里叶变换为 $\hat{\psi}(\omega)$ 。当 $\hat{\psi}(\omega)$ 满足允许条件 (admissible condition) $C\psi = \int_R \frac{|\hat{\psi}(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty$ 时, $\psi(t)$ 称为一个基本小波或母小波。将母小波 $\psi(t)$ 经伸缩和平移后, 可以得到一个小波序列 $\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi(\frac{t-b}{a})$, $a, b \in R, a \neq 0$, 称 $\psi_{a,b}(t)$ 为由母小波 $\psi(t)$ 生成的依赖于参数 a, b 的连续小波。对于任意的函数 $f(t) \in L^2(R)$, 以 $\psi(t)$ 为母小波的连续小波变换定义为 $W_f(a, b) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_R f(t) \overline{\psi(\frac{t-b}{a})} dt$, 重构公式为 $f(t) = \frac{1}{C_\psi} \int_{R^+} \int_R \frac{1}{a^2} W_f(a, b) \psi(\frac{t-b}{a}) da db$, 相应的小波方差 $\text{var}(a) = \int_R |W_f(a, b)|^2 db$ 。小波方差反映了波动的能量随尺度的分布, 可以用来确定一个时间序列中存在的周期成分。

2 傅里叶变换和小波变换在鄱阳湖流域中的应用

鄱阳湖流域属亚热带季风性气候, 特点为冬季温暖少雨, 夏季高温多雨。文中所用鄱阳湖流域长时间序列年降水量实测数据有 110 年 (1900—2009 年) (数据来源于中国气象科学数据共享网 <http://cdc.nmic.cn/home.do>), 所用数据经过了严格的质量控制。

分析鄱阳湖流域年降水量的周期变化特征及其趋势, 可为鄱阳湖流域的防洪、调度及管理提供科学依据。鄱阳湖流域年降水量历史时间序列见图 1。鄱阳湖流域 110 年年平均降雨量为 1 590 mm, 图 1 中直线为最小二乘拟合直线, 拟合方程为 $y = 0.126t + 1344.4$, 其中 y 为年降雨量, t 为时间。从拟合结果看, 近 100 多年来, 鄱阳湖流域的年降水量呈现略微增加的趋势, 但趋势不明显, 每百年增加约 12.6 mm。为方便起见, 如不特别说明, 下文中所用数据均为年降水量距平数据, 即原始数据减去趋势后的数据。

2.1 傅里叶变换结果

采用快速傅里叶变换, 采样点数为 110, 所得频谱图如图 2。

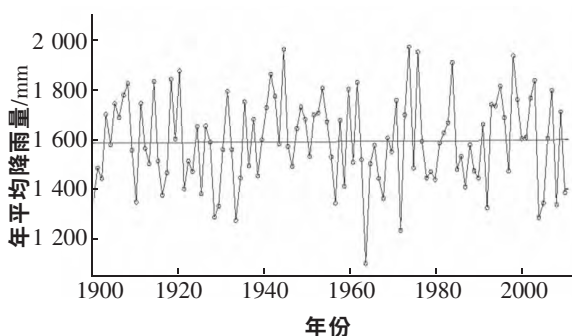


图 1 年降雨量

Fig.1 Annual precipitation

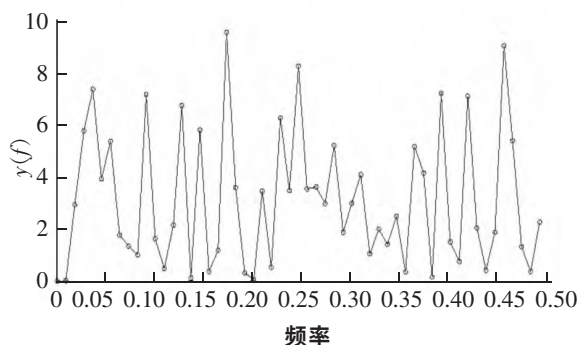


图 2 距平年降雨量的傅里叶分析频谱图

Fig.2 annual precipitation of Fourier spectrum analysis

从图 2 中可以看出年降水量的周期变化, 主周期为 5.8 年, 次周期中 3—4, 28, 11, 19 和 8 年比较明显, 剩余的周期不显著。虽然傅里叶变换可以分析出时间序列中的一些周期成分, 但因其时域和频域不能同时分析的局限性, 这些周期会在哪里出现, 在哪里消亡, 在哪里突变, 在哪里表现的更剧烈等分辨不出; 因此应用傅里叶变换具有一定的局限性。

2.2 复 Morlet 小波变换结果

采用复 Morlet 小波变换, 空间尺度取为 1—32。变换后小波系数的模和实部的模如图 3。因为系数模的大小

可以表示时间尺度的强弱,而实部则表示不同时间尺度的信号在不同时间上的分布和相位的信息;因此小波系数的模和实部的模是2个非常重要的变量。图3(a-b)分别为鄱阳湖流域年降水量距平时间序列复 Morlet 小波变换系数的模和实部系数的模的时频变换。从这2个图中可以清晰地看出年降水量的周期变化、持续时间、强弱、突变点分布及其相位结构。

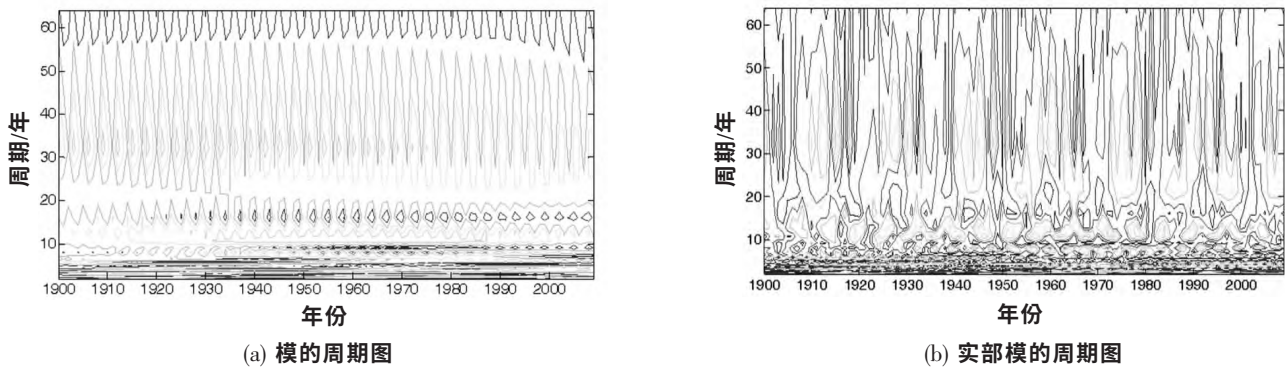


图3 距平年降雨量小波变换的

Fig.3 Period of wavelet coefficients

图4给出了复 Morlet 小波变换的方差谱,纵坐标取了对数。从图中可以清晰地看出,主周期为5-6年和11年,次周期主要有8,32年和2-3年。

图5给出了小波变换实部系数在各个不同周期的变化过程。从图5(a)可以看出6年周期自1900年开始慢慢增强,在1915—1950年表现最为强烈,随后强度慢慢衰减。11年周期和32年周期(图5(b))在整个时间序列中表现一直稳定且很持续。5年周期从1900年开始慢慢增强,到1945年达到最高点,然后慢慢减弱,到1980年左右又开始慢慢增强。从这些周期可以预测2010—2012年均处于周期的上升期,所以2010年的降水会比2009年有所增加。实际上2010年的实测降水为2086 mm,远远大于2009年的1387 mm。而2012年,鄱阳湖流域实际降雨也明显偏多,鄱阳湖流域提前进入了丰水期,年平均降雨量2174 mm,较常年平均偏多30%左右,破历史记录。

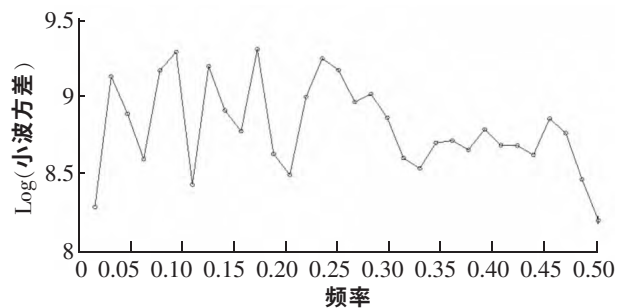


图4 距平年降雨量小波变换的方差谱

Fig.4 Wavelet variance spectrum

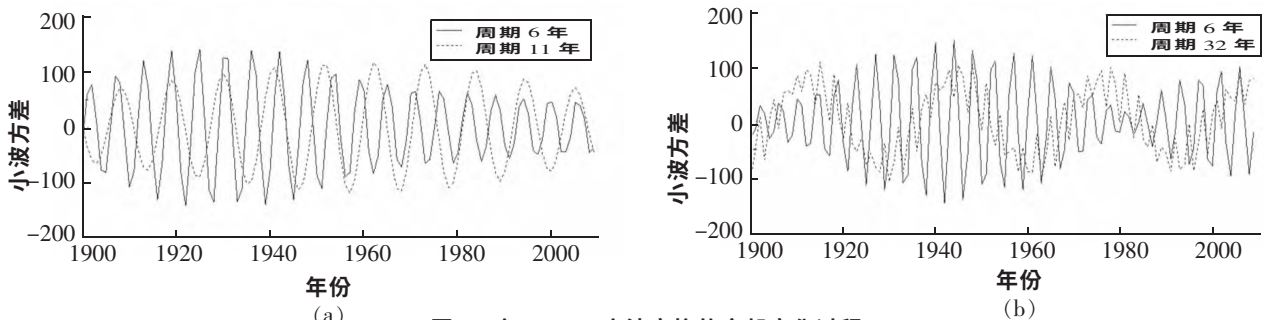


图5 复 Morlet 小波变换的实部变化过程

Fig.5 Changes of the real component of wavelet coefficients

2.3 其他结果

另外,如果换个角度,将32个尺度上的小波系数模的最大值统计出来,最大值点落到每层上的个数结果如表1。在这种方法里,其结果和小波方差的分析结果类似,主周期为3-6年,次周期有8,32年和11年。这说明小波方差分析的结果具有一定的合理性。

表 1 小波系数模的最大值点落到每个空间尺度上的个数
Tab.1 Number of the maximum norm of wavelet coefficients into each spatial scale

尺度层	22	18	25	17	15	19	9	31	16	7	27
个数	33	23	12	9	6	7	7	4	4	3	2
周期/年	6	5	8	4	4	5	3	32	4	3	11

3 结论

由于水文变化(降水量)并不存在“真正意义上”的周期性,降水量在时域中存在多层次时间尺度结构和局部化特征,傅里叶分析并不具有时域和频域同时进行局部化的能力;因此不能有效提取不同层次水文变化的重要信息,而小波变换可以克服傅里叶分析的这个缺点,能够有效地分析出各种复杂的局部结构,并明确地给出周期开始和结束的时间和持续的强弱、长短;因此其“调焦”性质适合展现水文时间序列的精细结构,为分析特定地区的水文变化提供一种新途径。

在鄱阳湖流域 110 年水文时间序列中,所用 3 种方法都分析了 6,8 年和 11 年周期的成分,而且 2010 年的实测降水也验证了分析结果;因此复 Morlet 小波变换用于分析长时间序列的水文数据是合理可行的,使用复 Morlet 小波变换对鄱阳湖流域的未来的短期降水趋势预测具有实际参考意义。

参考文献:

- [1] JORDAN D, MIKSAD RW, POWERS EJ. Implementation of the continuous wavelets transform for digital time series analysis[J]. Review of Scientific Instruments, 1997, 68: 1484-1494.
- [2] 潘文杰. 傅里叶分析及其应用[M]. 北京: 北京大学出版社, 2000: 84-109.
- [3] KUMAR P, FOUFOULA GEORGIU E. A new look at rainfall fluctuations and scaling properties of spatial rainfall using orthogonal wavelets[J]. Journal of Applied Meteorology, 1993, 32: 209-222.
- [4] GABOR D. Theory of communication[J]. Journal of the Institution of Radio and Communication Engineering, 1946, 93(26): 429-441.
- [5] DAUBECHIE I. Ten lectures on wavelets[J]. Philadelphia: SIAM Publ, 1992: 17-340.
- [6] 陶然, 邓冰, 王越. 分数阶傅里叶变换及其应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2009: 166-195.
- [7] 胡国胜, 陈一天, 任震. Fourier 变换和小波变换一般形式—线性调频小波变换和多普勒小波变换[J]. 计算机工程与应用, 2002(5): 46-48.
- [8] 汤文亮, 周长雨. 基于半马尔科夫链的中小堤坝 WSN 节点能耗研究[J]. 华东交通大学学报, 2014, 31(3): 124-129.
- [9] WINGER E. On the quantum correction for thermodynamic equilibrium[J]. Physical Review, 1932, 40(5): 74.
- [10] YI H, SHU H. The improvement of the Morlet wavelet for multi-period analysis of climate data[J]. Comptes Rendus Geoscience, 2012, 344(10): 483-497.
- [11] YI H, CHEN ZQ, CAO YH. High precision computation of Morlet wavelet transform for multi-period analysis of climate data[J]. Journal of Information and Computational Science, 2014, 11(17): 6369-6385.

Multi-scale Analysis of Long Time Precipitation Series in Poyang Lake Basin

Cao Yanhua¹, Lv Guanghong², Yi Hua³

(1.School of Science, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China; 2. Modern Education Technical Center, East China Jiaotong University Nanchang 330013, China; 3. School of Mathematics and Physics, Jinggangshan University, Ji'an 343009, China)

Abstract: The Fourier transform and wavelet transform theories and their applications in different areas were briefly introduced. According to actual precipitation data of long time (110-year) series in Poyang Lake Basin, the paper analyzed the application of these two theories in precipitation and made a short-term prediction on precipitation trend of Poyang Lake Basin in the next three years. The prediction result was consistent with practical precipitation, which showed that it was feasible to apply complex Morlet wavelet transform to long time precipitation series in order to analyze precipitation periodicity and make short-term prediction on future precipitation trend.

Key words: Fourier transform; wavelet transform; precipitation time series

(责任编辑 刘棉玲)

(上接第 98 页)

Research on 3D Modeling of Grid Structure

Zhang Weijin, Li Zhiping

(School of Civil Engineering and Architecture, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China)

Abstract: Because the traditional 2D CAD drawings can not express the construction information intuitively, especially when the structure is a grid structure a large number of sectional drawings are needed to express the structural information. In this paper, a new 3D modeling method of the grid structure is proposed in response to the problem of traditional approach. The 3D model is transformed into a real 3D model by extracting the node coordinates, the node number and the section size information of the bar. Experimental results show that the proposed method can be used to build a 3D model more quickly and the information of the grid structure can be expressed more directly through the model.

Key words: table; coordinate; character; list; array

(责任编辑 姜红贵)