

文章编号: 1005-0523(2016)04-0024-07

钢管混凝土柱组合弹性模量及轴向压力分配弹性力学分析

陈梦成, 李 骐

(华东交通大学土木建筑学院, 江西 南昌 330013)

摘要:应用弹性力学理论和钢管混凝土柱协同工作条件,推导出了钢管混凝土柱组合轴压弹性模量和轴向压力分配的理论计算公式。公式表明,组合弹性模量不但与混凝土泊松比、单向轴压弹性模量和混凝土柱截面直径有关,而且和钢管泊松比、单向轴压弹性模量以及含钢率有关。作为计算例,用 MATLAB 编程考察了混凝土强度等级和含钢率对混凝土轴向压力分配系数、钢管混凝土柱组合弹性模量的影响。研究结果表明:混凝土轴向压力分配系数随着含钢率增大而递减,随混凝土强度等级提高而增大;与不考虑紧箍效应相比,考虑紧箍效应的情况下,核心混凝土的轴向压力有一部分传递给了钢管;含钢率越大,组合轴压弹性模量越大;混凝土强度等级越高,组合轴压弹性模量越大;用本文理论计算公式算得的组合弹性模量与按照统一理论所得的结果相近。由于钢管混凝土柱外钢管约束,核心混凝土的轴压刚度提高了至少 20%。

关键词:钢管混凝土;弹性力学分析;本构关系;组合轴压弹性模量;轴向压分配系数

中图分类号:TU398.9

文献标志码:A

DOI:10.16749/j.cnki.jecjtu.2016.04.004

钢管混凝土组合结构,由于其具有承载力高、塑性变形能力强、延性好、抗震性能优、经济效益显著和施工工艺简单等诸多优点,目前在高层建筑、桥梁、地铁和电塔等土木工程结构中得到广泛应用^[1-2]。试验表明,钢管混凝土构件轴心受压时,混凝土由于受到钢管的约束,而处于三向受压应力状态,钢管混凝土柱组合弹性模量应比单向受压时高,相应的钢管混凝土结构承载力也得到提高。有关钢管混凝土柱的组合轴向压刚度,国内外一般把钢管轴向压刚度和混凝土轴向压刚度进行简单叠加^[3],并没有考虑到钢管对核心混凝土的紧箍力效应,也即所谓 1+1>2 的作用没有得到体现。当前,国内外对于钢管混凝土的研究主要集中在它的承载力和抗震性能^[4],但在钢管与混凝土协同工作下组合弹性模量与轴向压力分配理论研究为数不多^[5-9]。因此,研究薄壁圆截面钢管混凝土柱组合弹性模量和轴向压力分配关系,了解钢管混凝土协同工作原理,有利于钢管混凝土在实际工程中得到更好的发展应用。

本文使用弹性力学理论,利用钢管和混凝土共同工作的变形协调条件,从理论上导出弹性阶段钢管混凝土的组合轴压弹性模量 E_{sc} 表达式和轴向压力分配原理。采用 MATLAB 编程,计算分析和讨论混凝土等级强度和含钢率对钢管混凝土柱组合弹性模量以及轴向压力分配影响(本文目前仅研究圆形截面的薄壁钢管混凝土柱,其他截面形状暂不考虑)。

1 轴向受压钢管混凝土柱弹性力学分析

1.1 组合弹性模量理论推导

钢管混凝土加载方式参见图 1(a),弹性力学分析模型见图 1(b)。钢管混凝土柱为轴对称圆柱体,所受荷载也是轴对称的。所以,根据弹性力学理论,在柱体坐标系下,应力应变本构关系可写为:

收稿日期:2016-03-24

基金项目:国家自然科学基金项目(51378206,51468017);江西省重点基金项目(20143ACB21020);江西省优势科技创新团队建设设计划项目(20152BCB24006)

作者简介:陈梦成(1962—),男,教授,博士,博士生导师,研究方向为工程材料和结构安全。

考虑其横截面受力,画出钢管混凝土横截面受力图 2。

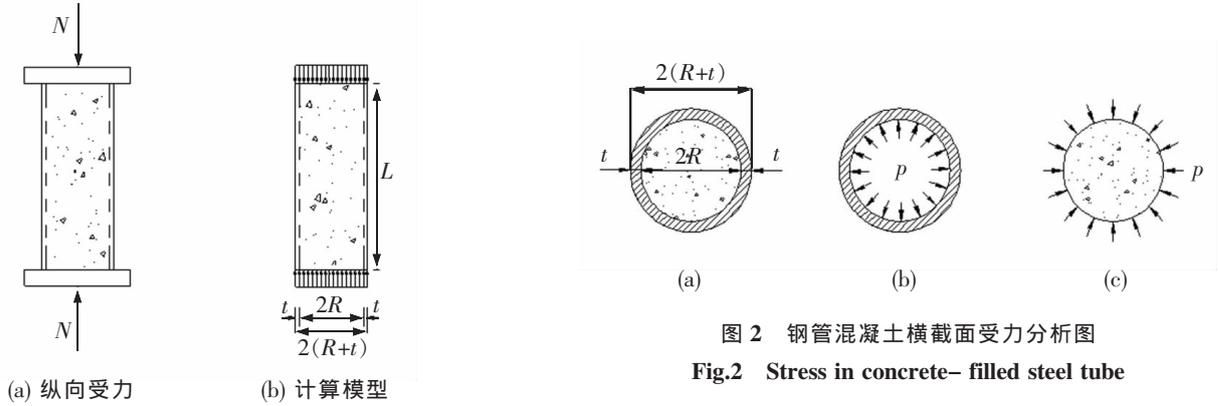


图 2 钢管混凝土横截面受力分析图
Fig.2 Stress in concrete-filled steel tube

图 1 纵向受力和计算模型
Fig.1 The axial loading and the calculation model

$$\epsilon_r = \frac{1}{E} (\sigma_r - \nu(\sigma_\theta + \sigma_z)) \tag{1a}$$

$$\epsilon_\theta = \frac{1}{E} (\sigma_\theta - \nu(\sigma_r + \sigma_z)) \tag{1b}$$

$$\epsilon_z = \frac{1}{E} (\sigma_z - \nu(\sigma_\theta + \sigma_r)) \tag{1c}$$

几何方程为

$$\epsilon_r = \frac{\partial u_r}{\partial r}, \epsilon_\theta = \frac{u_r}{r}, \epsilon_z = \frac{\partial u_z}{\partial z} \tag{2}$$

根据材料力学的相关知识,图 2(b) 圆筒(圆环)中应力可表示如下(根据拉梅公根据弹塑性力学和式):

$$\sigma_r = \frac{\frac{b^2}{r^2} - 1}{\frac{b^2}{r^2} - 1} q_a + \frac{1 - \frac{a^2}{r^2}}{1 - \frac{a^2}{b^2}} q_b, \sigma_\theta = \frac{\frac{b^2}{r^2} + 1}{\frac{b^2}{r^2} - 1} q_a - \frac{1 + \frac{a^2}{r^2}}{1 - \frac{a^2}{b^2}} q_b \tag{3}$$

式中: q_a 为圆筒周边内压应力; q_b 是圆筒周边外压应力; a 是圆筒内半径; b 为圆筒外半径; σ_r 是径向应力; σ_θ 为环向应力。

当只有内压力 q_a 作用时,则上式可化为

$$\sigma_r = \frac{\frac{b^2}{r^2} - 1}{\frac{b^2}{r^2} - 1} q_a, \sigma_\theta = \frac{\frac{b^2}{r^2} + 1}{\frac{b^2}{r^2} - 1} q_a \tag{4}$$

对于薄壁圆筒而言, $a=R, b=R+t$ (圆筒薄壁厚), $q_a=p, q_b=0$ 。因为 $t/R \ll 1$, 所以

$$\frac{b^2}{r^2} \cong 1, \frac{a^2}{b^2 - a^2} = \frac{R^2}{(R+t)^2 - R^2} = \frac{R}{2t} \tag{5}$$

钢管混凝土中含钢率定义为

$$\alpha = \frac{A_s}{A_c} = \frac{\pi(R+t)^2 - \pi R^2}{\pi R^2} \cong \frac{2t}{R} \tag{6}$$

因此,根据材料力学理论,钢管的径向应力 σ_r^s 和环向应力 σ_θ^s 分别可表示为

$$\sigma_r^s = -p, \sigma_\theta^s = \frac{2}{\alpha} q_a = \frac{2}{\alpha} p \tag{7}$$

同理,核心混凝土处于等向侧应力状态,其径向和环向应力可表示为

$$\sigma_r^c = \sigma_\theta^c = -p \tag{8}$$

所以,对钢管径向和纵向有:

$$\varepsilon_r^s = \frac{1}{E^s} (p + v^s (\frac{2}{\alpha} p + \sigma_z^s)) \quad (9a)$$

$$\varepsilon_z^s = \frac{1}{E^s} (\sigma_z^s - (\frac{2}{\alpha} p - p) v^s) \quad (9b)$$

对混凝土径向和纵向有:

$$\varepsilon_r^c = -\frac{1}{E^c} (p - v^c (p - \sigma_z^c)) \quad (10a)$$

$$\varepsilon_z^c = \frac{1}{E^c} (\sigma_z^c + 2pv^c) \quad (10b)$$

由式(9)和(10),可以得到:

$$\sigma_z^s = E^s \varepsilon_z^s + v^s (\frac{2}{\alpha} - 1) p \quad (11a)$$

$$\varepsilon_r^s = -\frac{1}{E^s} ((1 - v^s v^s + \frac{2}{\alpha} v^s (1 + v^s)) p - v^s \varepsilon_z^s) \quad (11b)$$

$$\sigma_z^c = E^c \varepsilon_z^c - 2pv^c \quad (11c)$$

$$\varepsilon_r^c = -\frac{1}{E^c} p (1 - v^c + 2v^c v^c) - v^c \varepsilon_z^c \quad (11d)$$

考虑钢管与混凝土共同协同工作条件,即: $\varepsilon_r^c = \varepsilon_r^s$, $\varepsilon_z^c = \varepsilon_z^s = \varepsilon_z^{sc}$, 则由(11b)和(11d)得:

$$\frac{1}{E^c} p (1 - v^c - 2v^c v^c) + v^c \varepsilon_z^c = \frac{1}{E^s} ((1 - v^s v^s + \frac{2}{\alpha} v^s (1 + v^s)) p + v^s \varepsilon_z^s) \quad (12a)$$

$$p = \frac{\lambda \alpha (v^s - v^c) E^c \varepsilon_z^{sc}}{\lambda \alpha (1 - v^c - 2v^c v^c) - \alpha (1 - v^s v^s) - 2v^s (1 + v^s)} \quad (12b)$$

式中: $\lambda = E^s / E^c$ 。

钢管的面积 $A_s = \pi(R+t)^2 - \pi R^2 = 2\pi Rt$, 混凝土面积 $A_c = \pi R^2$, 那么钢管混凝土轴向压力 $N = N_s + N_c$, 因此,由式(11a)和(11b),轴向压应力有:

$$\sigma_z^{sc} = \frac{N}{A_s + A_c} = \frac{A_s}{A_s + A_c} \sigma_z^s + \frac{A_c}{A_s + A_c} \sigma_z^c = \frac{1}{1 + \alpha} (\alpha E^s + E^c) \varepsilon_z^{sc} + \frac{2}{1 + \alpha} p (v^s - v^c) \quad (13)$$

将式(12b)代入式(13),得:

$$\sigma_z^{sc} = \frac{E^c}{1 + \alpha} \left[(1 + \lambda \alpha) + \frac{2\lambda \alpha (v^s - v^c)^2}{\lambda \alpha (1 - v^c - 2v^c v^c) - \alpha (1 - v^s v^s) - 2v^s (1 + v^s)} \right] \varepsilon_z^{sc} = E^c \eta \varepsilon_z^{sc} \quad (14)$$

所以钢管混凝土的组合轴压弹性模量定义如下表达式:

$$E^{sc} = E^c \eta = E^c \left[\frac{1 + \lambda \alpha}{1 + \alpha} + \frac{\alpha}{1 + \alpha} \times \frac{2\lambda (v^s - v^c)^2}{\lambda \alpha (1 - v^c - 2v^c v^c) - \alpha (1 - v^s v^s) - 2v^s (1 + v^s)} \right] \quad (15)$$

其中

$$\eta = \left[\frac{1 + \lambda \alpha}{1 + \alpha} + \frac{\alpha}{1 + \alpha} \times \frac{2\lambda (v^s - v^c)^2}{\lambda \alpha (1 - v^c - 2v^c v^c) - \alpha (1 - v^s v^s) - 2v^s (1 + v^s)} \right]$$

组合截面的轴压刚度为组合轴压弹性模量乘以截面面积。

1.2 钢管混凝土柱轴向压力分配

钢管混凝土柱在轴向压力作用下,外钢管和核心混凝土共同受力,变形协调。根据材料力学公式有:

$$N = N_s + N_c \quad (16)$$

其中 N_s 为钢管承担的轴向压力, N_c 是核心混凝土承担的轴向压力。

1.2.1 不考虑紧箍力作用

此时变形协调条件只有一个,即外钢管和核心混凝土的轴向应变相等: $\varepsilon_z^s = \varepsilon_z^c$ 。由材料力学知识,有:

$$\frac{N_s}{E^s A_s} = \frac{N_c}{E^c A_c} \quad (17)$$

将式(17)代入式(16),得到核心混凝土分担的轴向压力为

$$N_c = \frac{E^c A_c}{E^s A_s + E^c A_c} N = \frac{1}{1 + \lambda \alpha} N = \xi_c^p N \quad (18)$$

1.2.2 考虑紧箍力作用

此时变形协调条件除了要求外钢管和核心混凝土的轴向应变相等意外,还要求它们的径向应变也应该相同,即 $\varepsilon_r^c = \varepsilon_r^s$, 因此,由式(9)和(10)可以得到以下方程:

$$\left[\lambda(1 - v^c) - 1 - \frac{2}{\alpha} v^s \right] p = v^s \sigma_z^s - \lambda v^c \sigma_z^c \quad (19)$$

$$\left[2\lambda v^c - v^s + \frac{2}{\alpha} v^s \right] p = \sigma_z^s - \lambda \sigma_z^c \quad (20)$$

消去上两式中的 p , 得:

$$\frac{\lambda \alpha (1 - v^c) - 2v^s - \alpha}{2\lambda \alpha v^c + 2v^s - \alpha v^s} = \frac{v^s \sigma_z^c - \lambda v^c \sigma_z^c}{\sigma_z^s - \lambda \sigma_z^c} \quad (21)$$

令

$$m = \frac{\lambda \alpha (1 - v^c) - 2v^s - \alpha}{2\lambda \alpha v^c + 2v^s - \alpha v^s} \quad (22)$$

则由式(21),有:

$$\sigma_z^s = \frac{\lambda(m - v^c)}{(m - v^s)} \sigma_z^c = n \sigma_z^c \quad (23)$$

由于

$$N = N_s + N_c = \sigma_z^s A_s + \sigma_z^c A_c = (1 + n\alpha) \sigma_z^c A_c = (1 + n\alpha) N_c \quad (24)$$

因此,核心混凝土的轴向压力分配系数为

$$\xi_c^p = \frac{N_c}{N} = \frac{1}{1 + n\alpha} \quad (25)$$

钢管的轴向压力分配系数为

$$\xi_s^p = 1 - \xi_c^p \quad (26)$$

2 计算结果与讨论

根据本文推导的钢管混凝土柱组合弹性模量和轴向压力分配系数公式,通过 MATLAB 编程,讨论了外钢管对核心混凝土的紧箍效应,混凝土等级强度和含钢率对组合弹性模量和轴向压力分配的影响。

2.1 紧箍效应

根据式(12b),钢管混凝土柱的外钢管对核心混凝土的紧箍效应定义如下:

$$\gamma = \frac{p}{E^c \varepsilon_z^c} = \frac{\lambda \alpha (v^s - v^c)}{\lambda \alpha (1 - v^c - 2v^c v^s) - \alpha (1 - v^s v^s) - 2v^s (1 + v^s)} \quad (27)$$

以 C30 混凝土为例,取含钢率为 0.1,混凝土泊松比为变量,得出紧箍效应 γ 与混凝土泊松比关系的变化规律,参见下图如下:

由上图可以看出,当 $v^c < v^s (=0.283)$ 时, γ 一直处于负状态,说明核心混凝土与外钢管之间处于受拉状态,外钢管没有紧箍效应,但当 $v^c \geq v^s (=0.283)$ 以后,外钢管紧箍效应开始产生作用,而且随着核心混凝土的泊松比 v^c 不断增大,紧箍效应也不断增大,但当 v^c 达到一定值的时候,紧箍效应逐渐变得平稳。

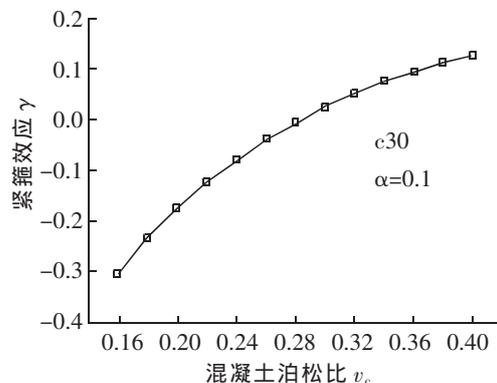


图 3 关系曲线图

Fig.3 Relationship curve

2.2 组合弹性模量

根据式(15)计算,钢管混凝土柱的组合弹性模量 E^{sc} 与混凝土强度等级和含钢率 α 的关系参见如下表 1。从表 1 可以看出,随着含钢率的增大组合弹性模量 E^{sc} 也逐渐增大,同时随着混凝土强度的增加,组合弹性模量 E^{sc} 也随着增大。另外,为了考察钢管混凝土柱外钢管对核心混凝土的紧箍效应,我们依据表 1 的计算结果,还计算得了组合弹性模量与混凝土弹性模量的比值 k_1 和组合弹性模量与钢管弹性模量的比值 k_2 ,具体结果如表 2 和表 3 所示。

表 1 组合弹性模量 E^{sc}
Tab.1 The composite elastic modulus MPa

混凝土 强 度	含钢率				
	0.04	0.08	0.12	0.16	0.20
C30	36 762	43 020	48 825	54 219	59 224
C40	39 166	45 335	51 060	56 384	61 333
C50	41 089	47 188	52 847	58 810	63 012
C60	42 531	48 577	54 187	59 406	64 268
C70	43 493	49 503	55 081	60 269	65 105
C80	44 454	50 429	55 974	61 133	65 941

表 2 组合弹性模量 E^{sc} 与混凝土弹性模量 E^c 之比(k_1)
Tab.2 The ratio of E^{sc} to $E^c(k_1)$

混凝土 强 度	含钢率				
	0.04	0.08	0.12	0.16	0.20
C30	1.225 4	1.434 0	1.627 5	1.807 3	1.974 1
C40	1.305 5	1.511 2	1.702 0	1.879 4	2.044 4
C50	1.369 6	1.572 9	1.761 5	1.960 3	2.100 4
C60	1.417 7	1.619 2	1.806 2	1.980 2	2.142 2
C70	1.449 7	1.650 1	1.836 0	2.008 9	2.170 1
C80	1.481 8	1.680 9	1.865 8	2.037 7	2.198 0

表 3 组合弹性模量 E^{sc} 与钢弹性模量 E^s 之比(k_1)
Tab.3 The ratio of E^{sc} to $E^s(k_1)$

混凝土 强 度	含钢率				
	0.04	0.08	0.12	0.16	0.20
C30	0.178 5	0.208 8	0.237 0	0.263 1	0.287 5
C40	0.190 1	0.220 1	0.247 9	0.273 7	0.297 7
C50	0.199 5	0.229 1	0.256 5	0.285 5	0.305 9
C60	0.206 5	0.235 8	0.263 0	0.288 3	0.312 0
C70	0.211 1	0.240 3	0.267 4	0.292 6	0.316 0
C80	0.215 8	0.244 8	0.271 7	0.296 8	0.320 1

由表2和表3可得 $E^{sc} \sim (1.225 \sim 2.198) E^c$, $E^{sc} \sim (0.178 \sim 0.320) E^s$, 该结果与钟善桐^[1,5]的统一理论结果 $E^{sc} \sim (1.177 \sim 2.174) E^c$, $E^{sc} \sim (0.180 \sim 0.340) E^s$ 总体上几乎完全一致。从组合弹性模量与混凝土弹性模量的比值来看,由于外钢管的紧箍作用,使得混凝土抗压刚度明显增大,至少提高20%以上。

2.3 轴向压力分配

根据式(18)和(26)计算,我们分别计算了不考虑紧箍效应和考虑紧箍效应时的轴向压力分配系数,计算结果列表于表4和表5。

表4 混凝土轴向压力的分配系数(不考虑紧箍力) ξ_c^o
Tab.4 The distribution coefficient of concrete axial compression(unconfined) ξ_c^o

混凝土 强度	含钢率				
	0.04	0.08	0.12	0.16	0.20
C30	0.784 5	0.645 4	0.548 2	0.476 5	0.421 3
C40	0.797 7	0.663 5	0.568 0	0.496 5	0.441 0
C50	0.807 2	0.676 7	0.582 6	0.511 4	0.455 7
C60	0.813 7	0.686 0	0.592 9	0.522 0	0.466 3
C70	0.817 9	0.691 8	0.599 5	0.528 9	0.473 1
C80	0.821 8	0.697 5	0.605 9	0.535 5	0.479 8

表5 混凝土轴向压力的分配系数(考虑紧箍力) ξ_c^c
Tab.5 The distribution coefficient of concrete axial compression(confined) ξ_c^c

混凝土 强度	含钢率				
	0.04	0.08	0.12	0.16	0.20
C30	0.781 2	0.638 8	0.537 6	0.459 9	0.393 0
C40	0.794 7	0.657 5	0.558 6	0.482 6	0.419 7
C50	0.804 3	0.671 1	0.574 0	0.499 1	0.437 8
C60	0.811 0	0.680 6	0.584 8	0.510 6	0.450 2
C70	0.815 2	0.686 7	0.591 7	0.518 0	0.458 0
C80	0.819 2	0.695 2	0.598 3	0.525 1	0.465 2

从表4和表5可以看出,随着含钢率增大,混凝土轴向压力分配系数呈递减趋势,说明外钢管承担的轴向压力呈增大趋势;随着混凝土强度等级升高,混凝土轴向压力分配系数亦增大,说明外钢管承担的轴向压力相应减少。比较表4和5中结果,还可以看出,考虑紧箍效应情况下的混凝土轴向压力分配系数要小一些,说明此时由于钢管于混凝土之间的粘结作用,核心混凝土的轴向压力有一部分传递给外钢管了,即钢管承担的轴向压力相应增大了一些。

3 结论

本文采用弹性力学理论和材料力学知识,高出了钢管混凝土柱的组合弹性模量和轴向压力分配公式,结果发现它们均与钢管和混凝土的泊松比、弹性模量、横截面直径相关。采用理论计算公式讨论了混凝土强度等级和含钢率对钢管混凝土柱组合弹性模量和轴向压力分配的影响,也分析了混凝土泊松比对紧箍效应的影响。通过讨论与分析,可以得出以下结论:

- 1) 本文理论计算结果与钟善桐^[1,5]的统一理论结论总体上几乎完全一致;
- 2) 钢管混凝土柱组合弹性模量随含钢率和混凝土强度等级增大而增大, 核心混凝土轴压刚度由于受到钢管横向约束作用而提高至少 20%;
- 3) 核心混凝土的轴向压力随含钢率增加而递减, 随混凝土等级强度提高而增大, 钢管的轴向压力则与之相反。另外, 考虑钢管紧箍效应的时候, 核心混凝土的轴向压力由于钢管与混凝土之间的粘结作用有一部分传递到钢管;
- 4) 当 $v^c < v^s$ 时, 核心混凝土与外钢管均处于受拉状态, 外钢管没有紧箍效应, 但当 $v^c \geq v^s$ 以后, 外钢管紧箍效应开始产生作用, 而且随着核心混凝土的泊松比 v^c 不断增大, 紧箍效应也不断增大, 但当 v^c 达到一定值的时候, 紧箍效应逐渐变得平稳。

参考文献:

- [1] 钟善桐. 钢管混凝土统一理论[J]. 哈尔滨建筑工程学院学报, 1994(6):21-27.
- [2] 韩林海. 钢管混凝土结构: 理论与实践[J]. 福州大学学报: 自然科学版, 2001(6):24-34.
- [3] JGJ 138-2001, 型钢混凝土组合结构技术规程[S]. 北京: 中国建筑出版社, 2001:45-49.
- [4] ROEDER C W, CAMERON B, BROWN C B. Composite action in concrete filled tubes [J]. Journal of Structural Engineering, ASCE, 1999, 125(5):477-484.
- [5] 钟善桐. 钢管混凝土的刚度分析[J]. 哈尔滨建筑大学学报, 1999, 32(3):13-18.
- [6] 康希良. 钢管混凝土组合力学性能及粘结滑移性能研究[D]. 西安: 西安建筑科技大学, 2008:42-65.
- [7] 陈志华, 李黎明. 方钢管混凝土柱的轴向压力分配系数研究[J]. 钢结构, 2005(1):23-25.
- [8] 黄平明, 张征文, 刘国林, 刘柱国. 内填式钢管混凝土构件受箍机理分析[J]. 西安公路交通大学学报, 2001(4):43-45.
- [9] 黄平明, 卓静. 受箍混凝土力学机理研究[J]. 华东公路, 2000(1):26-29.

Elastic Mechanics Analysis of Composite Elastic Modulus and Axial Compressive Distribution for Concrete-Filled Steel Tubular Columns

Chen Mengcheng, Li Qi

(School of Civil Engineering and Architecture, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China)

Abstract: In this paper formulae to evaluate the composite elastic modulus and the axial compressive distribution of concrete filled steel tubular (CFST) columns were derived by combining elastic mechanics and working conditions of concrete-filled steel tubular columns. It showed that the elastic modulus relates to not only the Poisson ratio, section diameter and elastic modulus of the concrete, but also the Poisson ratio, wall thickness and modulus of the steel tube. As an application example, effects of concrete strength grade and steel ratio on the composite elastic modulus of CFST and its axial compressive distribution were discussed through MATLAB. Results indicated that, the concrete compression distribution coefficient decreased with the increase of the steel ratio but increased with increasing concrete strength grade; part of axial compression in the core concrete was transferred to the outer steel tube for the confined CFST compared to the unconfined CFST; the greater the steel ratio and the concrete strength grade, the larger the composite elastic modulus of CFST. The present theoretical results of the composite elastic modulus were in good agreement with those calculated by the unified theory.

Key words: concrete-filled steel tube; theory of elasticity; constitutive relationship; composite elastic modulus; axial compressive distribution coefficient

(责任编辑 王建华)