

文章编号:1005-0523(2016)06-0022-09

强磁场驱动下的石墨烯中量子光学现象及其应用

刘少鹏,刘莎莎,杨文星

(东南大学物理系,江苏南京 211189)

摘要:强磁场驱动下的单层石墨烯拥有奇特的电子和光学性质,具体包括线性的色散关系、无质量的 Dirac 低能电子、电子态的手征性和特殊的带内跃迁选择定则。这些性质已经涉及到量子光学和固体材料科学领域,也为相干光学和非线性光学的应用提供了基本素材。本论述从理论的角度,运用量子力学的方法求解密度矩阵和 Maxwell 传播方程,并在磁场驱动下的石墨烯中得到各种光学效应。更具体的说是外加电磁场与量子化的 Landau 能级发生相互作用,不仅使得这些 Landau 能级之间的电子态产生量子相干和量子干涉效应,而且带来了明显的线性和非线性光学回复。此外,还将以太赫兹 (THz) 检测、脉冲的相干调控、增强的非线性、光学孤子、四波混频和超 Raman 散射这几个具体的实例,来介绍如何实现强磁场驱动下的石墨烯的光学效应。

关键词:石墨烯;相干光学效应;非线性光学效应

中图分类号:0431.2 **文献标志码:**A

DOI:10.16749/j.cnki.jecjtu.2016.06.003

石墨烯作为一种二维材料的典型代表,具有碳原子组成的六方晶格结构。2004年,Geim和Novoselov首次在实验中制备出单层石墨烯^[1],这一突破掀起了研究者对二维材料的研究热潮,在凝聚态物理和材料科学领域中具有重要意义。众所周知,一种材料的物理化学性质主要取决于它的电子结构和光学性质。一方面,石墨烯之所以能够不同于其他的半导体材料,是因为石墨烯中的低能电子可以被视为无质量的 Dirac 费米子,它的运输行为可以被 Dirac 方程所描述^[2-4]。许多新奇的现象,例如: Klein 隧穿^[5]和半整数的量子 Hall 效应等^[6-8],正是这种电子性质所决定的。另一方面,石墨烯的磁光性质带来有趣的现象,包括多吸收峰的光学响应和 Landau 能级内的跃迁选择定则^[9-12]。最近的报道中^[13-15]也展示了一个高质量的外延石墨烯具有很高的室温迁移率以及在太赫兹和红外频段的磁光效应。基于这些独特的电子和光学特性,石墨烯必将成为最具潜力的光电材料之一。

目前为止,石墨烯在力学、热学、电学、光学方面丰富的物理性质都被发掘^[16]。随之,在强磁场驱动下的石墨烯能够产生增强的三阶非线性极化率也被提出^[11]。当石墨烯的价带和导带在其布里渊区不等价的两个边界点(通常记为 K 点和 K' 点)相接触,呈现出其低能电子具有线性的色散关系,正是这样的色散关系引起了增强的三阶非线性。研究表明:强磁场驱动下的石墨烯类似于量子阱异质结构,可以在其梯形的能带结构中实现光与物质的非线性相互作用^[17-20]。得益于这种光学现象的出现,各种相干光学效应和非线性光学效应也陆续被发现^[21-25]。

本论述将从量子光学和非线性光学的角度,首先建立起磁场驱动下的石墨烯的能带结构和 Landau 能级内的光学跃迁的理论基础。其次,基于量子相干和量子干涉效应,介绍石墨烯体系中所产生的线性的和非

收稿日期:2016-09-11

基金项目:国家自然科学基金(11374050,61372102);东南大学优秀博士学位论文培育基金(YBJJ1622)

作者简介:刘少鹏(1990—),男,博士研究生,研究方向为量子光学。

通讯作者:杨文星(1979—),男,教授,博士生导师,长期从事量子光学和量子信息以及非线性光学方面的理论研究工作,先后获得中国科学院“院长优秀奖”、湖北省自然科学二等奖、湖北省优秀博士论文等奖项。2011年入选东南大学优秀青年教师资助计划,2012年入选江苏省“青蓝工程”中青年学术带头人。在 Physical Review A, Optics Letters, Optics Express 等国内外权威刊物上发表 SCI 论文 60 余篇,其中第一作者 40 篇,论文被他人正面引用 1000 余次,单篇最高引用近 150 次,H 因子 18。

线性的光学效应。最后,我们将以太赫兹检测^[21]、脉冲的相干调控、增强的非线性^[11,18]、光学孤子^[22,23]、四波混频^[24]和超 Raman 散射^[25]这几个具体的实例,来介绍如何实现在强磁场驱动下的石墨烯的光学效应。

1 强磁场驱动下的石墨烯的能带结构

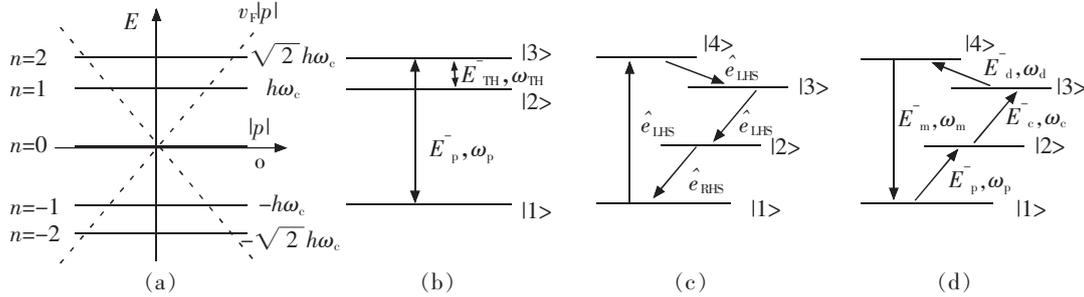


图 1 (a) 石墨烯的 Landau 能级示意图^[11]。(b) THz 检测的能级跃迁示意图^[21]。(c) 四波混频的能级跃迁示意图^[11,18],且混频场的频率为 $\omega_{43}=\omega_{41}-\omega_{32}-\omega_{21}$ 。(d) 四波混频的能级跃迁示意图^[24],且四波混频的频率为 $\omega_m=\omega_p-\omega_c-\omega_d$ 。

Fig.1 (a) Schematic of Landau levels in graphene^[18]. (b) Energy level diagram and optical transitions for THz signal detection^[21]. (c) Energy level diagram and optical transitions for four wave mixing (FWM)^[11,18], and the frequency of FWM field $\omega_{43}=\omega_{41}-\omega_{32}-\omega_{21}$. (d) Energy level diagram and optical transitions for FWM^[24], and the frequency of FWM field $\omega_m=\omega_p-\omega_c-\omega_d$.

1.1 能带结构

单层石墨烯是由一系列碳原子组成的六方晶格结构, 它的电子能带结构早已被紧束缚模型所解释^[26]。而我们本节着重介绍的是:当石墨烯被强磁场驱动时,其能带结构的演化过程。当外加的强磁场垂直通过单层石墨烯时,位于 Dirac 点附近,原本连续的能带将分裂成为离散的 Landau 能级结构。对于这种状态的单层石墨烯,其有效的 Hamiltonian^[27-29]可以被表示为一个 4×4 的矩阵形式,如下:

$$H_0=v_F \begin{pmatrix} 0 & \pi_x-i\pi_y & 0 & 0 \\ \pi_x-i\pi_y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \pi_x-i\pi_y \\ 0 & 0 & \pi_x-i\pi_y & 0 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

这里, $\pi=p+eA/c$, p 是电子动量算符, A 是矢势算符相当于 $(0, Bx)$ 且 B 为恒定磁场。在计算上述 Hamiltonian 时, K 和 K' 点的相互耦合已经被忽略,所以每个点都可以通过 Schrödinger 方程 $(H_0\Psi=\varepsilon\Psi)$ 来求解。例如, K 点的 Hamiltonian 是 $H_0=v_F \sigma \cdot \pi$ (σ 为 Pauli 算符, v_F 为费米速度), 而它的本质函数 (如图 2)。

由量子数 n 和 y 方向的波矢表征, 具体表达式如下:

$$\Psi_{n,k}(r) = \frac{C_n}{\sqrt{L}} e^{(-ik,y)} \begin{pmatrix} \text{sgn}(n) i^{|n|-1} \\ i^{|n|} \phi_{|n|} \end{pmatrix}, \quad (2)$$

其中的系数分别为: $C_n = \begin{cases} 1 & (n=0) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & (n \neq 0) \end{cases}$, $\phi_{|n|} =$

$$\frac{H_{|n|}((x-l_c^2 k_y)/l_c)}{\sqrt{2^{|n|} |n|!} \sqrt{\pi l_c}} e^{[-\frac{1}{2}(\frac{x-l_c^2 k_y}{l_c})^2]}$$
; 磁长的表达式为

$l_c = \sqrt{ch/eB}$; $H_n(x)$ 为 Hermite 多项式。通过将上

式带入 Schrödinger 方程, 可以得到系统的本征能量和本征频率, 如下:

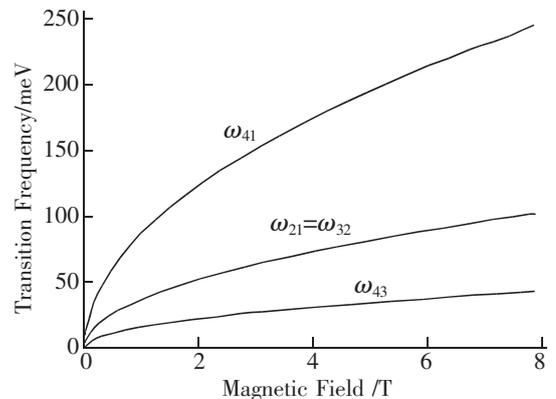


图 2 石墨烯离散能带跃迁频率图^[18]
Fig.2 Transition frequency of discrete Landau levels in graphene^[18]

$$\varepsilon_n = \text{sgn}(n)h\omega_c\sqrt{|n|} \text{ 和 } \omega_c = \sqrt{2}v_F/l_c. \quad (3)$$

式(3)中的量子数只取整数值,即: $n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$,并且它的正负值分别相对于电子和空穴。结合图1(a)所示,当没有外加磁场时,石墨烯的 Landau 能级具有线性的电子色散关系,即 $E = \pm v_F |p|$ 。当外加强磁场驱动石墨烯时,原本的狄拉克锥形的能带演变为分裂的能级结构。通过上述的计算可知,当外加磁场强度为 0.01~10 T 时,邻近的 Landau 能级跃迁频率都位于中红外到 THz 频段(如图 2 所述),具体的跃迁频率可以用以下表达式估算: $h\omega_c \approx 36\sqrt{B(\text{Tesla})} \text{ meV}^{[11,18]}$ 。

1.2 选择定则

当一个经典光场(其表达式为 $E = E(\omega)e^{-i\omega t}e$ 且极化方向在 $x-y$ 平面内)入射到上述分立的能级时,光场和石墨烯系统将会发生相互作用,因此矢势 $A_{\text{opt}} = icE/c$ 必须被添加到广义动量算符 π 中。于是,就得到了光与物质相互作用的 Hamiltonian:

$$H_{\text{int}} = v_F \sigma \cdot \frac{e}{c} A_{\text{opt}}. \quad (4)$$

从式(4)可以看出,相互作用的 Hamiltonian 正比于矢势,这也是石墨烯呈现线性色散关系的原因。而且,该 Hamiltonian 并不依赖于动量算符,而是与 Pauli 算符呈线性关系。如果将系统 Landau 能级间的光学跃迁用量子力学的方法表示,则有如下表达式:

$$\langle i | H_{\text{int}} | j \rangle = \frac{iv_F}{\omega} \langle i | \sigma_x x + \sigma_y y | j \rangle \cdot E, \quad (5)$$

式(5)中的 $\langle i | \sigma_x x + \sigma_y y | j \rangle$ 可以具体地写为

$$\sqrt{2} C_i C_j (-i)^{|n_i|+|n_j|-1} \text{sgn}(n_i) \langle \phi_{|n_i|-1} - \phi_{|n_i|} \rangle \cdot e_{\text{LHS}} + \text{sgn}(n_j) \langle \phi_{|n_j|} - \phi_{|n_j|-1} \rangle \cdot e_{\text{RHS}},$$

这里的 $e_{\text{LHS}} = [x - iy]/\sqrt{2}$ 代表左旋偏振光,而 $e_{\text{RHS}} = [x + iy]/\sqrt{2}$ 代表右旋偏振光。又因为波函数 ϕ_n 是正交完备的,所以只有当 $|n_i|-1 = |n_j|$ 或者 $|n_i| = |n_j|-1$ 时,上述表达式才有非零解。因此,可以得到允许带内跃迁的选择定则为: $\Delta |n| = \pm 1$ 。细节上,左旋偏振光的跃迁对应于 $\Delta |n| = +1$,右旋偏振光的跃迁对应于 $\Delta |n| = -1$ ^[10]。

2 相干光学效应

相干光学效应是建立在光与物质相互作用的基础上,是量子光学研究领域内一个非常重要的现象。相干光学效应常常会伴随着量子干涉的发生,这其中有一个有趣的例子就是电磁诱导透明(简称 EIT)。这种形式的干涉效应早已在原子和半导体材料中被人们所认知^[30-34],也产生了许多新奇有趣的现象,例如:光群速减慢^[35-36]、无反转激光^[37]等。最近的研究表明,拥有离散 Landau 能级的石墨烯不仅能产生这样的相干光学效应,而且也能产生出更具优势的光学装置和光学应用,这为二维材料在光学领域开辟了一个新的章节。以下,我们将以太赫兹检测^[21]和脉冲的相干控制为例,介绍石墨烯中的这种相干光学效应。

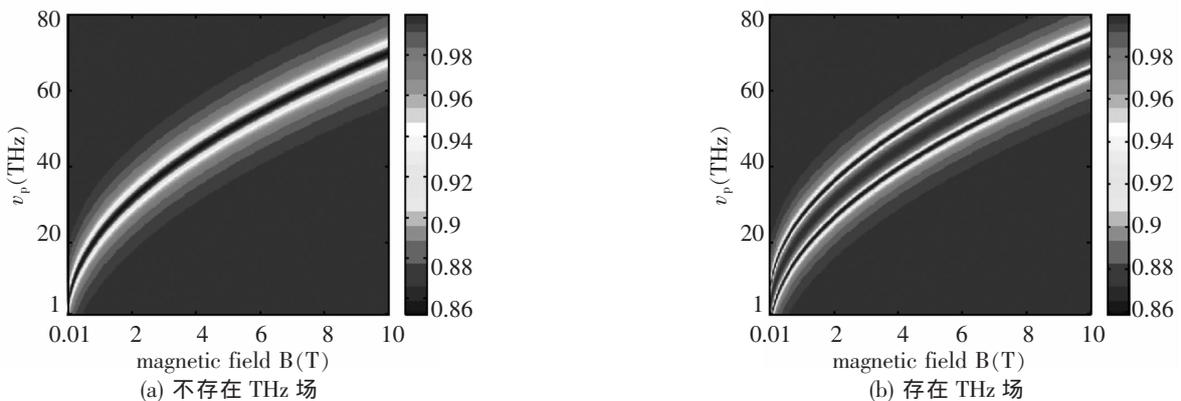


图 3 探测场的透射图^[21]

Fig.3 Contour maps of transmission spectra of the probe field^[21]

2.1 太赫兹检测

太赫兹在电磁波谱中所处的位置特殊,这使它具有很多独特的性质,包括透视性、安全性、光谱特征、瞬态性和宽带性。由于太赫兹频段的电磁波很容易被大气中水分子所吸收,这成为限制了 THz 技术发展的重要原因。但是,在强磁场驱动下的石墨烯具备 THz 频段的能带结构,这无疑是将 THz 技术扩展到石墨烯材料中的研究基础。不同于运用非线性倍频和低频振荡器频率转换的传统 THz 技术^[38-39],这里所提出的 THz 探测技术主要是建立在量子干涉效应的基础上^[21],利用量子破坏性干涉带来的不同光学现象。具体如下:

为了建立一个光与物质相互作用的环境,一个弱的探测场和一个强的 THz 场垂直入射到单层石墨烯中,并且构建了 $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$ 和 $|2\rangle \rightarrow |3\rangle$ 的带内跃迁路径,如图 1(b)所示。这样的跃迁路径可以类比为三能级位型,只要将共振的弱探测场和强控制场加入到其中,必将产生 EIT 效应。通过运用 Liouville's 定理以及求解稳态的密度矩阵方程,很容易得出系统极化率的表达式为:

$$\chi(\omega_p) = \frac{N\mu_{31}^2}{2\varepsilon_0\hbar} \cdot \frac{\rho_{31}}{\Omega_p} = \beta \frac{-id_{21}}{d_{21}d_{31} + \Omega_{TH}^2}, \quad (6)$$

上式的参数分别为 $\beta = \frac{N\mu_{31}^2}{\varepsilon_0\hbar}$, $d_{21} = -\left[\frac{\gamma_2}{2} + i(\Delta p - \Delta m)\right]$ 和 $d_{31} = -\left(\frac{\gamma_3}{2} + i\Delta p\right)$ 。当探测场沿石墨烯介质传播时,必然遵守 Maxwell 传播方程,即:

$$\frac{\partial \Omega_p}{\partial z} + \frac{1}{v_F} \frac{\partial \Omega_p}{\partial t} = i\alpha_p \gamma_3 \rho_{31}. \quad (7)$$

为了证明 EIT 效应和 THz 检测方案的可行性。在图 3 所示的探测场透射谱中,当不存在 THz 场时,探测场仅仅是由于光学共振而被吸收。但是,当强的 THz 场被加入到系统中时,在两条吸收峰中间出现了一道狭窄的透明窗口。从物理上解释就是:当 THz 场和探测场共同激发石墨烯带内跃迁时,两条跃迁路径之间发生量子干涉效应,使探测场无吸收地通过石墨烯,表现为单个 EIT 窗口。更重要的是,通过对比图 3(a)和图 3(b),可以发现有没有 THz 场的参与,探测场表现出不同的光学回复。从探测场的透射谱中,我们就能分析出是否有 THz 场的参与,从而达到检测 THz 场的效果。

2.2 脉冲的相干调控

一般而言,脉冲的相干调控指的是:在量子光学领域内,利用一束控制场脉冲对另一束探测场脉冲进行动力学的相干调控。这种以光控光的概念直接带来了全光开关的构思。相比于传统的电子开关在高速、大容量的传输上存在带宽限制、串话和高功耗等缺点,全光开关的出现不仅能够打破这样的“电子瓶颈”,而且能够提供一个超快、稳定的应用平台。近些年来,对全光开关的研究主要集中于原子、光纤和半导体材料中。例如:1998年,Harris和Yamamoto^[40]考虑在一个四能级原子系统中,首次从理论上提出实现吸收型全光开关的方案。接着,Yan等人^[41]从实验上验证了上面方案的可行性。后来,Wu^[42-43]等人利用 Fano 型干涉,讨论了在固体量子阱异质结构中如何实现超快全光开关。

依据上述实现 EIT 效应的三能级石墨烯能带结构(如图 1(b)所示),我们提出一个脉冲双向控制的全光开关的构思。一方面,利用太赫兹场和 Landau 能级间的强耦合,从而产生量子破坏性干涉,实现介质对探测场吸收的调控。另一方面,通过调节脉冲的相对强度,可以交换太赫兹场和探测场的干涉地位,实现介质对太赫兹场吸收的调控。此外,当我们用一个随时间演化的方波脉冲模拟这样的过程时,便能得到探测场和 THz 场分别随时间演化的开关功能。

3 非线性光学效应

非线性光学是非线性物理学的一个重要的分支学科,主要研究的是介质的极化率随着光场的频率、相位或振幅等因素的变化而变化的规律。非线性光学效应包括光学孤子^[44-46]、增强的非线性^[9]、各种混频过程^[47]、受激 Raman 散射^[25,48]等,它在激光技术、光学通讯以及电子仪器等领域有着重大的应用价值。稳定的固态非线性材料一直都是人们寻求的目标,而石墨烯以其特殊的电子和光学性质成为拥有巨大光学非线性的可能。由此,直接引起了人们对于石墨烯中非线性效应的研究热潮^[17-25]。本节,我们将从如何在石墨烯中实现增

强的光学非线性讲起,并具体阐述几种代表性的非线性光学效应。

3.1 增强的光学非线性

研究石墨烯的光学非线性,是了解这种材料的光学性质及机制同其电子结构的关系到重要途径,也为其在光电器件上的潜在应用提供依据。事实上,利用经典的动力学理论和倍频效应,没有强磁场驱动的石墨烯已经被证明具有光学非线性的潜质^[49]。相比于之前的研究,Yao等人则通过选取四个 Landau 量子化能级以及入射的相干光场,如图 1(c)所示,构建一个非线性混频过程。通过这样的混频效应,证明了强磁场驱动下的石墨烯能够提供一个更加强大的光学非线性^[11]。具体的方案呈现如下:

由于特殊的电子结构,石墨烯的 Landau 能级在强磁场驱动下被离散化。根据特殊的选择定则,将拥有不同偏振和频率的光施加到所选取的能级跃迁上。由此,构建出图 1(c)所示的光与物质相互作用的系统。需要强调的是,由于没法直接测量非线性的强度,只能用类似的三阶混频效应的信号强度来衡量非线性大小。通过采用量子-密度矩阵方法,得到二维的三阶非线性极化率:

$$\chi^{(3)}_{2D} \sim \frac{3\mu_{34}\mu_{41}\mu_{32}\mu_{21}f(x,y)}{\pi l_c^2(\hbar\gamma)^3} \sim \frac{3.7 \times 10^{-9} f(x,y)}{B(T)} \text{esu}。 \quad (8)$$

当磁场 $B=3T$, 石墨烯厚度 $\sim 3\text{\AA}$, $f(x,y)=3$ 时,将上式的二维极化率拓展到三维,可以估算 $\chi^{(3)}_{2D} \sim 0.37 (1/B(T))\text{esu}=5 \times 10^{-9} (1/B(T))\text{m}^2/\text{V}^2$ 。这样的三阶极化率已经远远大于其他材料。

3.2 光学孤子

孤子又称孤立波,是指一种特殊形式的光学脉冲,它在非线性介质中传播时保持形状、振幅和速度均不发生变化。按照孤子的性质又可分为时间孤子和空间孤子。近些年来,光学孤子的发展涉及到多种非线性介质,包括原子介质^[50],半导体量子点和量子阱^[44-46],光学纤维^[51]以及我们所关注的石墨烯^[52-54]等。在石墨烯锁模光纤中,人们通过实验已经实现了对于矢量孤子^[52]和耗散孤子^[53-54]的观测。此外,McEuen等人利用电子显微镜测量了双层石墨烯中孤子的脉宽、运动形式以及拓扑性质^[55]。理论上,Garcia-Vidal等人也证实了单层石墨烯可以支持空间光孤子的传播^[56]。但是,以上的成果都是建立在非磁场驱动的石墨烯上,因此,在量子化的 Landau 能级中通过光与物质相互作用,来探索光学孤子的形成,依旧具有现实的物理意义。

2014年,Ding等人从理论上,在强磁场驱动下的石墨烯中展示了超慢的红外孤子^[23]。其本质依然是基于量子相干和量子干涉效应,实现光与石墨烯介质的相互作用,间接产生强大的光学非线性。利用这样的非线性去平衡超短脉冲在传播过程中的光学色散,最终得到这样的超慢的红外孤子。此外,Ding等研究者还提出另外一种方案^[22],通过一个类似图 1(d)中的四波混频过程,实现探测场和信号场的孤子对。基于相位匹配和三阶非线性平衡光学色散的原理,在合理的参数区间内,实现匹配的红外孤子对。

3.3 四波混频

正如前文所述,四波混频(简称 FWM)是由介质的三阶非线性引起的光学效应,具体是指三束不同频率的光与非线性介质相互作用中,产生第四种相干光波的过程。虽然,产生四波混频的技术已经十分成熟,但是如何提高其生成效率以及如何设计出更加实用的方案,依旧是一个值得深究的问题。早期,Deng^[57]等人首先在一个四能级原子体系中建立了一个四波混频的过程,并且这样的混频波拥有超慢的传播群速。随后,Wu^[58]和他的合作者也计算了一个有关时间依赖的四波混频方案,这样的方案不仅给予了混频波的超慢传播区,同时将混频波的效率提高到 25%。随着半导体量子阱的迅速发展,鉴于其稳定可控的能带结构,许多类似的四波混频方案已经被拓展到半导体量子阱结构^[59]。

作为一种新型的非线性材料,石墨烯被给予极高的应用前景。不同于 Yao 等人^[11]仅仅是为了证明石墨烯材料的非线性而设计的四波混频方案,我们这里提出的四波混频更具有现实的应用前景^[24]。如图 1(d)所示,这里产生的四波混频的频率为 $\omega_m = \omega_p + \omega_c + \omega_d$ 。由文献^[24]可知,基于多光子破坏性干涉效应,该方案生成的四波混频的最大效率已经超过了 60%,并伴随着 $10^{-3}c$ 的超慢群速,这已经远远超过了其他系统中的混频效率。此外,通过调节磁场的强度,混频波的频率有着很好的可调性(频率范围从 $2.1 \times 10^{12} \sim 6.65 \times 10^{13}$ Hz)。

总之,拥有如此之多的特性,使得本方案在长波辐射的应用中更具优势。

3.4 超 Raman 散射

众所周知,Raman 散射是由介质内原子、分子振动或者转动所引起的一种非弹性散射,其本质也是非线性效应里的频率转换过程。与入射光频率相比,散射光频率伴随着红移和蓝移,分别对应于斯托克斯散射和反斯托克斯散射。不同于正常的 Raman 散射,超 Raman 散射过程中会吸收两个或多个光子,且散射光频率为 $\omega_{SR}=n\omega_0\pm\omega_i$ (ω_0 为入射光频率, ω_i 为两束缚态能级差)。作为 Raman 散射的一个重要补充,超 Raman 散射的研究有利于短波的相干辐射、频率转换、非线性光谱学等领域的发展。

从目前的研究成果来看^[25],当系统同时满足 EIT 和超 Raman 散射的条件时,一种有趣的竞争关系出现,换句话说,就是这两种现象并非相辅相成,而是相互竞争。结合文献^[25]中的缀饰态理论解释:当系统的 EIT 处于主导地位时,探测场必然会无吸收地透过石墨烯层。但是,缺少了探测场的激发,很难让超 Raman 散射的过程顺利进行,直接导致了散射效率的降低。于是,提高超 Raman 散射效率的方法就是抑制 EIT 的出现。了解了这样的机制,更有利于今后对于 Raman 散射甚至是频率转换过程的调控。

4 总结

本论述简单地介绍了强磁场驱动下的石墨烯研究背景和理论模型,并分析了量子化的石墨烯 Landau 能级的电子和光学性质,包括线性的色散关系、无质量的 Dirac 低能电子、电子的手征性和特殊的带内跃迁选择定则。基于量子光学和非线性光学的理论,我们阐述了单层石墨烯在强磁场驱动下的相干光学效应以及非线性光学效应。这些研究工作成功地将石墨烯材料和量子光学及非线性光学连接起来,提供了大量的实际应用。而且,磁场驱动的石墨烯带隙基本覆盖了红外和 THz 频段,这为 THz 装置或器件打开了一个很好的应用前景。

参考文献:

- [1] NOVOSELOV K S, GEIM A K, MOROZOV S V, et al. Electric field effect in atomically thin carbon films[J]. *Science*, 2004, 306(5696): 666–669.
- [2] NOVOSELOV K S, GEIM A K, MOROZOV S V, et al. Two-dimensional gas of massless Dirac fermions in graphene[J]. *Nature*, 2005, 438(7065): 197–200.
- [3] LI Z Q, HENRIKSEN E A, JIANG Z, et al. Dirac charge dynamics in graphene by infrared spectroscopy[J]. *Nature Physics*, 2008, 4(7): 532–535.
- [4] PONOMARENKO L A, GORBACHEV R V, YU G L, et al. Cloning of Dirac fermions in graphene superlattices[J]. *Nature*, 2013, 497(7451): 594–597.
- [5] KATSNELSON M I, NOVOSELOV K S, GEIM A K. Chiral tunnelling and the Klein paradox in graphene[J]. *Nature Physics*, 2006, 2(9): 620–625.
- [6] NOVOSELOV K S, JIANG Z, ZHANG Y, et al. Room-temperature quantum Hall effect in graphene[J]. *Science*, 2007, 315(5817): 1379–1379.
- [7] DU X, SKACHKO I, DUERR F, et al. Fractional quantum Hall effect and insulating phase of Dirac electrons in graphene[J]. *Nature*, 2009, 462(7270): 192–195.
- [8] ABANIN D A, LEE P A, LEVITOV L S. Spin-filtered edge states and quantum Hall effect in graphene[J]. *Physical Review Letters*, 2006, 96(17): 176803.
- [9] SADOWSKI M L, MARTINEZ G, POTEMSKI M, et al. Landau level spectroscopy of ultrathin graphite layers[J]. *Physical Review Letters*, 2006, 97(26): 266405.

- [10] ABERGEL D S L, FAL'KO V I. Optical and magneto-optical far-infrared properties of bilayer graphene[J]. *Physical Review B*, 2007, 75(15):155430.
- [11] YAO X, BELYANIN A. Giant optical nonlinearity of graphene in a strong magnetic field[J]. *Physical Review Letters*, 2012, 108(25):255503.
- [12] BOOSHEHRI L G, MIELKE C H, RICKEL D G, et al. Circular polarization dependent cyclotron resonance in large-area graphene in ultrahigh magnetic fields[J]. *Physical Review B*, 2012, 85(20):205407.
- [13] ORLITA M, FAUGERAS C, PLOCHOCKA P, et al. Approaching the Dirac point in high-mobility multilayer epitaxial graphene[J]. *Physical Review Letters*, 2008, 101(26):267601.
- [14] ORLITA M, FAUGERAS C, SCHNEIDER J M, et al. Graphite from the viewpoint of Landau level spectroscopy: An effective graphene bilayer and monolayer[J]. *Physical Review Letters*, 2009, 102(16):166401.
- [15] CRASSEE I, LEVALLOIS J, WALTER A L, et al. Giant Faraday rotation in single- and multilayer graphene[J]. *Nature Physics*, 2011, 7(1):48-51.
- [16] NOVOSELOV K S. Nobel lecture: graphene; materials in the flatland[J]. *Reviews of Modern Physics*, 2011, 83(3):837-849.
- [17] TOKMAN M, YAO X, BELYANIN A. Generation of entangled photons in graphene in a strong magnetic field[J]. *Physical Review Letters*, 2013, 110(7):077404.
- [18] YAO X, BELYANIN A. Nonlinear optics of graphene in a strong magnetic field[J]. *Journal of Physics: Condensed Matter*, 2013, 25(5):054203.
- [19] YAO X, BELYANIN A. Giant optical nonlinearity of graphene in a magnetic field[C]//SPIE LASE. International Society for Optics and Photonics, 2013, 8604:860412.
- [20] YAO X, TOKMAN M, BELYANIN A. Efficient nonlinear generation of THz plasmons in graphene and topological insulators[J]. *Physical Review Letters*, 2014, 112(5):055501.
- [21] LIU S, YANG W X, ZHU Z, et al. Effective terahertz signal detection via electromagnetically induced transparency in graphene[J]. *JOSA B*, 2016, 33(2):279-285.
- [22] DING C, YU R, LI J, et al. Matched infrared soliton pairs in graphene under Landau quantization via four-wave mixing[J]. *Physical Review A*, 2014, 90(4):043819.
- [23] DING C, YU R, LI J, et al. Formation and ultraslow propagation of infrared solitons in graphene under an external magnetic field[J]. *Journal of Applied Physics*, 2014, 115(23):234301.
- [24] LIU S, LIU S, ZHU Z, et al. High-efficiency infrared four-wave mixing signal in monolayer graphene[J]. *Laser Physics*, 2016, 26(3):035401.
- [25] LIU S, YANG W X, ZHU Z, et al. Effective hyper-Raman scattering via inhibiting electromagnetically induced transparency in monolayer graphene under an external magnetic field[J]. *Optics Letters*, 2016, 41(12):2891-2894.
- [26] WALLACE P R. The band theory of graphite[J]. *Physical Review*, 1947, 71(9):622-634.
- [27] ZHENG Y, ANDO T. Hall conductivity of a two-dimensional graphite system[J]. *Physical Review B*, 2002, 65(24):245420.
- [28] ANDO T. Theory of electronic states and transport in carbon nanotubes[J]. *Journal of the Physical Society of Japan*, 2005, 74(3):777-817.
- [29] ANDO T. Magnetic oscillation of optical phonon in graphene[J]. *Journal of the Physical Society of Japan*, 2007, 76(2):024712.
- [30] HARRIS S E, HAU L V. Nonlinear optics at low light levels[J]. *Physical Review Letters*, 1999, 82(23):4611-4614.
- [31] FLEISCHHAUER M, IMAMOGLU A, MARANGOS J P. Electromagnetically induced transparency: Optics in coherent media[J]. *Reviews of Modern Physics*, 2005, 77(2):633-673.
- [32] PHILLIPS M, WANG H. Spin coherence and electromagnetically induced transparency via exciton correlations[J]. *Physical Review Letters*, 2002, 89(18):186401.
- [33] PHILLIPS M C, WANG H, RUMYANTSEV I, et al. Electromagnetically induced transparency in semiconductors via biexciton coherence[J]. *Physical Review Letters*, 2003, 91(18):183602.
- [34] SCULLY M O, ZUBAIRY M S. *Quantum optics*[M]. Cambridge university press, 1997.
- [35] HAU L V, HARRIS S E, DUTTON Z, et al. Light speed reduction to 17 metres per second in an ultracold atomic gas[J]. *Nature*, 1999, 397(6720):594-598.

- [36] WANG L J, KUZMICH A, DOGARIU A. Gain-assisted superluminal light propagation[J]. *Nature*, 2000, 406(6793): 277–279.
- [37] HARRIS S E. Lasers without inversion: Interference of lifetime-broadened resonances[J]. *Physical Review Letters*, 1989, 62(9): 1033–1036.
- [38] SIEGEL P H. Terahertz technology[J]. *IEEE Transactions on microwave theory and techniques*, 2002, 50(3): 910–928.
- [39] RAISANEN A V. Frequency multipliers for millimeter and submillimeter wavelengths[J]. *Proceedings of the IEEE*, 1992, 80(11): 1842–1852.
- [40] HARRIS S E, YAMAMOTO Y. Photon switching by quantum interference[J]. *Physical Review Letters*, 1998, 81(17): 3611–3614.
- [41] YAN M, RICKEY E G, ZHU Y. Observation of absorptive photon switching by quantum interference[J]. *Physical Review A*, 2001, 64(4): 041801.
- [42] WU J H, GAO J Y, XU J H, et al. Dynamic control of coherent pulses via Fano-type interference in asymmetric double quantum wells[J]. *Physical Review A*, 2006, 73(5): 053818.
- [43] WU J H, GAO J Y, XU J H, et al. Ultrafast all optical switching via tunable Fano interference[J]. *Physical Review Letters*, 2005, 95(5): 057401.
- [44] YANG W X, HOU J M, LEE R K. Ultraslow bright and dark solitons in semiconductor quantum wells[J]. *Physical Review A*, 2008, 77(3): 033838.
- [45] YANG W X, HOU J M, LIN Y Y, et al. Detuning management of optical solitons in coupled quantum wells[J]. *Physical Review A*, 2009, 79(3): 033825.
- [46] YANG W X, CHEN A X, LEE R K, et al. Matched slow optical soliton pairs via biexciton coherence in quantum dots[J]. *Physical Review A*, 2011, 84(1): 013835.
- [47] LIU S, YANG W X, CHUANG Y L, et al. Enhanced four-wave mixing efficiency in four-subband semiconductor quantum wells via Fano-type interference[J]. *Optics Express*, 2014, 22(23): 29179–29190.
- [48] WU Y, WEN L, ZHU Y. Efficient hyper-Raman scattering in resonant coherent media[J]. *Optics Letters*, 2003, 28(8): 631–633.
- [49] MIKHAILOV S A, ZIEGLER K. Nonlinear electromagnetic response of graphene: frequency multiplication and the self-consistent-field effects[J]. *Journal of Physics: Condensed Matter*, 2008, 20(38): 384204.
- [50] WU Y, DENG L. Ultraslow optical solitons in a cold four-state medium[J]. *Physical Review Letters*, 2004, 93(14): 143904.
- [51] HASEGAWA A, MATSUMOTO M. Optical solitons in fibers[M]//*Optical Solitons in Fibers*. Springer Berlin Heidelberg, 2003: 41–59.
- [52] SONG Y F, LI L, ZHANG H, et al. Vector multi-soliton operation and interaction in a graphene mode-locked fiber laser[J]. *Optics Express*, 2013, 21(8): 10010–10018.
- [53] ZHAO L M, TANG D Y, ZHANG H, et al. Dissipative soliton operation of an ytterbium-doped fiber laser mode locked with atomic multilayer graphene[J]. *Optics Letters*, 2010, 35(21): 3622–3624.
- [54] HUANG S, WANG Y, YAN P, et al. Tunable and switchable multi-wavelength dissipative soliton generation in a graphene oxide mode-locked Yb-doped fiber laser[J]. *Optics Express*, 2014, 22(10): 11417–11426.
- [55] ALDEN J S, TSEN A W, HUANG P Y, et al. Strain solitons and topological defects in bilayer graphene[J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 2013, 110(28): 11256–11260.
- [56] NESTEROV M L, BRAVO-ABAD J, NIKITIN A Y, et al. Graphene supports the propagation of subwavelength optical solitons[J]. *Laser & Photonics Reviews*, 2013, 7(2): L7–L11.
- [57] DENG L, KOZUMA M, HAGLEY E W, et al. Opening optical four-wave mixing channels with giant enhancement using ultra-slow pump waves[J]. *Physical Review Letters*, 2002, 88(14): 143902.
- [58] WU Y, YANG X. Highly efficient four-wave mixing in double- Λ system in ultraslow propagation regime[J]. *Physical Review A*, 2004, 70(5): 053818.
- [59] SUN H, FAN S, ZHANG H, et al. Tunneling-induced high-efficiency four-wave mixing in asymmetric quantum wells[J]. *Physical Review B*, 2013, 87(23): 235310.

Quantum Optical Phenomenon and Its Applications in Graphene under a Strong Magnetic Field

Liu Shaopeng, Liu Shasha, Yang Wenxing

(1. Department of Physics, Southeast University, Nanjing 210096, China)

Abstract: Monolayer graphene under a strong magnetic field has fascinating electronic and optical properties, such as linear dispersion relation, massless Dirac low-energy electrons, chiral character of electron states and special selection rules between Landau levels. These properties involving the fields of quantum optics and solid material science provide great opportunities for the applications of coherent optics and nonlinear optics. In this paper, by solving the density-matrix formalism and Maxwell equation, we theoretically demonstrate that monolayer graphene under a magnetic field can trigger a variety of optical effects. Generally, speaking the interaction between external electromagnetic field and quantized Landau levels not only gives rise to coherent optical effects and nonlinear optical effects, but also leads to obvious linear and nonlinear optical responses. Furthermore, we also exhibit how to achieve these optical effects by introducing some examples, including terahertz (THz) signal detection, dynamic control of coherent pulses, giant optical nonlinearity of graphene, optical solitons, four wave mixing (FWM) and hyper-Raman scattering.

Key words: graphene; coherent optical effects; nonlinear optical effects

(责任编辑 王建华)