文章编号:1005-0523(2016)06-0137-06

带非线性阻尼的欧拉方程组正规解的爆破

朱旭生,傅春燕,赵康鑫,王 莉

(华东交通大学理学院,江西 南昌 330013)

摘要:研究了 $n(n\geqslant 1)$ 维空间理想可压缩流中带有非线性阻尼项的等熵欧拉方程组的初值问题。当初始密度有紧支集时,利用泛函结合特征线的方法,证明了在真空情形下带有形如 $-\alpha\rho|u|^{\theta}u$ 阻尼项的可压缩等熵欧拉方程组,其阻尼系数 α 为正常数时的正规解在初始数据一定大时必定爆破,其中 $0<\theta<1$。

关键词:等熵欧拉方程组;泛函方法;爆破

中图分类号:O175.4 文献标志码:A

DOI:10.16749/j.cnki.jecjtu.2016.06.020

考虑下列 $n(n\geqslant 1)$ 维空间中带阻尼项的等熵欧拉方程组:

$$\left.\begin{aligned}&\partial_t\rho+\operatorname{div}(\rho u)=0\\&\rho(\partial_t+(u\cdot\nabla))u+\nabla p=-\alpha\rho|u|^{\theta}u\end{aligned}\right\}\tag{1}$$

的 Cauchy 问题.其初始条件为

$$\rho(x,0)=\rho_0(x),u(x,0)=u_0(x)\tag{2}$$

其中:ρ,u,p 分别表示气体的密度,速度和压力;状态方程为 $p=A\rho^{\gamma}(A>0)$;γ 为绝热指数$(\gamma>1)$;其中常数 $\alpha>0$;$0<\theta<1$。

对带阻尼项的欧拉方程组的研究有很多成果,大多是研究 $\rho>0$ 的情形,当初值是在一个扩散波或者常状态的平衡解附近的小扰动,经典解整体存在详情参见[1-3];但关于欧拉方程组的爆破也有大量的研究,例如[4-11]。文献[4-6]研究了初值具有紧支集的情形,证明了某些情况下正规解会在有限时间内爆破;文献[7]研究三维空间的可压缩流的非等熵欧拉方程组的奇性的形成;文献[8-9]研究等熵欧拉方程组初边值问题的轴对称解的爆破;文献[10]考察运用泛函方法证明一维空间中带非线性阻尼项的等熵欧拉方程组在初始密度有紧支集时正规解的爆破;文献[11]研究了阻尼系数为常数的欧拉方程组和带退化阻尼的等熵欧拉方程组,得到了在初始密度有紧支集时,正规解都将在有限时间内爆破。本文在文献[4,8,10,11]的基础上运用泛函结合特征线的方法考察了带有如 $-\alpha\rho|u|^{\theta}u$ 阻尼的欧拉方程组的情形,其中 $0<\theta<1$。而当 $\theta=1$ 时的情形在文献[10]已有详细证明。

先作变量替换,将方程组(1)转化为对称双曲型方程组。令 $\pi=A^{\frac{1}{2\gamma}}\dfrac{2\sqrt{\gamma}}{\gamma-1}\rho^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}}$,

$$\left\{\begin{aligned}&(\partial_t+u\cdot\nabla)\pi+\frac{\gamma-1}{2}\pi\operatorname{div}u=0\\&(\partial_t+(u\cdot\nabla))u+\frac{\gamma-1}{2}\pi\cdot\nabla\pi=-\alpha|u|^{\theta}u\end{aligned}\right.\qquad(x,t)\in\Re^n\times\Re_+\tag{3}$$

收稿日期:2016-02-28
基金项目:国家自然科学基金项目(11161021,11561024);江西省自然科学基金项目(20151BAB201017)
作者简介:朱旭生(1968—),男,副教授,博士,研究方向为偏微分方程。

其初始数据相应为

$$\pi(x,0)=\pi_0(x),u(x,0)=u_0(x)$$

因此,当 $\rho=0$ 时,即在 ρ 的支集之外,经典解满足

$$u_t+(u\cdot\nabla)u=-\alpha|u|^\theta u$$

由此我们得到欧拉方程组(1),(2)的正规解的定义如下:

定义 1 Cauchy 问题(1),(2)的一个解 (ρ,u) 称在 $\Re^n\times[0,T)$ 正规解是指它满足以下条件:

1) $(\rho,u)\in C^1(\Re^n\times[0,T)),\rho\geqslant 0$;

2) $p(\rho)(x,t)\in C^1(\Re^n\times[0,T))$,

并且在密度 ρ 的支集外有

$$u_t+(u\cdot\nabla)u=-\alpha|u|^\theta u \tag{4}$$

由于初始密度 ρ_0 有紧支集,我们先证明初值问题(1),(2)的正规解在任一时间 t,有 $\operatorname{supp}\rho(x,t)\subseteq B(0,d^*)$,$d^*$ 与时间 t 无关。下面我们让 $\Omega(t)=\operatorname{supp}\rho(x,t)$,$\Omega_0=\operatorname{supp}\rho_0$,$d_0=\sup\limits_{x_0\in\Omega_0}|x|$,由于 (ρ,u) 为正规解;因此在 $\partial\Omega(t)$ 上实际上满足(3),即对任一 $x\in\partial\Omega(t_0)$,存在 $x_0\in\partial\Omega_0$ 以及连接 x_0 和 x 的一条曲线 $x(t)$:

$$\frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t}=u(x(t),t),x(t)\in\partial\Omega(t),0\leqslant t\leqslant t_0$$

因此我们有

$$\frac{\mathrm{d}^2x(t)}{\mathrm{d}t^2}=u_t(x(t),t)+(u\cdot\nabla)u=-\alpha|u|^\theta u=-\alpha\left|\frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t}\right|^\theta\frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t}$$

从而解得

$$x(t)=\begin{cases}x_0, & |u_0(x_0)|=0\text{ 时}\\ x_0+\dfrac{u_0x}{\alpha(1-\theta)|u_0(x_0)|^\theta}\left[1-\dfrac{1}{(1+\alpha\theta|u_0(x)|^\theta t)^{\frac{1-\theta}{\theta}}}\right], & |u_0(x_0)|\neq 0\text{ 时}\end{cases}$$

进而有

$$|x(t)|\leqslant|x_0|+\frac{|u_0(x)|^{1-\theta}}{\alpha(1-\theta)}$$

从上面的表达式我们可以取 $d^*=d_0+\sup\limits_{x_0\in\partial\Omega_0}\dfrac{|u_0(x_0)|^{1-\theta}}{\alpha(1-\theta)}$,于是有

$$d(t)=\sup_{x_0\in\partial\Omega_0}|x|\leqslant d^*。$$

1 主要定理及其证明

引入 1 令 $\alpha d^*h^{1+\theta}=\dfrac{1}{2}h^2$,可以解得 $h=(2\alpha d^*)^{\frac{1}{1-\theta}}$。

当 $h\geqslant(2\alpha d^*)^{\frac{1}{1-\theta}}$ 时,有 $\alpha d^*h^{1+\theta}\leqslant\dfrac{1}{2}h^2$,

当 $0\leqslant h\leqslant(2\alpha d^*)^{\frac{1}{1-\theta}}$ 时,有 $\alpha d^*h^{1+\theta}\leqslant\alpha d^*(2\alpha d^*)^{\frac{1}{1-\theta}}$。

综上 $\alpha d^*h^{1+\theta}\leqslant\alpha d^*(2\alpha d^*)^{\frac{1}{1-\theta}}+\dfrac{1}{2}h^2$。

定义

$$\left.\begin{aligned}m(t)&=\int_{\Omega(t)}\rho(x,t)\mathrm{d}x\\ F(t)&=\frac{1}{2}\int_{\Omega(t)}\rho|x|^2\mathrm{d}x\end{aligned}\right\} \tag{5}$$

引理 2　对初值问题(1)，(2)的正规解，有 $m(t)=m(0)$。

证明类似文献[8]。

定理 3　假设(ρ,u)是 Cauchy 问题(1)，(2)在 $\Re^n\times[0,T)$上的正规解，其中 $0<\theta<1$，如果初始密度 ρ_0 有紧支集且气体总质量 $\int\rho_0(x)\mathrm{d}x>0$，使得当 $F'(0)\geqslant md^*(\alpha d^*)^{\frac{1}{1-\theta}}$ 时，时间 T 一定有限。

证明　注意到 $\rho(x,t)|_{x\in\partial\Omega(t)}=p(\rho)|_{x\in\partial\Omega(t)}=0$，利用方程组(1)我们就可以得

$$F'(t)=\frac{1}{2}\int_{\Omega(t)}\rho_t(x,t)|x|\mathrm{d}x=-\frac{1}{2}\int_{\Omega(t)}\mathrm{div}(\rho u)|x|^2\mathrm{d}x=\int_{\Omega(t)}\rho u\cdot x\mathrm{d}x,$$

以及

$$F''(t)=\int_{\Omega(t)}(\rho u)_t\cdot x\mathrm{d}x=\int_{\Omega(t)}-[\mathrm{div}(\rho u)u+(\rho u\cdot\nabla)u+\nabla p+\alpha\rho|u|^\theta u]x\mathrm{d}x=\int_{\Omega(t)}\rho(x,t)|u|^2+np(\rho)\mathrm{d}x-\alpha\int_{\Omega(t)}\rho|u|^\theta u\cdot x\mathrm{d}x \quad (6)$$

由 Schwarz 不等式可得到

$$\left|\int_{\Omega(t)}\rho|u|^\theta u\cdot x\mathrm{d}x\right|\leqslant\int_{\Omega(t)}\rho|u|^{\theta+1}\cdot|x|\mathrm{d}x\leqslant d^*\int_{\Omega(t)}\rho|u|^{\theta+1}\mathrm{d}x \quad (7)$$

$$|F'(t)|^2\leqslant\int_{\Omega(t)}\rho|u|^2\mathrm{d}x\int_{\Omega(t)}\rho|x|^2\mathrm{d}x\leqslant m(d^*)^2\int_{\Omega(t)}\rho|u|^2\mathrm{d}x \quad (8)$$

因此由(6)，(7)，(8)以及引理 1 可以得到

$$\begin{aligned}F''(t)&\geqslant\int_{\Omega(t)}\rho|u|^2\mathrm{d}x+n\int_{\Omega(t)}p(\rho)\mathrm{d}x-\alpha d^*\int_{\Omega(t)}\rho|u|^{1+\theta}\mathrm{d}x\geqslant\\&\int_{\Omega(t)}\rho|u|^2\mathrm{d}x+n\int_{\Omega(t)}p(\rho)\mathrm{d}x-\alpha d^*m^{\frac{1-\theta}{2}}\left(\int_{\Omega(t)}\rho|u|^2\mathrm{d}x\right)^{\frac{\theta+1}{2}}\geqslant\\&\frac{(F'(t))^2}{m(d^*)^2}-\alpha d^*m^{\frac{1-\theta}{2}}\left[\frac{(F'(t))^2}{m(d^*)^2}\right]^{\frac{\theta+1}{2}}+n\int_{\Omega(t)}p(\rho)\mathrm{d}x=\\&(F'(t))^{\theta+1}\left[\frac{(F'(t))^{1-\theta}}{m(d^*)^2}-\frac{\alpha}{m(d^*)^\theta}\right]+n\int_{\Omega(t)}p(\rho)\mathrm{d}x\end{aligned} \quad (9)$$

而运用 Hölder 不等式可得到

$$m=\int_{\Omega(t)}\rho\mathrm{d}x\leqslant\left(\int_{\Omega(t)}\rho^\gamma\mathrm{d}x\right)^{\frac{1}{\gamma}}\left(\int_{\Omega(t)}\rho\mathrm{d}x\right)^{\frac{1}{\gamma'}}=(V(t))^{\frac{1}{\gamma'}}\left(\int_{\Omega(t)}\rho^\gamma\mathrm{d}x\right)^{\frac{1}{\gamma}},$$

这里$\frac{1}{\gamma}+\frac{1}{\gamma'}=1$，从而我们有

$$n\int_{\Omega(t)}p(\rho)\mathrm{d}x=nA\int_{\Omega(t)}\rho^\gamma\mathrm{d}x\geqslant nAm^\gamma(V(t))^{\frac{-\gamma}{\gamma'}}\geqslant nAm^\gamma(\omega_n(d^*)^n)^{\frac{-\gamma}{\gamma'}}=:\eta>0 \quad (10)$$

这里 ω_n 为 n 维单位球的体积。因此(9)，(10)可以整理得

$$F''(t)\geqslant(F'(t))^{1+\theta}\left[\frac{(F'(t))^{1-\theta}}{m(d^*)^2}-\frac{\alpha}{(md^*)^\theta}\right]+\eta \quad (11)$$

若有$\frac{(F'(0))^{1-\theta}}{m(d^*)^2}\geqslant\frac{\alpha}{m^\theta(d^*)^\theta}$。则(9)式可以整理成

$$F''(t)\geqslant\eta \quad (12)$$

那么 $F'(t)$递增，即在至少一段时间内有 $F'(t)>F'(0)$。

解不等式(12)可得到

$$F(t)\geqslant\frac{1}{2}\eta t^2+F'(0)t+F(0),$$

另一方面，

$$F(t)=\frac{1}{2}\int_{\Omega(t)}\rho|x|^2\mathrm{d}x\leqslant\frac{m}{2}(d^*)^2,$$

所以

$$\frac{1}{2}\eta t^2+F'(0)t+F(0)\leqslant\frac{m}{2}(d^*)^2\ ,$$

即

$$t\leqslant\frac{\sqrt{(F'(0))^2-2\eta F(0)+\eta m(d^*)^2-F'(0)}}{\eta}\ 。$$

因此 T 一定有限,定理 3 得证。

定义 $F_1(t)=\int_{\Omega(t)}\rho u|x|\cdot x\mathrm{d}x$ 。

定理 4 假设 (ρ,u) 是 Cauchy 问题(1),(2)在 $\Re^n\times[0,T)$ 上的正规解,$0<\theta<1$,如果初始密度 ρ_0 有紧支集且气体总质量 $\int\rho_0(x)\mathrm{d}x>0$,$F_1(0)\geqslant m(2\alpha)^{\frac{1}{1-\theta}}(d^*)^{\frac{3-2\theta}{1-\theta}}$,则时间 T 一定有限。

证明 类似定理 3 我们可以得到

$$F_1{}'(t)=\int_{\Omega(t)}(\rho u)_t|x|\cdot x\mathrm{d}x=-\int_{\Omega(t)}\mathrm{div}(\rho u)u|x|\cdot x\mathrm{d}x-\int_{\Omega(t)}[\rho(u\cdot\nabla)u+\nabla p+\alpha\rho|u|^{\theta}u]|x|\cdot x\mathrm{d}x=$$

$$\int_{\Omega(t)}\rho u^2|x|+\frac{\rho(x\cdot u)^2}{|x|}\mathrm{d}x+(n+1)\int_{\Omega(t)}p(\rho)|x|\mathrm{d}x-\alpha\int_{\Omega(t)}\rho|u|^{\theta}u|x|\cdot x\mathrm{d}x\ ,$$

上式由(7)可以整理得

$$\begin{aligned}F_1{}'(t)\geqslant&\int_{\Omega(t)}\rho|u|^2|x|\mathrm{d}x+(n+1)\int_{\Omega(t)}p(\rho)|x|\mathrm{d}x-\alpha d^*\int_{\Omega(t)}\rho|u|^{\theta+1}|x|\mathrm{d}x\geqslant\\&\int_{\Omega(t)}\rho|u|^2|x|\mathrm{d}x+(n+1)\int_{\Omega(t)}A\rho^{\gamma}|x|\mathrm{d}x-\alpha d^*\int_{\Omega(t)}\rho|u|^{\theta+1}|x|\mathrm{d}x\geqslant\\&\int_{\Omega(t)}\rho|u|^2|x|\mathrm{d}x-(\frac{1}{2}\int_{\Omega(t)}\rho|u|^2|x|\mathrm{d}x+\alpha d^*(2\alpha d)^{\frac{1+\theta}{1-\theta}}\cdot\int_{\Omega(t)}\rho|x|\mathrm{d}x)=\\&\frac{1}{2}\int_{\Omega(t)}\rho|u|^2|x|\mathrm{d}x-m2^{\frac{1+\theta}{1-\theta}}\alpha^{\frac{2}{1-\theta}}(d^*)^{\frac{3-\theta}{1-\theta}}\end{aligned}\tag{13}$$

又由 Schwarz 不等式可得到

$$(F_1(t))^2\leqslant\int_{\Omega(t)}\rho|u|^2|x|\mathrm{d}x\int_{\Omega(t)}\rho|x|^3\mathrm{d}x\leqslant m(d^*)^3\int_{\Omega(t)}\rho|u|^2|x|\mathrm{d}x\tag{14}$$

因此由(14)式我们可以将(13)式整理成如下形式

$$F_1{}'(t)\geqslant\frac{1}{2m(d^*)^3}F_1{}^2(t)-m2^{\frac{1+\theta}{1-\theta}}\alpha^{\frac{2}{1-\theta}}(d^*)^{\frac{3-\theta}{1-\theta}}\tag{15}$$

假如 $\frac{1}{2m(d^*)^3}F_1{}^2(0)\geqslant m2^{\frac{1+\theta}{1-\theta}}\alpha^{\frac{2}{1-\theta}}(d^*)^{\frac{3-\theta}{1-\theta}}$,即 $F_1(0)\geqslant m(2\alpha)^{\frac{1}{1-\theta}}(d^*)^{\frac{3-2\theta}{1-\theta}}$,设 $F_1(0)=km(2\alpha)^{\frac{1}{1-\theta}}(d^*)^{\frac{3-2\theta}{1-\theta}}$。显然有 $k>1$。

于是我们有

$$F_1{}'(t)>\frac{k-1}{2km(d^*)^3}F_1{}^2(t)+(\frac{F_1{}^2(t)}{2km(d^*)^3}-(2\alpha)^{\frac{1}{1-\theta}}(d^*)^{\frac{3-2\theta}{1-\theta}}m)\tag{16}$$

那么(16)式可以整理成

$$F_1{}'(t)>\frac{k-1}{2km(d^*)^3}F_1{}^2(t)\tag{17}$$

因在 $0\leqslant t\leqslant t_0$ 上 $F_1{}'(t)$ 递增,既有 $F'(t)>F'(0)$。将(17)在 $[0,t]$ 进行积分可得

$$\frac{1}{F_1(0)}>\frac{1}{F_1(0)}-\frac{1}{F_1(t)}>\frac{k-1}{2km(d^*)^3}t\ ,$$

我们可以得到

$$t<\frac{2km(d^*)^3}{(k-1)F_1(0)}\ ,$$

因此 T 一定有限,定理 4 得证。

定义

$$F_2(t)=\int_{\Omega(t)}\rho u|x|^2\cdot x\mathrm{d}x \tag{18}$$

定理 5　假设 (ρ,u) 是 Cauchy 问题(1),(2)在 $\Re^n\times[0,T)$ 上的正规解,$0<\theta<1$,$k>1$,如果初始密度 ρ_0 有紧支集且气体总质量 $\int\rho_0(x)\mathrm{d}x>0$,$F_2(0)\geqslant m(2\alpha)^{\frac{1}{1-\theta}}(d^*)^{\frac{4-2\theta}{1-\theta}}$,则时间 T 一定有限。

证明　类似定理 3 的证明方法

$$F_2'(t)=\int_{\Omega(t)}(\rho u)_t|x|^2\cdot x\mathrm{d}x=-\int_{\Omega(t)}\mathrm{div}(\rho u)u|x|^2\cdot x\mathrm{d}x-\int_{\Omega(t)}[\rho(u\cdot\nabla)u+\nabla p+\alpha\rho|u|^\theta u]|x|^2\cdot x\mathrm{d}x=$$

$$\int_{\Omega(t)}\rho u^2|x|^2\mathrm{d}x+2\rho(x\cdot u)^2\mathrm{d}x+(n+2)\int_{\Omega(t)}p(\rho)|x|^2\mathrm{d}x-\alpha\int_{\Omega(t)}\rho|u|^\theta u|x|^2\cdot x\mathrm{d}x\ ,$$

上式由(7)可以整理得

$$\begin{aligned}F_2'(t)\geqslant&\int_{\Omega(t)}\rho|u|^2|x|^2\mathrm{d}x+(n+2)\int_{\Omega(t)}p(\rho)|x|^2\mathrm{d}x-\alpha d^*\int_{\Omega(t)}\rho|u|^{1+\theta}|x|^2\mathrm{d}x\geqslant\\&\int_{\Omega(t)}\rho|u|^2|x|^2\mathrm{d}x-\Big(\frac{1}{2}\int_{\Omega(t)}\rho|u|^2|x|^2\mathrm{d}x+\alpha d^*(2\alpha d^*)^{\frac{1+\theta}{1-\theta}}\cdot\int_{\Omega(t)}\rho|x|^2\mathrm{d}x\Big)=\\&\frac{1}{2}\int_{\Omega(t)}\rho|u|^2|x|^2\mathrm{d}x-2^{\frac{1+\theta}{1-\theta}}\alpha^{\frac{2}{1-\theta}}(d^*)^{\frac{4-2\theta}{1-\theta}}m\end{aligned} \tag{19}$$

由 Schwarz 不等式可得到

$$(F_2(t))^2\leqslant\int_{\Omega(t)}\rho|u|^2|x|^2\mathrm{d}x\int_{\Omega(t)}\rho|x|^4\mathrm{d}x\leqslant m(d^*)^4\int_{\Omega(t)}\rho|u|^2|x|^2\mathrm{d}x \tag{20}$$

因此由(20)式我们可以将(19)式整理成如下形式

$$F_2'(t)\geqslant\frac{1}{2m(d^*)^4}F_2^2(t)-2^{\frac{1+\theta}{1-\theta}}\alpha^{\frac{2}{1-\theta}}(d^*)^{\frac{4-2\theta}{1-\theta}}m \tag{21}$$

假如 $\frac{1}{2m(d^*)^4}F_2^2(0)\geqslant m2^{\frac{1+\theta}{1-\theta}}\alpha^{\frac{2}{1-\theta}}(d^*)^{\frac{4-2\theta}{1-\theta}}$,即 $F_2(0)\geqslant m(2\alpha)^{\frac{1}{1-\theta}}(d^*)^{\frac{4-3\theta}{1-\theta}}$。设 $F_2(0)=km(2\alpha)^{\frac{1}{1-\theta}}(d^*)^{\frac{4-3\theta}{1-\theta}}$,显然有 $k>1$。

那么有

$$F_2'(t)>\frac{k-1}{2km(d^*)^4}F_2^2(t)+\Big(\frac{F_2^2(t)}{2km(d^*)^4}-(2\alpha)^{\frac{2}{1-\theta}}(d^*)^{\frac{4-3\theta}{1-\theta}}m \tag{22}$$

于是我们有

$$F_2'(t)>\frac{k-1}{2km(d^*)^4}F_2^2(t)\ 。$$

于是在 $0\leqslant t\leqslant t_0$ 上有 $F_2'(t)$ 递增,即有 $F_2'(t)>F_2'(0)$,将 $\frac{F_2'(t)}{F_2^2(t)}>\frac{k-1}{2km(d^*)^4}$ 在 $[0,t]$ 上进行积分可得

$$\frac{1}{F_2(0)}>\frac{1}{F_2(0)}-\frac{1}{F_2(t)}>\frac{k-1}{2km(d^*)^4}t\ ,$$

我们可以得到

$$t<\frac{2km(d^*)^4}{(k-1)F_2(0)}$$

因此 T 一定有限,定理 5 得证。

参考文献:

[1] HSIAO L,LIU TP. Convergence to nonlinear diffusion waves for solutions of a system of hyperbolic conservation laws with damping[J]. Communications in Mathematical Physics,1992,143(3):599-605.

[2] SIDERIS,THOMAS C THOMASES BECCA,WANG DEHUD. Long time behavior of solutions to the 3D compressible Euler equations with damping[J]. Communications in Partial Differential Equations,2003,28(3):795-816.

[3] ZHU CHANGJIANG,JIANG MINA. L^p-decay rates to nonlinear diffusion waves for p-system with nonlinear damping[J]. Science in China Series A,2006,49(6):721-739.

[4] LIU T P,YANG T. Compressible Euler equations with vacuum[J]. Journal of Differential Equations,1997,140(2):223-237.

[5] LIU TAIPING. Compressible flow with damping and vacuum[J]. Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics,1996,13(1):25-32.

[6] LI TIANHONG,WANG DEHUA. Blowup phenomena of solutions to the Euler equations for compressible fluid flow[J]. Journal of Differential Equations,2006,221(1):91-101.

[7] THOMAS C SIDERIS. Formation of singularities in three-dimensional compressible fluids[J]. Communications in Mathematical Physics,1985,101(4):475-485.

[8] ZHU XUSHENG,TU ARHUA. Blowup of the axis-symmetric solutions for the IBVP of the isentropic Euler equations[J]. Nonlinear Analysis:Theory,Methods & Applications,2014,95:99-106.

[9] 朱旭生,俞银晶,李翠. 带阻尼项的三维等熵可压缩欧拉方程组轴对称解的爆破[J]. 厦门大学学报:自然科学版,2014,53(6):780-784.

[10] 熊显萍,朱旭生. 带非线性阻尼项的等熵欧拉方程组正规解的爆破[J]. 西南大学学报:自然科学版,2014,36(3):71-76.

[11] ZHU XUSHENG,WANG WEIKE. The regular solutions of the isentropic Euler equations with degenerate linear damping[J]. Chinese Annals of Mathematics,2005,26(4):583-598.

Blowup of the Regular Solutions of the Euler Equations with Nonlinear Damping

Zhu Xusheng,Fu Chunyan,Zhao Kangxin

(School of Science,East China Jiaotong University,Nanchang 330013,China)

Abstract:The regular solutions of the n-dimensional isentropic Euler equations with the nonlinear damping for a perfect gas are investigated in this paper. Utilizing the methods of the functional in combination with characteristics, we prove the compressible isentropic Euler equations in vacuum case with the damp like $-\alpha\rho|u|^{\theta}u$. If its damping coefficient α is positive constant when the initial data are large enough the regular solutions would blow up in finite time.

Key words: isentropic Euler equation;functional methods;blowup

(责任编辑 刘棉玲)