文章编号:1005-0523(2022)06-0077-07

基于多相材料的完全解耦柔顺机构拓扑优化设计

占金青[1,2],汪庭威[1],段丁强[1],刘 敏[1,2]

(1.华东交通大学机电与车辆工程学院,江西 南昌 330013;2.华东交通大学载运工具与装备教育部重点实验室,江西 南昌 330013)

摘要:针对多自由度柔顺机构存在输入耦合、输出耦合现象,提出一种完全解耦的多相材料柔顺机构拓扑优化设计方法。采用单元堆积方法建立多相材料插值模型,以机构的多个输出位移加权和最大化作为目标函数,引入输入耦合和输出耦合约束抑制耦合效应,以输入耦合、输出耦合和各相材料结构体积作为约束,建立基于多相材料的完全解耦多自由柔顺机构拓扑优化模型,将移动渐近线优化算法用于求解多约束拓扑优化问题。与无解耦拓扑优化结果相比,完全解耦拓扑优化获得的多相材料柔顺机构构型有所不同,机构的输入耦合和输出耦合得到有效抑制,能够实现多自由度机构输入、输出运动完全解耦;并且分析不同抑制耦合系数对拓扑优化结果影响。

关键词:柔顺机构;多自由度;多相材料;拓扑优化;完全解耦

中图分类号:U221;TH122 **文献标志码**:A

本文引用格式:占金青,汪庭威,段丁强,等. 基于多相材料的完全解耦柔顺机构拓扑优化设计[J]. 华东交通大学学报,2022,39(6):77-83.

Topological Design of Fully Decoupled Compliant Mechanisms with Multiple Materials

Zhan Jinqing[1,2], Wang Tingwei[1], Duan Dingqiang[1], Liu Min[1,2]

(1. School of Mechatronics and Vehicle Engineering, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China;
2. Key Laboratory of Conveyance Equipment of the Ministry of Education, East China Jiaotong University Nanchang 330013, China)

Abstract: For the input coupling and output coupling issues of compliant mechanisms with multiple degrees of freedom, a method for topological design of fully decoupled compliant mechanisms with multiple materials is presented. The multiple materials interpolation model based on the element stacking method is adopted. The maximization of the weighted sum of multiple output displacements is applied as the objective function. Both input coupling and output coupling constraints are proposed to suppress the coupling issues. The coupling constraints and the structural volume for each material are used as the constraints. The model for topological design of fully decoupled compliant mechanisms with multiple degrees of freedom using multiple materials is established. The method of moving asymptotes is adopted to solve the topology optimization problem. The obtained compliant mechanisms considering the coupling issue is different from those without considering the coupling issue. Both input coupling and output coupling of compliant mechanisms with multiple degrees of freedom can be suppressed effectively. The input and output motions of the compliant mechanisms can be completely decoupled. The influence of different coupling coefficients on the results is analyzed.

收稿日期:2022-03-25

基金项目:国家自然科学基金项目(52065019,52165002,51665011);江西省自然科学基金项目(20202BAB204015,20202ACBL214013)

Key words: compliant mechanisms; multiple degrees of freedom; multiple materials; topology optimization; full decoupling

Citation format: ZHAN J Q, WANG T W, DUAN D Q, et al. Topological design of fully decoupled compliant mechanisms with multiple materials[J]. Journal of East China Jiaotong University, 2022, 39(6): 77–83.

柔顺机构是利用自身的弹性变形将运动、力和能量传递到输出端的一种整体式机构[1-3]。与传统的刚性机构比较，它具有免装配、无须润滑、运动精度高、易集成等优点。柔顺机构广泛用于精密定位、微机电系统（micro-electro mechanical system，MEMS）、生物医疗、微纳制造等领域[4-7]。拓扑优化方法已是柔顺机构的主要设计方法之一。多相材料柔顺机构可以通过集成不同材料的特性提升机构综合性能[8]。

张宪民等[9]提出一种基于并行策略的多相材料柔顺机构拓扑优化设计方法，将一个复杂的多相材料设计问题离散成为单材料子设计问题。Majdi 等[10]采用各向同性材料惩罚模型（solid isotropic material with penalization，SIMP）和交替主动相算法进行多相材料柔顺机构拓扑优化设计。Zuo 等[11]采用基于幂函数的材料插值模型进行多相材料柔顺机构设计，无须引入任何新设计变量。Rostami 等[12]提出了一种基于正则化投影梯度方法的多相柔顺机构拓扑优化设计方法。Zhan 等[13]采用可分离应力插值方法进行多相材料柔顺机构应力约束拓扑优化设计，使得每相材料结构满足相应的应力约束。上述研究主要集中在单输入、单输出多相材料柔顺机构拓扑优化设计问题。在实际工程中，经常需要具有多个输入、多个输出的多相材料柔顺机构。

目前，多输入、多输出柔顺机构拓扑优化设计大多采用单一材料设计。Frecker 等[14]采用加权和方法建立优化目标函数，进行单个输入、多个输出柔顺机构拓扑优化设计，但是很难选择合适的加权因子。Zhu 等[15]采用水平集方法，以互应变能与应变能比值最大化为优化目标，进行多输出柔顺机构拓扑优化设计。Alonso 等[16]以每个输入载荷产生的互应变能的总和最大化为目标函数，建立多输入、多输出柔顺机构拓扑优化模型。然而，以上研究均忽略了多自由度柔顺机构存在的输入、输出耦合效应，难以实现多个自由度方向的运动精确控制。李兆坤等[17]为了抑制输出耦合，引入输出耦合约束进行多输入、多输出柔顺机构拓扑优化设计。最近，Zhu 等[18]采用单相材料进行完全解耦的柔顺机构拓扑优化设计，以抑制输入、输出耦合。综上所述，多相材料柔顺机构拓扑设计研究没有考虑抑制输入耦合和输出耦合效应。为此，本文提出一种基于多相材料的完全解耦多自由度柔顺机构拓扑优化设计方法。

1 基于多相材料的完全解耦柔顺机构拓扑优化模型

1.1 多相材料插值模型

与基于 SIMP 法的多相材料插值模型不同，基于单元堆积法的多相材料插值模型定义设计域中每一个单元的每一相材料对应一个单元刚度，能够考虑不同材料相关边界条件进行多相材料柔顺机构拓扑优化设计。本文采用基于单元堆积法[19-20]的多相材料插值模型

$$\boldsymbol{k}_e=\sum_{m=1}^{N_{\mathrm{M}}}\left[(\rho_{e,m})^{p_1}\prod_{\substack{m=1\\m\neq l}}^{N_{\mathrm{M}}}[1-(\rho_{e,l})^{p_2}]\right]\boldsymbol{k}_{e,m}^{n} \tag{1}$$

式中：$\boldsymbol{k}_e$ 为单元 e 的刚度矩阵；$\boldsymbol{k}_{e,m}^{n}$ 为充满第 m 相材料的单元刚度矩阵；$\rho_{e,m}$ 和 $\rho_{e,l}$ 分别为单元 e 对应于第 m 相材料和第 l 相材料的单元密度；p_1 和 p_2 均为惩罚系数，取值为 3；N_{M} 为选用多相材料的数目。

1.2 优化目标函数

对于多输入、多输出柔顺机构设计问题，通过不同的输入端施加荷载作用，在不同的输出端产生不同的输出运动，通常期望某个输出端的输出运动与某个输入端的载荷作用是一一对应的关系，即每个输入端荷载作用产生相对应的输出端的输出运动。图 1 为多自由度柔顺机构拓扑优化设计域，I_i 和 O_i 分别表示输入端 $i(i=1,2,\cdots,n)$ 和输出端 $i(i=1,2,\cdots,n)$，$f_{I,i}$ 为在输入端 I_i 的作用载荷，载荷 $f_{I,i}$ 期望在输出端 O_i 产生输出位移 u_{O_i}，Γ_{d} 为固定边界。

为了满足机构的运动需求，以柔顺机构多个输出端的输出位移 u_{O_i} 最大化为优化目标。采用加权

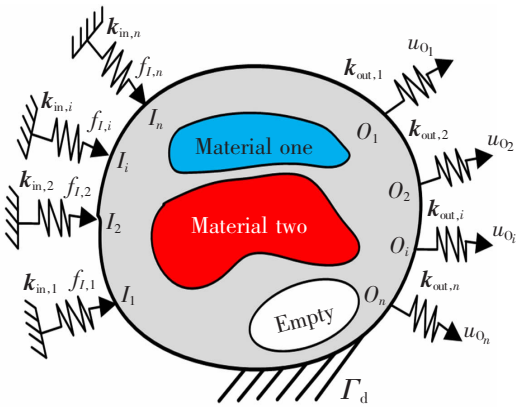


图 1　多输入、多输出柔顺机构拓扑优化设计域

Fig.1　Design domain for topology optimization of multi-input-output compliant mechanisms

法[18]将多个输出位移最大化转变成一个优化目标，可表示为

$$\max\ J=\sum_{i=1}^{n}\omega_i u_{O_i} \tag{2}$$

式中：J 为优化目标函数；ω_i 为权重因子，它能够避免优化中出现某一个输出位移值非常大，而其他的输出位移值都非常小。权重因子 ω_i 随着迭代不断更新，表示为

$$\omega_i^k=\left|\frac{u_{O_1}^k}{u_{O_i}^k}\right| \tag{3}$$

式中：$u_{O_1}^k$ 和 $u_{O_i}^k$ 分别为当第 k 次迭代时输出端 O_1 和输出端 O_i 的输出位移。

当 n=2 时，优化目标可改写为

$$J=u_{O_1}+\omega_2 u_{O_2} \tag{4}$$

由式(2)可知，当 u_{O_1} 增大，ω_2 随之增大，从而使得 u_{O_2} 变大，反之亦然。所用方法可以自适应地调整加权因子的大小，能够消除不同输出端的输出位移在数量级上的差异。

1.3　输入、输出耦合约束

对于多自由度柔顺机构设计问题，作用载荷 $f_{I,i}$ 在对应的输出端 O_i 产生输出位移 u_{O_i}，然而，$f_{I,i}$ 实际上不仅产生输出位移 u_{O_i}，还在其它的输出端 $O_j(j\neq i)$ 产生输出位移，即为输出耦合效应；同时，输入载荷 $f_{I,i}$ 除了在输入端 I_i 产生输入位移，还在其它的输入端 $I_j(j\neq i)$ 产生输入位移，即为输入耦合效应。如前所述，为了提高机构的运动精度，多相材料柔顺机构非常有必要抑制输入耦合和输出耦合效应。

当输入端 I_i 施加载荷作用 $f_{I,i}$，在对应的输出端 O_i 产生位移 u_{O_i}，同时，$f_{I,i}$ 在其它输出端产生输出位移 $\tilde{u}_{O_j,i}(j\neq i)$，如图 2(a)所示。为了抑制输出耦合，构建输出耦合约束为

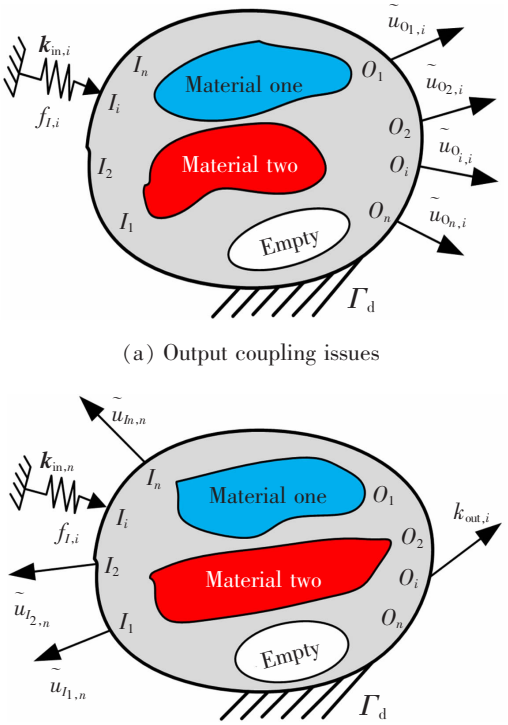
$$\eta_{j,i}=\sum_{i=1,j=1;i\neq j}^{n}u_{O_{j,i}}^2\leqslant\eta^* \tag{5}$$

式中：η^* 为输出耦合抑制参数。

当输入端 I_i 施加荷载作用 $f_{I,i}$，在其它输入端 $(j\neq i)$ 产生输入位移 $\tilde{u}_{I_j,i}(j\neq i)$，如图 2(b)所示。同样地，构建输入耦合约束为

$$\xi_{j,i}=\sum_{i=1,j=1;i\neq j}^{n}u_{I_{j,i}}^2\leqslant\xi^* \tag{6}$$

式中：ξ^* 为输入耦合抑制参数。



(a) Output coupling issues

(b) Input coupling issues

图 2　多自由度柔顺机构输入耦合和输出耦合示意图

Fig.2　Schematic diagram of the input and output coupling issues for compliant mechanisms with multiple degrees of freedom

1.4　拓扑优化模型

采用基于单元堆积方法的多相材料插值模型，以机构的多个输出位移加权和最大化作为优化目标，以输入耦合、输出耦合及各相材料结构体积为

约束,建立基于多相材料的完全解耦多自由度柔顺机构拓扑优化数学模型为

$$\begin{cases}\max\ J=\sum_{i=1}^{n}\omega_i u_{O_i}\\ \text{s.t.:}\boldsymbol{KU}=\boldsymbol{f}\\ \eta_{j,i}=\sum_{i=1,j=1;i\neq j}^{n}u_{O_{j,i}}^{2}\leqslant\eta^{*}\\ \xi_{j,i}=\sum_{i=1,j=1;i\neq j}^{n}u_{I_{j,i}}^{2}\leqslant\xi^{*}\\ V_m=\left(\sum_{e=1}^{N_E}\rho_{e,m}v_0\right)/V_0-\beta_m\leqslant 0\\ 0<\rho_{\min}\leqslant\rho_{e,m}\leqslant 1\ (e=1,2,\cdots,N_E;m=1,2,\cdots,N_M)\end{cases}\tag{7}$$

式中:$\boldsymbol{K}$ 为整体刚度矩阵;$\boldsymbol{U}$ 为节点位移列阵;$\boldsymbol{f}$ 为作用载荷列阵;v_0 充满材料单元的体积;V_m 为优化后的第 m 相材料结构体积;V_0 为优化前的设计域体积;β_m 为第 m 相材料的允许体积分数;$\rho_{\min}$ 为单元密度最小值;N_E 为有限单元的数目。

2 灵敏度分析及过滤技术

采用基于梯度的移动渐近线优化算法[21]求解基于多相材料的完全解耦多自由度柔顺机构拓扑优化设计问题。需要求解优化目标函数和约束的灵敏度。

由式(2),目标函数对单元密度的灵敏度求得为

$$\frac{\partial J}{\partial\rho_{e,m}}=\omega_i\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial u_{O_i}}{\partial\rho_{e,m}}\tag{8}$$

为了求解输出位移 u_{O_i} 的灵敏度,引入 $u_{O_i}=\boldsymbol{L}_{O_i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{U}$。其中,$\boldsymbol{L}_{O_i}^{\mathrm{T}}$ 为虚拟单位载荷列阵,在输出点自由度为1,其它的自由度上均为0。输出位移 u_{O_i} 可改写为

$$u_{O_i}=\boldsymbol{L}_{O_i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{U}-\boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{KU}-\boldsymbol{f}_{l_i})\tag{9}$$

输出位移 u_{O_i} 对单元密度变量求导得

$$\frac{\partial u_{O_i}}{\partial\rho_{e,m}}=(\boldsymbol{L}_{O_i}^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K})\frac{\partial\boldsymbol{U}}{\partial\rho_{e,m}}-\lambda^{\mathrm{T}}\frac{\partial\boldsymbol{K}}{\partial\rho_{e,m}}\boldsymbol{U}\tag{10}$$

令有伴随方程有

$$\boldsymbol{L}_{O_i}^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}=0\tag{11}$$

将式(11)代入式(10)得

$$\frac{\partial u_{O_i}}{\partial\rho_{e,m}}=-\boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}}\frac{\partial\boldsymbol{K}}{\partial\rho_{e,m}}\boldsymbol{U}\tag{12}$$

将式(11)代入式(8)得目标函数的灵敏度

$$\frac{\partial J}{\partial\rho_{e,m}}=-\omega_i\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}}\frac{\partial\boldsymbol{K}}{\partial\rho_{e,m}}\boldsymbol{U}\tag{13}$$

对式(1)求导有

$$\frac{\partial\boldsymbol{k}_e}{\partial\rho_{e,m}}=\sum_{m=1}^{N_M}p_1\rho_{e,m}^{(p_1-1)}\prod_{\substack{m=1\\l\neq m}}^{N_M}[1-(\rho_{e,l})^{p_2}]\boldsymbol{k}_{e,m}^{n}\tag{14}$$

结构体积约束的灵敏度为

$$\frac{\partial V_m}{\partial\rho_{e,m}}=\frac{\partial(\rho_{e,m}v_0)}{\partial\rho_{e,m}}=v_0\tag{15}$$

输出耦合约束对单元密度的灵敏度为

$$\frac{\partial\eta_{j,i}}{\partial\rho_{e,m}}=2u_{O_{j,i}}\frac{\partial u_{O_{j,i}}}{\partial\rho_{e,m}}\tag{16}$$

输入耦合约束对单元密度的灵敏度为

$$\frac{\partial\xi_{j,i}}{\partial\rho_{e,m}}=2u_{I_{j,i}}\frac{\partial u_{I_{j,i}}}{\partial\rho_e}\tag{17}$$

采用类似于求解 $\frac{\partial u_{O_i}}{\partial\rho_{e,m}}$ 方法,可以求得 $\frac{\partial u_{O_{j,i}}}{\partial\rho_{e,m}}$ 和 $\frac{\partial u_{I_{j,i}}}{\partial\rho_e}$

$$\frac{\partial u_{O_{j,i}}}{\partial\rho_{e,m}}=-\boldsymbol{\gamma}^{\mathrm{T}}\frac{\partial\boldsymbol{K}}{\partial\rho_{e,m}}U_{O_i}\tag{18}$$

$$\frac{\partial u_{I_{j,i}}}{\partial\rho_{e,m}}=-\boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}\frac{\partial\boldsymbol{K}}{\partial\rho_{e,m}}U_{O_i}\tag{19}$$

式中:伴随向量 $\boldsymbol{\gamma}$ 由式 $\boldsymbol{K\gamma}-\boldsymbol{L}_{O_{j,i}}=0$ 求得,伴随向量 $\boldsymbol{\zeta}$ 由式 $\boldsymbol{K\zeta}-\boldsymbol{L}_{I_{j,i}}=0$ 求得;式中矢量 $\boldsymbol{L}_{O_{j,i}}$ 和 $\boldsymbol{L}_{I_{j,i}}$ 均为虚拟单元载荷列阵。

采用变密度法进行多相材料柔顺机构拓扑优化设计,优化结果容易出现网格依赖及棋盘格等数值不稳定性现象,本文采用映射过滤方法[22-24]修正灵敏度信息。

3 数值算例

数值算例中,物理量和几何参数均为无量纲。实体材料1和实体材料2的弹性模量分别为70和100,泊松比 μ 为0.3,最小过滤半径 $r_{\min}$ 为4.0。

两自由度柔顺机构的设计域、边界条件以及输入、输出作用如图3所示,设计域尺寸为 $L\times B=200\times 100$,作用载荷 $f_{I,1}$ 和 $f_{I,2}$ 大小均为300,分别施加在左上端和左下端的水平方向,输入载荷 $f_{I,1}$ 在右上端 O_1 期望产生水平位移 u_{O_1},输入载荷 $f_{I,2}$ 期望在输出端 O_2 产生垂直输出位移 u_{O_2};输入弹簧刚度 $k_{\mathrm{in},1}=k_{\mathrm{in},2}=10$,输出弹簧刚度 $k_{\mathrm{out},1}=k_{\mathrm{out},2}=2$,材料1和材料2

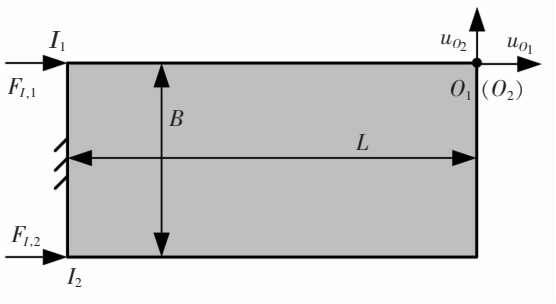
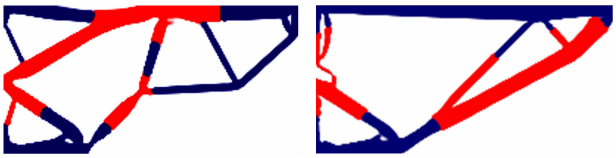


图 3　两自由度柔顺机构设计域

Fig.3　Design domain of compliant mechanism with two degrees of freedom

的允许体积份数分别为 0.125 和 0.150。

为了验证耦合约束的有效性，当系数 η^* 和系数 ξ^* 均取为 0.01 时，考虑有、无耦合约束进行多相材料柔顺机构拓扑优化设计，优化结果如图 4 所示，拓扑构型中的红色区域和蓝色区域分别表示材料 1 和材料 2。与无耦合约束拓扑优化结果相比，完全解耦拓扑优化获得的多相材料柔顺机构拓扑构型存在明显差异。图 5 表示为完全解耦的多相材料柔顺机构拓扑优化迭代图，迭代过程未出现振动现象，较快趋于平稳。



(a) Decoupled constraints ($\xi^*=\eta^*=0.01$)　　(b) Without decoupled constraints

图 4　拓扑优化获得的多相材料柔顺机构构型

Fig.4　The topological configuration of the multi-material compliant mechanism obtained by topology optimization

由表 1 可知，无耦合约束拓扑优化获得的多相材料柔顺机构在载荷 $f_{I,1}$ 作用时，输出端 O_2 产生输出耦合绝对值为 3.374 8，输入端 I_2 产生输入耦合为 1.648 9；在载荷 $f_{I,2}$ 作用时，输出端 O_1 产生输出耦合为 6.964 2，输入端 I_1 产生输入耦合为 1.648 9；这表明无耦合约束设计的多相材料柔顺机构存在较大的输入耦合和输出耦合，导致难以实现多个自由度方向的运动精确控制，降低了柔顺机构的运动精度。完全解耦拓扑优化获得的多相材料柔顺机构在载荷 $f_{I,1}$ 作用时，输出端 O_2 产生输出耦合绝对值减小为 0.064 6，输入端 I_2 产生输入耦合绝对值减小为 0.003 3；在载荷 $f_{I,2}$ 作用时，输出端 O_1 产生输出耦合为 0.076 3，输入端 I_1 产生输入耦合绝对值减小为 0.003 3；这表明完全解耦拓扑优化设计的柔顺机构的输入耦合和输出耦合大大地减小，并且满足输入耦合和输出耦合约束，有效地抑制输入、输出耦合效应，能够实现机构的输入、输出运动达到完全解耦，验证提出的设计方法的有效性。

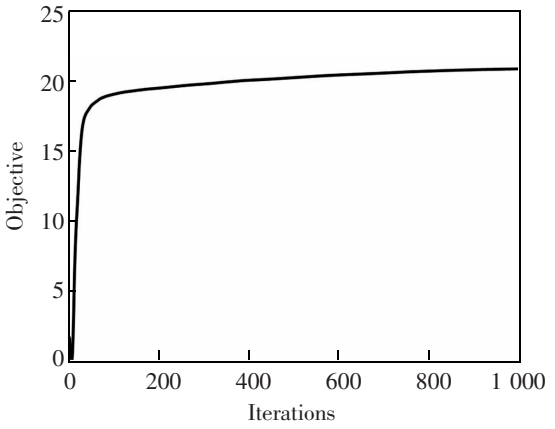


图 5　完全解耦的多相材料柔顺机构拓扑优化迭代过程

Fig.5　The convergence history of the objective for topology optimization of fully decoupled multi-material compliant mechanisms

为了分析不同抑制耦合系数对拓扑优化结果影响，考虑分别取 $\eta^*=\xi^*=0.1$ 和 $\eta^*=\xi^*=0.001$ 条件下，进行基于多相材料的完全解耦合柔顺机构拓扑优化设计，优化结果分别如图 6 所示。随着抑制耦合系数改变，获得的多相材料柔顺机构拓扑构型有所改变，如图 4(a)，图 6 所示。由表 2 可知，随着抑制耦合系数减小，完全解耦拓扑优化获得的多相材料柔顺机构

表 1　有、无耦合约束的多自由度柔顺机构多相材料拓扑优化结果

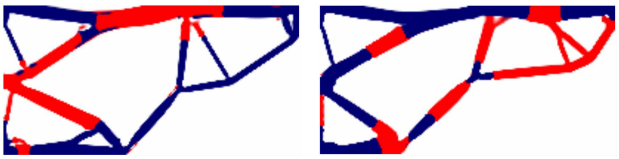
Tab.1　Results of multi-material topology optimization of multi-input-output compliant mechanisms with decoupled constraints and without decoupled constraints

Topology optimization model	u_{O_1}	u_{O_2}	$\tilde{u}_{O_{2,1}}$	$\tilde{u}_{I_{2,1}}$	$\tilde{u}_{O_{1,2}}$	$\tilde{u}_{I_{1,2}}$
Without decoupled constraints	11.542 3	10.281 4	−3.374 8	1.648 9	6.964 2	1.648 9
With decoupled constraints	10.424 5	4.818 3	−0.064 6	−0.003 3	0.076 3	−0.003 3

表2 不同抑制系数条件下的完全解耦的多相材料柔顺机构拓扑优化结果

Tab.2 Results of multi-material topology optimization of multi-input-output compliant mechanisms with decoupled constraints under different coupling coefficients

Different coupling coefficients	u_{O_1}	u_{O_2}	$\tilde{u}_{O_{2,1}}$	$\tilde{u}_{I_{2,1}}$	$\tilde{u}_{O_{1,2}}$	$\tilde{u}_{I_{1,2}}$
$\xi^*=\eta^*=0.1$	10.098 7	4.909 2	−0.209 0	0.227 2	0.237 2	0.227 2
$\xi^*=\eta^*=0.01$	10.424 5	4.818 3	−0.064 6	−0.003 3	0.076 3	−0.003 3
$\xi^*=\eta^*=0.001$	10.449 9	4.776 2	−0.019 5	0.000 5	0.024 8	0.000 5



(a) $\xi^*=\eta^*=0.01$ (b) $\xi^*=\eta^*=0.001$

图6 完全解耦拓扑优化获得的多相材料柔顺机构构型

Fig.6 The topological configuration of the multi-material compliant mechanism obtained by topology optimization with decoupled constraints

的输入耦合和输出耦合逐渐减小，并且均能够满足耦合约束，有效地抑制输入、输出耦合效应，能够实现多相材料柔顺机构的输入、输出运动达到完全解耦。

4 结论

本文采用基于单元堆积法的多相材料插值模型，引入输入耦合和输出耦合约束，进行基于多相材料的完全解耦多自由柔顺机构拓扑优化设计研究，得到以下结论。

1）与无解耦拓扑优化结果相比，完全解耦拓扑优化获得的多相材料多自由度柔顺机构构型有显著不同，机构的输入耦合和输出耦合大大减小，有效地抑制多自由度柔顺机构输入、输出耦合效应，能够实现输入、输出运动完全解耦。

2）随着抑制耦合系数减小，完全解耦拓扑优化获得的多相材料柔顺机构拓扑构型有所改变，多自由度机构的输入耦合和输出耦合逐渐减小，并且均能够满足耦合、输出耦合约束。

参考文献：

[1] LI J,CHEN G. A general approach for generating kineto-static models for planar flexure-based compliant mechanisms using matrix representation[J]. Mechanism and Machine Theory,2018,129(7):131-147.

[2] 占金青,龙良明,刘敏,等. 基于最大应力约束的柔顺机构拓扑优化设计[J]. 机械工程学报,2018,54(23):32-38.
ZHAN J Q,LONG L M,LIU M,et al. Topological design of compliant mechanisms with maximum stress constraint[J]. Journal of Mechanical Engineering,2018,54(23):32-38.

[3] 余跃庆,张亚涛,张绪平,等. 柔顺微夹持机构理论分析与实验[J]. 农业机械学报,2018,49(11):393-398.
YU Y Q,ZHANG Y T,ZHANG X P,et al. Theoretical analysis and experiment on compliant microgripper mechanism[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery,2018,49(11):393-398.

[4] YU Y,LI Q,XU Q. Pseudo-rigid-body dynamic modeling and analysis of compliant mechanisms[J]. Journal of Mechanical Engineering Science,2018,232(9):1665-1678.

[5] 邱丽芳,刘宁宁,陈明坤,等. Nested-LET 柔性铰链设计与性能分析[J]. 农业机械学报,2018,49(5):427-433.
QIU L F,LIU N N,CHEN M K,et al. Design and performance analysis of nested-LET flexure hinge[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery,2018,49(5):427-433.

[6] CLARK L,SHIRINGZADEH B,PINSKIER J,et al. Topology optimisation of bridge input structures with maximal amplification for design of flexure mechanisms[J]. Mechanism and Machine Theory,2018,122(4):113-131.

[7] 占金青,刘天舒,刘敏,等. 考虑疲劳性能的柔顺机构拓扑优化设计[J]. 机械工程学报,2021,57(3):59-68.
ZHAN J Q,LIU T S,LIU M,et al. Topological design of compliant mechanisms considering fatigue constraints[J]. Journal of Mechanical Engineering,2021,57(3):59-68.

[8] YIN L,ANANTHASURESH G K. Topology optimization of compliant mechanisms with multiple materials using a peak function material interpolation scheme[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization,2001,23(1):49-62.

[9] 张宪民,胡凯,王念峰,等. 基于并行策略的多材料柔顺机构多目标拓扑优化[J]. 机械工程学报,2016,52(19):1-8.
ZHANG X M,HU K,WANG N F,et al. Multi-objective topology optimization of multiple materials compliant mecha-

nisms Based on Parallel Strategy[J]. Journal of Mechanical Engineering,2016,52(19):1-8.

[10] MAJDI B,REZA A. Multi-material topology optimization of compliant mechanisms via solid isotropic material with penalization approach and alternating active phase algorithm[J]. Journal of Mechanical Engineering Science,2020,234(13):2631-2642.

[11] ZUO W,SAITOU K. Multi-material topology optimization using ordered SIMP interpolation[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization,2017,55(2):477-491.

[12] ROSTAMI P,MARZBANRAD J. Multi-material topology optimization of compliant mechanisms using regularized projected gradient approach[J]. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering,2020,42(9):457.

[13] ZHAN J,LI Y,LUO Z,et al. Topological design of multi-material compliant mechanisms with global stress constraints[J]. Micromachines,2021,12(11):1379.

[14] FRECKER M I. Topology optimization of compliant mechanisms with multiple outputs[J]. Structural Optimization,1999,17(4):269-278.

[15] ZHU B,ZHANG X,WANG N. Topology optimization of hinge-free compliant mechanisms with multiple outputs using level set method[J]. Structural & Multidisciplinary Optimization,2013,47(5):659-672

[16] ALONSO C,ANSOLA R,QUERIN O M. Topology synthesis of Multi-Input-Multi-Output compliant mechanisms[J]. Advances in Engineering Software,2014,76:125-132.

[17] 李兆坤, 张宪民. 多输入多输出柔顺机构几何非线性拓扑优化[J]. 机械工程学报,2009,45(1):180-188.
LI Z K,ZHANG X M. Topology optimization of multiple inputs and outputs compliant mechanisms with geometrically nonlinearity[J]. Journal of Mechanical Science and Technology,2009,45(1):180-188.

[18] ZHU B,CHEN Q,JIN M,et al. Design of fully decoupled compliant mechanisms with multiple degrees of freedom using topology optimization[J]. Mechanism and Machine Theory,2018,126:413-428.

[19] 占金青,彭怡平,龙良明,等. 基于应力约束的多相材料结构拓扑优化设计[J]. 计算机集成制造系统,2021,27(1):149-155.
ZHAN J Q,PENG Y P ,LONG L M,et al. Topology optimization of multiple materials continuum structure with stress constraints[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems,2021,27(1):149-155.

[20] BOHRER R,KIM I Y. Multi-material topology optimization considering isotropic and anisotropic materials combination[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization,2021,64(3):1567-1583.

[21] SVANBERG K. The method of moving asymptotes:a new method for structural optimization[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering,1987,24(2):359-367.

[22] XIANG P,LI J,JIANG S,et al. Robust topology optimization of continuum structures with loading uncertainty using a perturbation method[J]. Engineering Optimization,2018,50(4):1-15.

[23] 占金青,龙良明,林春辉,等. 非均匀温度场下的热固耦合结构多相材料拓扑优化[J]. 华东交通大学学报,2018,35(5):117-123.
ZHAN J Q,LONG L M,LIN C H,et al. Multi-material topology optimization of thermo-mechanical coupling structure in non-uniform temperature field[J]. Journal of East China Jiaotong University,2018,35(5):117-123.

[24] WANG F,LAZAROV B S,SIGMUND O. On projection methods,convergence and robust formulations in topology optimization[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization,2011,43(6):767-784.



第一作者:占金青(1979—),男,教授,博士,硕士研究生导师,研究方向为柔顺机构设计,智能结构设计等。E-mail:zhan_jq@126.com。



通信作者:刘敏(1990—),男,副教授,博士,研究方向为柔顺机构,柔性铰链拓扑优化设计等。E-mail:lmin2016@foxmail.com。

(责任编辑:姜红贵)