

# 混编公交发车间隔及车辆运用计划协同优化的两阶段模型

付雨, 石俊刚, 杨静, 邱振

(华东交通大学交通运输工程学院, 江西 南昌 330013)

**摘要:** 本文的主要研究内容由燃油公交和电动公交共同组成的混编公交发车间隔与车辆运用计划协同优化, 以发车间隔平滑化程度和综合运营成本最小为优化目标, 考虑发车间隔范围、车辆数目、车辆接续、电动公交续航里程等多个约束, 建立优化模型。设计遗传算法对两阶段模型进行求解, 提升了求解的效率与准确性。案例表明: 和既有运营方案相比, 此优化模型可以在较为均匀的发车间隔下, 合理配置公交车辆使用数目, 实现电动公交错峰充电, 提升车辆利用率, 节约车辆总运营成本可达到 13.04%。

**关键词:** 混编公交车队; 公交车辆运用计划; 公交时刻表; 遗传算法

中图分类号: U121

文献标志码: A

## A two-stage model for collaborative optimization of mixed bus departure intervals and vehicle utilization plans

Fu Yu, Shi Jungang, Yang Jing, Di Zhen

(School of Transportation Engineering, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China)

**Abstract:** The main research focus of this study is the collaborative optimization of mixed-operation bus departure intervals and vehicle utilization plans, involving both fuel-powered and electric buses. The optimization objectives are to achieve smooth departure intervals and minimize overall operational costs. Multiple constraints are considered, including departure interval range, number of vehicles, vehicle connectivity, and electric bus range. An optimization model is established to address these aspects. A genetic algorithm is designed to solve the two-stage model, enhancing efficiency and accuracy of the solution. The case demonstrate that compared to the existing operating scheme, this optimization model can allocate the number of buses used more reasonably with a relatively uniform departure interval. It achieves off-peak charging for electric buses, enhances vehicle utilization, and saves up to 13.04% of the total operational cost of vehicles.

**Key words:** Mixed bus fleet; Vehicle utilization plan; Bus scheduling; Genetic Algorithm

收稿日期: 2023-07-11

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71801093)

当前,我国公交线路大多采用燃油公交车,其续航能力强,能源补充方便。但是燃油公交在车辆运行的过程中会产生大量的有害气体排放,对城市环境会造成较大污染,与我国节能减排的大环境和政策相违背。随着新能源汽车的快速发展,电动公交车逐渐得到广泛应用,采用电动公交车代替燃油汽车已成为趋势。在短时间内,因成本问题还无法实现新能源电动车完全代替传统燃油车,所以燃油车与电动车混合运行的局面在过渡期将普遍存在。此外,清洁能源车辆虽然具有环境友好的特点,但车辆的续航里程仍然相对较短,在运行过程中需要充电,且单次充电的时间较长,对充电场地和设备要求较高。由于不同类型的车辆动力特性、能源类别和消耗特征存在着巨大差异,如何平衡燃油公交的碳排放成本与电动公交的电能消耗成本、合理安排新能源汽车的充电时间、降低综合运营成本,是当前混编公交调度优化问题仍待解决的问题。

时刻表和车辆运用计划是公交运营计划的两个重要组成部分,两者整体优化可以兼顾乘客与企业的利益,是公交运输管理领域研究的热点内容。关于公交时刻表和运用计划的整体优化主要分为两类。第一类是进行两个问题的协同优化求解,如Roajs<sup>[1]</sup>等在面向公交区域网络的条件下,建立的双目标模型为车辆运营成本最低与乘客的换乘成功率最高,较好地解决了时刻表和车辆排班协同优化。滕靖、刘立强等<sup>[2]</sup>,通过建立集成优化模型,根据公交调度模式建立时刻表和单类型车辆排班的多目标优化模型,同时产生相对应的最优发车时刻表与公交车辆调度方案。第二类是分步优化求解,即先求出初始时刻表,再进行车辆排班计划优化。若生成的排班计划无法满足约束,则在时刻表的可行约束范围内不断反馈直至得到最优解。Ceder<sup>[4]</sup>设计了一种更高效的启发式算法用于求解考虑发车时刻表间隔均衡、运营成本最低的公交时刻表和排班计划协同优化问题。关于混编公交车运行计划的研究主要集中在车队车辆组成和车次链优化方面。Grijalva<sup>[5]</sup>从碳排放角度研究如何配置公交和燃油公交车辆配置数量,以实现碳排放成本最低。但在实际运用中,车辆配置方案是车辆运用计划生成的基础。故车辆配置的研究不仅要考虑线路要求,还要考虑车辆在后续运用过程中所产生的综合成本。随后,诸多学者将车辆配型纳入车辆运用计划中进行考

虑。Paul<sup>[6]</sup>等将电动公交运营里程最大作为目标函数生成车辆排班计划,其没有考虑电动公交最大行驶里程的限制同时也没有考虑因电动公交充电所造成的空驶里程对等因素。Wang<sup>[7]</sup>等将充电技术纳入公交运行计划中考虑,建立充电成本最小为目标的优化模型,将其作为线性规划问题求解生成公交车辆排班方案。在此基础上,考虑充电限制等因素,Zhu<sup>[8]</sup>对公交线路车辆的特性进行分析,根据电动公交的供能方式,以公交企业运营总成本和电动公交充电成本最小为目标构建了电动公交的排班方案。范毓琳<sup>[9]</sup>以公交运营总成本最低为目标,采用遗传算法和粒子群算法求解得出电动公交的行车计划。

虽然目前在公交时刻表和车辆运用计划上已存在较多研究,但既有研究大多是针对于单一类型车辆,对混编公交时刻表与车辆运用的集成优化问题研究较少。为此,本文尝试在考虑燃油公交碳排放成本的基础上,对公交时刻表和混编公交车辆运用计划进行优化,提高发车间隔平滑性,对电能公交车的节能减排效益进行量化,实现电动公交错峰充电,以实现降低整条线路运营成本,提升运营效率的优化效果。

## 1 问题解析

公交时刻表主要规定各特征时段内车次数目和发车间隔,是车辆运用计划制定的基础。时刻表不仅要满足乘客出行的需求,还要尽可能实现发车间隔足够平稳,以提升乘客的出行满意度。车辆运用计划则是合理编排各上线车辆的执行车次,减少上线车辆数及运营成本。而混编公交与单一车辆运用计划的主要差异为:前者由燃油、电动两种类型车辆共同执行车次任务,在制定车辆运用计划时,需具体考虑两种车辆特性。因此,混编公交的车辆运用计划则需要根据车辆的不同类型安排执行车次,其中电动公交车辆在运行过程中会受最大行驶里程的限制,需合理安排车辆的充电时间和充电次序。

为提高车辆运用效率,在满足客流需求的同时,尽可能降低运营成本,有必要将公交时刻表和混编车底运营计划进行协同考虑,一方面为乘客提供各时段合理的发车频次,另一面通过车底运营计划,尽可能降低车辆运用成本,同时合理安排新能源汽车的充电次序。本文的研究背景是针对特定单线公交线路,运营车辆由电动公交车和燃油公交车组成。车辆从起点站出发,运

行至终点站再返回起点站的过程为一完整的运行路径, 车辆运行过程如下图 1 所示。通过综合优化时刻表和车底运用计划, 目标是均衡公交各时段发车间隔, 并降低车辆运营总成本。其中运营总成本包括车辆使用成本、能耗成本、燃油公交的碳排放成本。约束条件主要涉及发车间隔平滑程度、车辆数目限制、纯电动车辆续航里程限制等。本文模型主要解决以下三个问题: 1、确定各车次之间最优发车间隔; 2、确定使用电动车辆、燃油车辆数量; 3、确定各车辆执行的车次、电动车充电时间。

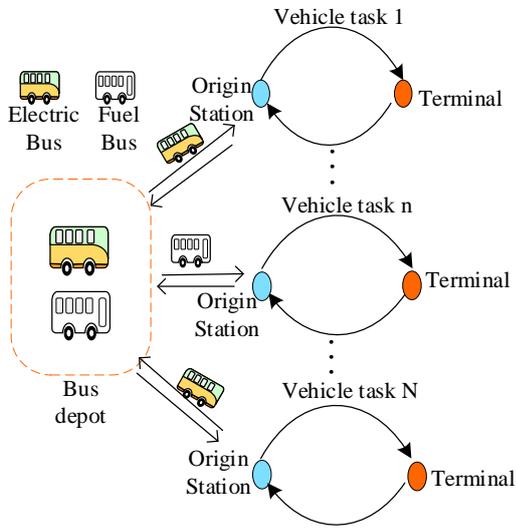


图 1 混编公交车队运营模式

Fig.1 Operation model of mixed bus fleet

## 2 问题优化建模

在本文优化问题中, 将时刻表问题与车辆运用计划问题进行集成优化, 而运用车辆包含燃油车和电动车两个类型, 构建集成优化模型会导致问题规模较大难于求解。故本文采用两阶段模型解决此问题。第一阶段首先将发车间隔标准差最小作为优化目标, 求解公交时刻表。在第一阶段的基础上, 时刻表满足特定乘客服务水平的前提下, 第二阶段选用总运营成本最小化为目标优化公交车辆运用计划。

### 2.1 时刻表优化

#### 2.1.1 分时段线路发车班次确定

根据客流特性, 将运营时间划分为若干个客流特征时段  $f \in [1, F]$ , 如早高峰时段、平峰时段、晚高峰时段, 再根据单位小时的最大断面客流量求出公交车辆发车班次<sup>[10]</sup>, 作为以下时刻表优化过程的前提。

$$n_f = P_{mf} T_f / 60aH, \forall f \in [1, F] \quad (1)$$

$$T_f = T_f^* - T_f', \forall f \in [1, F] \quad (2)$$

$$N = \sum_{f=1}^F n_f, \forall f \in [1, F] \quad (3)$$

$$I_f = \left[ \left( \sum_1^f n_f - n_f \right) + 1, \dots, \sum_1^f n_f \right], f \in [1, F] \quad (4)$$

式中:  $f$  表示特征时段的编号,  $F$  特征时段的总数,  $f \in [1, F]$ ;  $n_f$  为  $f$  时段内的发车班次;  $P_{mf}$  为  $f$  时段内的公交线路最大断面小时客流量, 人/小时;  $a$  为  $f$  时段内车辆的满载率阈值, 满载率阈值分为高峰时期满载率  $a_1$  和平峰时期满载率  $a_2$ ;  $H$  为公交车辆额定载客量, 人;  $T_f$  为  $f$  时段的时间跨度, min; 其中,  $T_f^*$  为时段起始时刻,  $T_f'$  为时段结束时刻;  $N$  为全日总发车班次, 次;  $I_f$  为各特征时段内车次编号。

公式 (1) 通过划分客流特征时段, 计算出各特征时段内的车次数量; 公式 (2) 为各特征时段时间跨度的计算公式; 公式 (3) 将各时段车次数量累加, 计算全日总车次数; 公式 (4) 为各时段内车次集合的表示方法。

#### 2.1.2 各时段公交车发车间隔优化

在满足客流需求的前提下, 时刻表优化的目标是尽可能保证特定时段内列车的发车间隔均匀化, 以提高公交车辆服务的稳定性。本文采用发车间隔平滑度作为目标函数, 指实际发车间隔与平均发车间隔标准差。主要是在特定时段内让列车的发车间隔尽量均衡, 以提高公交车辆服务的稳定性。本优化模型选取发车间隔标准差  $Z_1$  最小为目标函数, 分时段确定各车次的发车间隔, 对各车次的发车时间进行优化<sup>[11][5]</sup>。

该问题的输入条件为线路各时段客流信息、各时段的发车间隔范围, 输出结果为各车次发车时刻及模型中目标函数值。以发车间隔标准差最小为目标, 目标函数如式 (5) 所示:

$$\min Z_1 = \sqrt{\frac{\sum_{f=1}^F \sum_{i=n_{f-1}+2}^{n_f} [(t_i^s - t_{i-1}^s - \bar{t}_f)]^2}{N-1}} \quad \forall i \in I_f, f \in [1, F] \quad (5)$$

全日时间此线路平均发车间隔  $\bar{t}$  可通过公式 (6) 计算得到:

$$\bar{t}_f = \frac{t_i^s - t_{i-1}^s}{|I_f| - 1} \quad (6)$$

发车间隔受服务水平的约束，约束条件有：

$$h_{f_{\min}} \leq t_i^s - t_{i-1}^s \leq h_{f_{\max}}, \forall i \in I_f, f \in [1, F] \quad (7)$$

式中： $t_i^s - t_{i-1}^s$ 为发车间隔，为决策变量， $i$ 为车次编号； $\bar{t}$ 为全日时间此线路平均发车间隔； $h_{f_{\max}}$ 、 $h_{f_{\min}}$ 分别为 $f$ 时段内最大和最小发车间隔， $\min$ ；其与公交企业的服务水平有关。

公式（5）为目标函数，表示线路全日发车间隔与全日平均发车间隔的标准差最小；公式（6）为线路全日平均发车间隔的计算公式；公式（7）约束任意发车间隔均介于此时段最小发车间隔和最大发车间隔之间，此约束可以保障乘客的服务水平。

## 2.2 混编公交车辆运用计划优化

### 2.2.1 运营成本分析

对于公交公司而言，在编制车辆运用计划时，应在保证乘客服务水平的基础上，尽可能地减少运营成本。因此，本文在编制混编公交车辆运用计划时，目标函数为燃油公交和电动公交的运营成本总和最小<sup>[12]</sup>。

（1）电动车辆运营成本 $P_e$ 包括电动公交使用成本 $P_{e,1}$ 与电能消耗成本 $P_{e,2}$ 。按照行驶里程工作量法作为依据计算电动公交车辆的使用成本，其与 $m_e$ 电动公交的购买成本、 $R_0$ 公交车辆的净残值率、 $l_j$ 第 $j$ 辆公交的行驶里程、 $d_e$ 电动公交的预计行驶里程总数相关， $P_{e,1} = m_e(1 - R_0)l_j / d_e$ ；电能消耗成本是指在公交车辆的运营过程中，电动车耗电完毕后在车场进行充电过程中产生的电能消耗，为了降低模型的复杂程度在此选用平均能耗进行计算，其与 $E_e$ 电动公交的总能耗量、 $p_e(t)$ 电能单位成本有关， $P_{e,2} = E_e p_e(t)$ ，其中电动公交的总能耗量与 $l_j$ 以及 $q_e$ 电动公交单位里程耗电量相关， $E_e = l_j \cdot q_e$ 。

因此，构建的电动公交运营成本模型如下所示：

$$P_e = m_e(1 - R_0)l_j / d_e + E_e p_e(t) \quad (8)$$

（2）燃油公交运营成本 $P_o$ 包括燃油公交车辆使用成本 $P_{o,1}$ 、燃油消耗成本 $P_{o,2}$ 以及碳排放成本 $P_{o,3}$ 。按照行驶里程工作量法作为依据计算燃油公交车辆的使用成本，其与 $m_o$ 燃油公交的购买成本、 $R_0$ 公交车辆的净残值率、 $l_j$ 为第 $j$ 辆公交的

行驶里程、 $d_o$ 为燃油公交的预计行驶里程总数相关， $P_{o,1} = m_o(1 - R_0)l_j / d_o$ ；燃油消耗的成本是在公交车辆的运营过程中产生的，与 $p_o$ 为燃油单位成本和 $E_o$ 总燃油消耗有关， $P_{o,2} = E_o p_o(t)$ ，其中燃油公交的总能耗量与 $l_j$ 以及 $q_o$ 燃油公交单位里程的耗油量相关， $E_o = l_j \cdot q_o$ ；同时，在燃油公交行驶过程中会产生碳排放，与碳排放因子和碳排放转化系数有关。首先通过碳排放因子得出燃油公交在行驶过程中产生的总碳排放量，再通过转化系数得出碳排放处理成本， $F_o$ 燃油公交消耗单位燃油产生的碳排放量； $r$ 为碳排放转化系数； $P_{o,3} = E_o F_o r$ 。

因此，构建的燃油公交运营成本模型如下所示：

$$P_o = m_o(1 - R_0)l_j / d_o + E_o p_o + E_o F_o r \quad (9)$$

### 2.2.2 车辆运用计划优化模型

公交车辆运用计划编制的合理与否决定了公交公司运营成本和运用车辆数，因此，在编制车辆运用计划中，应在统筹考虑燃油公交车辆和电动公交车辆差异性的基础上，遵循约束条件，得到合理的车辆运用计划方案。

此外，为简化问题，在车辆运用计划优化模型中作出以下假设：

- （1）各公交车辆在运营结束后返回车场充电，运营开始前默认为满电状态。
- （2）各公交车辆返回车场后即可充电，有充足数量的充电桩，无需等待。
- （3）列车在公交线路运行速度稳定，线路上下行路线长度相等，不受其他因素的影响。

该问题输入条件为公交车次信息、发车时刻、两类型车辆及公交线路信息，输出结果为两类型公交车辆车次链以及最小运营成本值。以综合运营成本最小为目标，目标函数如式（10）所示：

$$\text{Min}Z_2 = \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^N (x_j x_{i,j}) P_e + \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^N (1 - x_j)(x_{i,j}) P_o \quad (10)$$

式中： $x_j$ 为0-1变量，表示车辆 $j$ 是否为电动公交， $j$ 为公交车辆编号， $j \in [1, M]$ ， $M$ 为可用车辆总数； $x_{i,j}$ 为0-1变量，表示车辆 $j$ 是否执行车次 $i$ ， $i$ 为车次编号， $i \in [1, M]$ 。

混编公交车辆运用计划编制问题也是车次链求解问题，此模型的决策变量有：

$$x_j = \begin{cases} 1, \text{车辆}j\text{为电动公交} \\ 0, \text{否则} \end{cases} \quad (11)$$

$$x_{i,j} = \begin{cases} 1, \text{车辆}j\text{执行车次}i \\ 0, \text{否则} \end{cases} \quad (12)$$

$$x_{h,i}^j = \begin{cases} 1, \text{车辆}j\text{执行车次}h\text{后执行车次}i \\ 0, \text{否则} \end{cases} \quad (13)$$

$$C_i^j = \begin{cases} 1, \text{电动车辆}j\text{执行车次}i\text{后充电} \\ 0, \text{否则} \end{cases} \quad (14)$$

混编公交车辆运用计划编制问题属于常规车辆运用计划编制问题的拓展，故常规计划落实约束以及接续唯一性约束依然存在。相关约束条件有：

$$\sum_{j=1}^M x_{i,j} = 1, \forall i \in [1, N] \quad (15)$$

$$\sum_{j=1}^M \sum_{h=1}^N x_{h,i}^j = 1, i \neq j, i \in [1, N] \quad (16)$$

$$\sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^N x_{h,i}^j = 1, i \neq j, h \in [1, N] \quad (17)$$

$$\sum_{j=1}^M \sum_{h=1}^N x_{o,h}^j = \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^N x_{i,o}^j \quad (18)$$

式中： $x_{h,i}^j$  为 0-1 变量，表示车辆  $j$  执行完车次  $h$  后执行车次  $i$ ， $h, i \in [1, N]$ ； $C_{i,j}$  为 0-1 变量，表示电动车辆  $j$  执行完车次  $i$  后充电； $x_{o,h}^j$  表示车辆  $j$  从车场出发执行车次  $h$ ， $x_{i,o}^j$  表示车辆  $j$  执行完车次  $i$  后回到车场。

公式 (10) 为目标函数，表示电动公交和燃油公交运营成本之和最小；公式 (11) 为车辆类型判断变量；公式 (12) 为车辆执行状态判断变量；公式 (13) 表示车辆车次链的衔接状态判断变量；公式 (14) 表示电动公交充电状态判断变量；公式 (15) 约束每个车次必须有车辆执行，且只有一辆车执行；公式 (16) 约束任意一个任务车次只能与一个前序车次连接；公式 (17) 约束任意一个任务车次只能与一个后序车次连接；公式 (16) - (17) 保证了车次接续的唯一性；公式 (18) 约束任意从停车场出发的车辆最终会回到车场。

公交线路配备的车辆数目通常是固定的，优

化方案中使用车辆数目不应超过线路可供使用的车辆数目。相关约束条件为：

$$N_e \leq N_e^{\max} \quad (19)$$

电动公交车辆使用总数目  $N_e$  可通过公式 (20) 计算得到：

$$N_e = \sum_{j=1}^M \left\{ 1 - \max \left\{ 1 - \max \left[ x_j \sum_{i=1}^N x_{i,j}, 0 \right], 0 \right\} \right\} \quad (20)$$

$$N_o \leq N_o^{\max} \quad (21)$$

燃油公交车辆使用总数目  $N_o$  可通过公式 (22) 计算得到：

$$N_o = \sum_{j=1}^M \left\{ 1 - \max \left\{ 1 - \max \left[ (1 - x_j) \sum_{i=1}^N x_{i,j}, 0 \right], 0 \right\} \right\} \quad (22)$$

式中： $N_e, N_o$  分别为使用电动、燃油公交车辆总数目； $N_e^{\max}, N_o^{\max}$  分别为电动、燃油公交车最大可用数目。

公式 (19) 约束运用计划中使用电动车的总数须小于电动车最大可用数量；公式 (20) 为使用电动车总数量计算公式；公式 (21) 约束运用计划中使用燃油车的总数须小于燃油车最大可用数量；公式 (22) 为使用燃油车总数量计算公式。

因电动公交在行驶过程中受续航里程限制，若车辆剩余运行里程不足以执行下一车次任务并返回车场，则该车辆必须进行充电；若剩余行驶里程足够，可以根据车辆空余时间进行“灵活充电”。约束条件为：

$$L_{\max} - l_{i,j} \geq (2L + L_0) - U \cdot C_{i,j}, \forall i \in [1, N], j \in [1, M] \quad (23)$$

电动车辆单次放电过程中累计行驶里程  $l_{i,j}$  可通过公式 (24) 计算得到：

$$l_{i,j} = \left( \sum_{h \in M_p} \sum_{i \in M_p} x_{h,i}^j 2L \right) + L_0 \quad (24)$$

式中： $L_{\max}$  为电动公交车辆的最大续航里程； $U$  为无穷大的常数； $l_{i,j}$  为车辆  $j$  最近一次充电开始至执行完车次  $i$  时累计行驶里程，km； $M_p$  为车辆  $j$  单次放电过程运行的车次集合； $L$  为单程线路长度，km； $L_0$  为起点至车场的距离，km。

公式 (23) 约束当剩余行驶里程不足以完成下一车次任务并返回车场时，则必须充电；反之，

亦可在车辆运营间隙灵活充电；公式（24）为车辆单次放电过程中累计行驶里程的计算方法。

为保证车次链的可行性，同一车辆在执行车次链上两相邻车次任务时应保证有充足时间间隔，且此间隔不小于车辆衔接时间。约束条件为：

$$t_i^s - t_h^a \geq t_{h,i,j} \cdot x_{h,i}^j, \forall h, i \in [1, N], j \in [1, M] \quad (25)$$

衔接时间与车辆的类型有关，电动公交车若需要充电则衔接时间为充电时间加车辆准备时间，否则为车辆准备时间；燃油公交的衔接时间为车辆准备时间。

衔接时间  $t_{h,i,j}$  可通过公式（26）计算得到：

$$t_{h,i,j} = \begin{cases} t_{h,i,j}^c + \frac{2L_0}{v} + t_z, & \text{若 } C_{i,j} = 1 \\ t_z, & \text{其他} \end{cases} \quad (26)$$

电动车辆充电时间  $t_{h,i,j}^c$  可通过公式（27）计算得到：

$$t_{h,i,j}^c = \frac{(l_{i,j} + L_0) \cdot q_e}{\varepsilon} \quad (27)$$

式中： $t_i^s, t_h^a$  分别为车次  $i$  的开始时间、车次  $h$  的结束时间； $t_{h,i,j}$  为车辆  $j$  在车次  $h$  和  $i$  之间的衔接时间， $\min$ ； $t_z$  为发车准备时间； $t_{h,i,j}^c$  为车辆  $j$  在车次  $h$  和  $i$  之间的充电时间， $\min$ ； $v$  为车辆运行速度， $km \cdot h^{-1}$ ； $\varepsilon$  充电功率， $kWh \cdot \min^{-1}$ ；。

公式（25）约束下一车次  $i$  的出发时间与前一车次  $h$  的结束时间之差不得小于车辆的衔接时间；公式（26）为衔接时间的计算公式，电动公交车若需要充电则衔接时间为车辆准备时间加上充电时间，否则为车辆准备时间；公式（27）为电动公交车充电时间计算方法。

### 3 算法设计

#### 3.1 算法描述

本问题两阶段模型均存在非线性约束，无法采用 CPLEX/GROUBI 等求解器直接求解，故本文采用启发式算法进行求解。此前，已有学者采用启发式算法中的遗传算法和自适应大邻域搜索算法求解得出了公交车运用问题的最优结果，借鉴此方法来设计本文模型的高效启发式算法。

#### 3.2 求解步骤

**步骤 1 编码。**本文时刻表优化模型在确定各时段车次  $n_j$  的基础上，按照车次顺序，将发车时刻转化为分钟，车次 1 的发车时刻默认为 5: 30，

编码时刻为 0，进行时刻表染色体编码，如下图 2 所示。车辆运用计划模型采用整数编码方式，需先确定每种类型的公交可配置的最大数目，基于车辆编号进行编码，构建一个  $N \times M$  的二维 0-1 矩阵，如下图 3 所示。给每个车次匹配对应的执行车辆，确定全部车辆的车次执行情况。车辆需在两连续车次之间进行充电，故需先确定车辆运用计划后，再制定充电计划。

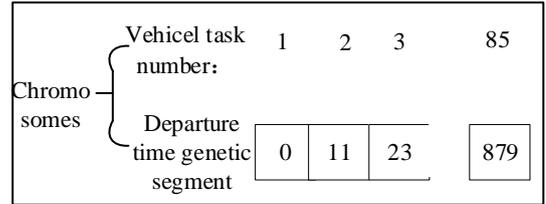


图 2 时刻表染色体编码示例

Fig.2 Timetable chromosome coding example

$$X = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}_{N \times M}$$

图 3 车辆运用计划染色体编码示例

Fig.3 Utilization plan chromosome coding example

**步骤 2 初始化种群。**时刻表模型根据发车间隔要求生成 500 个个体形成初始种群；车辆运用计划模型根据时刻表模型求解的发车时刻表、接续约束、充电约束等生成 500 个个体形成初始种群。

**步骤 3 计算适应度值。**本文模型的目标为发车间隔标准差和公交运营总成本最小化，所以本文以目标函数作为适应度函数。通过将个体由列表形式转换为矩阵形式进行个体适应度计算，适应度最高的染色体即为最优的方案。

**步骤 4 选择算子。**本文采用的方法为轮盘选择，个体适应度越高，被选择的概率越大即遗传到下一代的概率越大，使用轮盘选择法选择出足够的个体产生下一代。

**步骤 5 交叉。**时刻表模型采用单点交叉法进行交叉操作，以交叉概率随机产生交叉点并互换基因。

车辆运用计划模型中由于设计的编码方式为各公交车辆执行的车次链是有序的，但全部车次链之间是无序的，本文车辆有 2 种车型，若选用

常规的交叉算子，则会生成较多的不可行解降低计算效率。因此，本文将交叉过程进行改进，交叉过程以车辆为单位，随机选择两个车次进行交叉。

情况 1：若车辆种类相同，则仅需考虑车次链交叉，两染色体交叉之后遍历车辆接续约束条件进行检验，若满足，则交叉成功，产生新染色体进入子代；否则交叉失败，原染色体重新进行交叉操作。

情况 2：若车辆种类不同，不仅需要考虑车次链交叉，还应考虑车型交叉情况。两染色体交叉后，判断交叉后的各车辆车次接续是否满足要求，还应判断交叉之后电动车辆是否满足最大行驶里程约束限制和充电约束。若满足，则交叉成功，产生新染色体进入子代；否则交叉失败，原染色体重新进行交叉操作。

通常，交叉概率的取值范围为 0.5~0.8，本文

交叉概率取  $P_c = 0.5$ 。

**步骤 6 变异。**时刻表模型针对部分发车时间进行变异，随机选择发车时间更换为任意数后，判断是满足发车间隔等约束。若满足，则变异成功，产生新染色体进入子代；否则变异失败，原染色体重新进行变异操作。

车辆运用计划模型针对公交车次部分进行变异，随机选择车次更换为随机车辆后，判断是否满足接续等约束条件。若满足，则变异成功，产生新染色体进入子代；否则变异失败，原染色体重新进行变异操作。

变异概率的取值范围一般为 0.001~0.1，本文变异概率取  $P_m = 0.1$ 。

**步骤 7 停止条件判断。**当迭代次数达到最大迭代次数  $\max\_gen$  或者无可行解时，结束搜索。

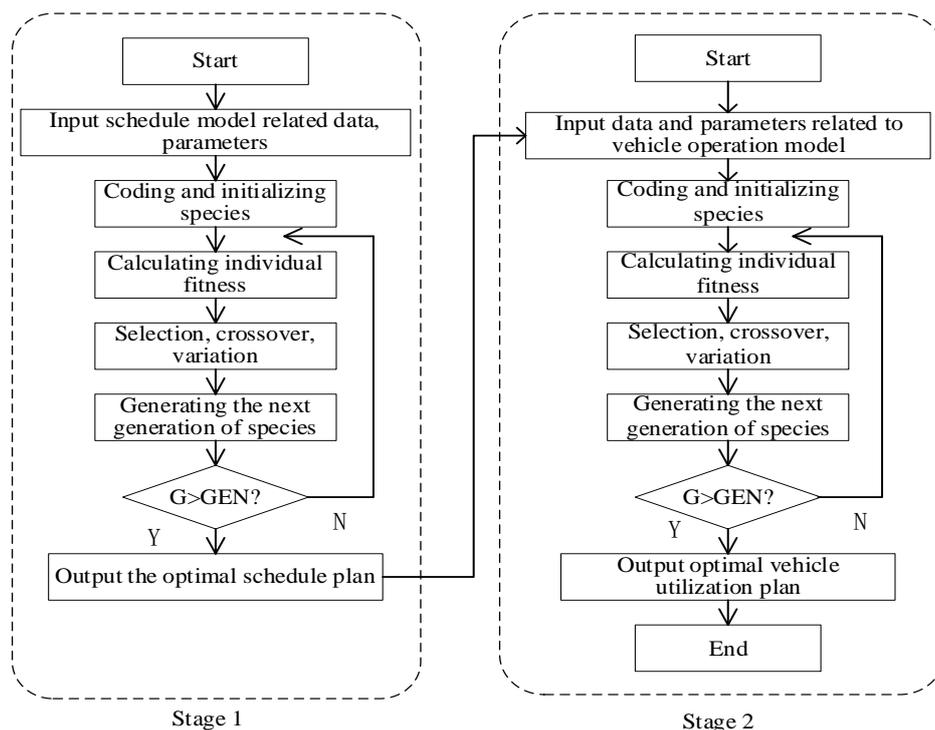


图 4 算法流程

Fig.4 Algorithm process

## 4 实例研究

### 4.1 实例数据

选取江西省南昌市某混编公交线路作为本节的示例研究，线路共设 18 个车站。通过有序聚类对线路客流量进行分析，客流情况以及发车间隔

范围如表 1 所示。

表 1 线路分时段客流及发车间隔

Tab.1 Line passenger flow and departure interval in each period

Characteristic Periods	Maximum cross-section passenger flow/h	departure interval/min	No. of trips
5:30-6:00	237	10-25	3
6:00-10:00	419	5-10	30
10:00-16:00	139	10-25	21
16:00-19:00	374	5-10	20
19:00-22:00	109	10-15	11
Total trips	-	-	85

公交线路相关参数如表 2 所示，配备公交车辆技术参数取值如表 3 所示。

表 2 线路相关参数

Tab.2 Line related parameters

Operating time	L/km	$L_0/k$	v/km	$t_c/mi$	$a_1/\%$	$a_2/\%$
5:30-22:00	25.6	3	25	5	70	50

表 3 公交车辆技术参数

Tab.3 Technical parameters of bus

Vehicle type	Fuel	Electric
Purchase cost/million	72	116
$d_e/km$	700000	700000
$R_0/\%$	60	60
$H$	80	80
$L_{max}/km$	-	180
$q_o q_e$	$0.32L \cdot km^{-1}$	$0.84kWh \cdot km^{-1}$
$\mathcal{E}/kwh \cdot h^{-1}$	-	80

为引导电动公交错峰充电，应尽量避免公交车辆集中、在用电高峰时段充电等情况。故参考电价定价模式，模型基于公交发车时刻表与充电方法，合理安排各电动公交车的充电时间。本实例所在城市的工业用电电价为：高峰时段（10:00-15:00；18:00-21:00），电价为 1.2893 元/kWh；平峰时段（07:00-10:00；15:00-18:00；21:00-23:00），电价为 0.8731 元/kWh；低谷时段（21:00-07:00），电价为 0.60 元/kWh。燃油车在运营过程中产生大量的燃油消耗，其中消耗燃油成本为 6.75 元/L<sup>[12]</sup>。在测算公交碳排放成本时，主要参考中国能源统计年鉴以及碳交易的成交额确定参数<sup>[27]</sup>，其中碳排放因子 $F_o=3kg/L$ ，转化系数 $r=0.05$  元/kg。本公交线路燃油公交车最大可使

用数量为 8 辆，电动公交最大可使用数量为 18 辆。

## 4.2 结果分析

根据前文所提分时段客流聚类，对线路客流量进行分析，如图 5 所示，时段特征明显。可观察到：7:00-8:00 时段最大断面客流量为 419 人次，为整日线路断面客流量最高；18:00-19:00 时段最大断面客流量为 374 人次；为整日线路断面客流量次高。公交线路客流规律为“双峰形”，线路客流高峰时期为每天上午 7:00-9:00 和下午 17:00-20:00。在实际生活中，公交客流高峰出现在早晚通勤高峰时段，聚类结果较符合实际。

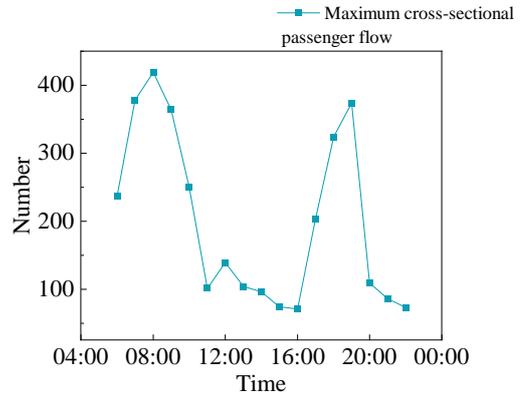


图 5 线路最大断面客流

Fig.5 Maximum section of passenger flow per hour

本文采用遗传算法对模型进行求解，遗传算法参数设置如下：种群规模为 500，GAP 值为 0.9，GAP 值用于控制每代中种群被替换的比例。交叉概率为 0.5，变异概率为 0.1，迭代次数为 500。

为验证本研究所提的公交发车时刻表与运用计划优化模型的有效性，使用 Matlab2018b 根据表 1、2、3 的参数取值进行求解，遗传算法适用度变化情况如图 6 所示。

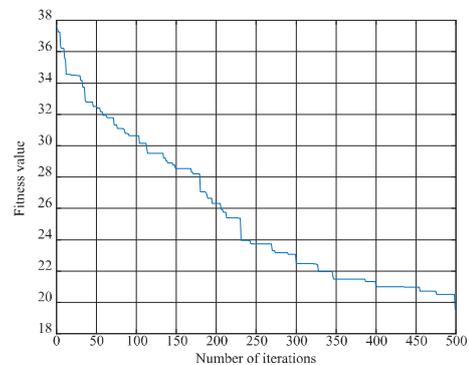


图 6 遗传算法适用度变化

Fig.6 Genetic algorithm applicability change

按照上文公交发车间隔平滑化目标，得到的

车辆发车时刻表如图 7 所示，其中上下两个行程代表同一车次的往返过程。蓝色代表燃油公交车，黄色代表电动公交车。公交车辆执行此发车时刻表，发车间隔标准差相对较小，为 2.3689，与原

公交时刻表相比降低了 9.8%。在 7:00-9:00 与 17:00-20:00 时段发车频次高，发车频次与客流量数据高度吻合。

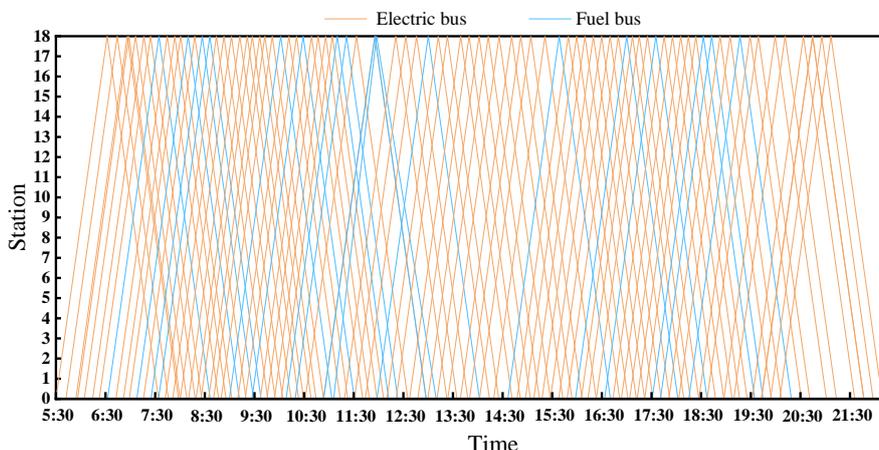


图 7 公交列车时刻表

Fig.7 Bus vehicle scheduling

对时刻表车辆运用计划优化协同优化求解得到的计划如图 8 所示；设立对照组：线路现有时刻表不变，仅对车辆运用计划进行优化求解得到的计划如图 9 所示。

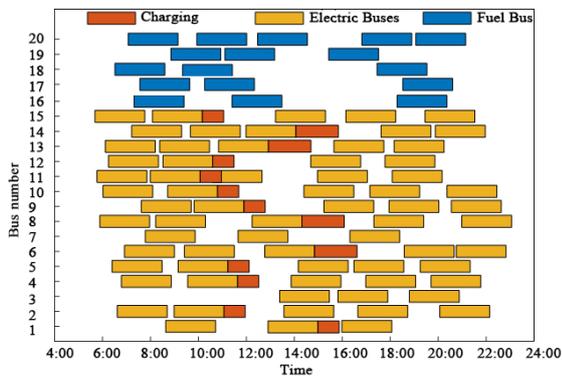


图 8 协同优化结果

Fig.8 Integrated optimization result

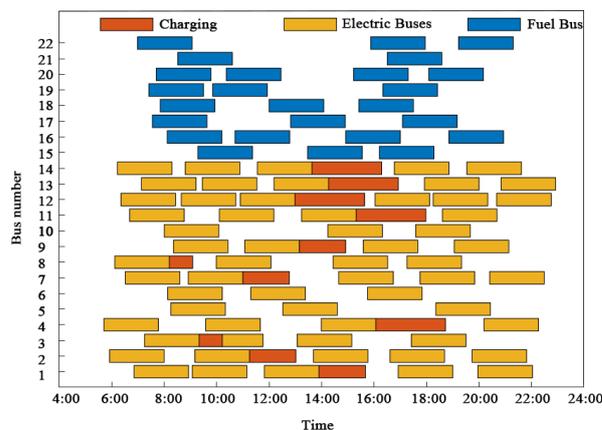


图 9 对照结果

Fig.9 Comparison result

协同优化方案中使用车辆总数目为 20 辆，此时混编公交综合运营的成本最小，为 7289 元。此结果中，燃油车共使用 5 辆，车辆编号为 16~20，共执行 17 个车次任务；电动车共使用 15 辆，车辆编号为 1~15，执行 68 个车次任务。在总运营班次数量不变的情况下，优化方案比既有方案车辆数节省 6 辆。并且，燃油车数量小于电动车数量，尽可能实现混合公交车队节能减排效益最大化。由采用灵活充电方法，解决了电动车辆集中充电问题，同时有效避免车辆在晚上居民用电高峰期(17:00-21:00)进行充电，实现电动公交“错峰充电”，不仅

减少了公交车数量，而且节省了电动公交的充电成本。而仅对车辆运用计划进行优化方案中使用车辆总数目为 22，综合运营成本为 7908。较协同优化方案相比，总车辆数增加 2 辆，综合运营成本提高了 8.49%，证明了协同优化的有效性。

将线路现有运营方案、对照方案、协同优化方案相比较，如表 4 所示。和线路现有运营方案相比，在总运营班次数不变的情况下，协同优化方案中减少了线路使用车辆数目总数，车均运营里程有所提高。综合运营成本相比于线路既有运营方案节省了约 13.04%，车均运营里程比线路既有方案增加了约 30%，提高了车辆的利用率，有效降低公交企业运营总成本。

表 4 车辆运用计划比较

Tab.4 Comparison of vehicle schedules

Methods	No. of trips	No. of vehicles	Average kilometers of vehicles/km	Costs/RMB
Existing schedule	85	26	165.42	8382
Integrated schedule	85	20	215.04	7289
Comparison schedule	85	22	195.50	7908

### 4.3 灵敏度分析

为增加模型的适用性，在总车次数不变的情况下，对两种车辆数不同比率情况下的各项指标进行灵敏度分析，不同任务承担率情况下综合成本、车辆总数、能耗变化情况输出结果如下图 10、11 所示。

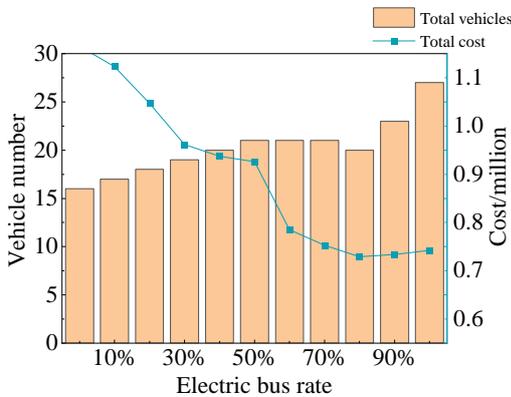


图 10 不同车辆比率对车辆总数和综合成本影响

Fig.10 Impact of different vehicle ratios on total number of vehicles and overall costs

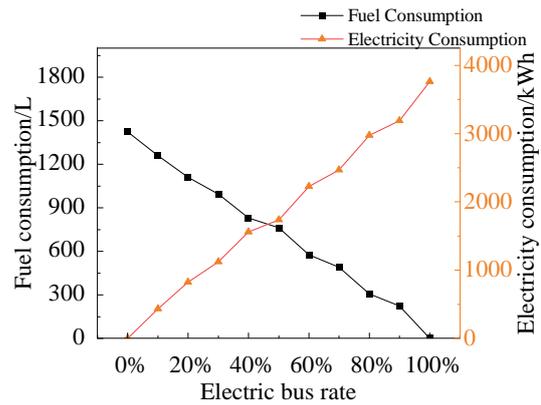


图 11 不同车辆比率对燃油、电能消耗影响

Fig.1 Impact of different vehicle ratios on fuel and power consumption

由上图可知，当车辆全部为燃油车时，由于燃油车辆不受车辆续航里程的限制，车辆总数目最小，但由于燃油公交行驶单位公里的油耗费用大于电动公交行驶单位公里的耗电费用，所以此时综合运营成本最大。当电动公交占比率为 80%时，此时车辆总数目较小，线路既有车辆配置可满足此方案，综合运营成本最低。随着电动公交车辆比率的增高，电能消耗量呈正相关增长趋势；反之，燃油消耗量逐渐减小。燃油消耗量是影响碳排放量的关键因素，电动公交比率的增高导致碳排放量逐渐降低。故公交企业在配置车辆时，可将电动公交占比率设置在 70%-80%附近，此时车辆数目相对较小，车辆运营成本低，节能减排效益相对较高。

## 5 结论

本研究针对混编公交系统中的车辆发车时刻表与车辆运用计划优化问题，综合考虑线路车辆发车间隔平滑性、车辆运营综合成本，在约束中考虑发车间隔要求、车辆数目限制、电动公交车续航里程约束、充电条件等条件，采用遗传算法求解，生成最优车次链。

案例结果表明：(1) 公交发车时刻表和车辆运用计划优化可以提升优化空间，有效缩小车队规模，降低运营成本，提高车辆运营效率。(2) 车辆运用计划优化可以实现错峰充电，避免车辆聚集充电，降低对公交停车场充电桩条件的要求。避免电动公交车在晚间居民用电高峰期充电，有效节约电动公交充电成本。下一步，将在此基础上考虑充电桩数量限制及车辆能耗影响因素做进一步研究。

## 参考文献：

[1] Omar J. Ibarra-Rojas and Ricardo Giesen and Yasmin A. Rios-Solis. An integrated approach for timetablin

- g and vehicle scheduling problems to analyze the trade-off between level of service and operating costs of transit networks[J]. *Transportation Research Part B*, 2014, 70 : 35-46.
- [2] 滕靖, 林琳, 陈童. 纯电动公交时刻表和车辆排班计划整体优化[J]. *同济大学学报(自然科学版)*, 2019, 47(12): 1748-1755.  
TENG J, LIN L, CHEN T. Optimizing the Combination of Timetable and Vehicle Scheduling for Pure Electric Buses[J]. *Journal of Tongji University(Natural Science)*, 2019, 47(12): 1748-1755. (in Chinese)
- [3] 袁振洲, 刘立强, 王佳冬, 等. 考虑不均匀发车间隔的高铁接驳公交时刻表与车辆调度优化[J]. *北京交通大学学报(自然科学版)*, 2021, 45(04): 44-53. (in Chinese)  
YUAN Z Z, LIU L Q, WANG J D, et al. Feeder bus timetabling and vehicle scheduling optimization for high-speed railway station with uneven departure interval[J]. *Journal of Beijing Jiaotong University (Natural Sciences)*, 2021, 45(04): 44-53.
- [4] Avishai(Avi) Ceder. Optimal Multi-Vehicle Type Transit Timetabling and Vehicle Scheduling[J]. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 2011, 20 : 19-30.
- [5] Edwin R. Grijalva and José María López Martínez. Analysis of the Reduction of CO2 Emissions in Urban Environments by Replacing Conventional City Buses by Electric Bus Fleets: Spain Case Study[J]. *Energies*, 2019, 12(3) : 525.
- [6] PAUL T, YAMADA H. Operation and charging scheduling of electric buses in a city bus route network [C] //IEEE 17th International Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC) . New York: IEEE, 2014: 2780-2786.
- [7] WANG Y, HUANG Y, XU J, et al. Optimal recharging scheduling for urban electric buses: a case study in Davis [J]. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation review*, 2018, 211: 282.
- [8] ZHU C, CHEN X H. Optimizing Battery Electric Bus Transit Vehicle Scheduling with Battery Exchanging: Model and Case Study [J]. *Proceedings of Society Behavior*, 2013, 96: 25-36.
- [9] 范毓琳. 考虑可靠性的混编公交行车计划编制研究[D]. 北京交通大学, 2020.  
FAN Y L. Research on Vehicle Scheduling Planning for Mixed Bus Fleet Considering Reliability[D]. Beijing Jiaotong University. 2020. (in Chinese)
- [10] 武琳琳. 基于最优分割法的聚类分析应用[D]. 郑州: 郑州大学, 2013.  
WU L L. Cluster analysis based on the method of finer optimal division[D]. Zhengzhou: Zhengzhou University, 2013.
- [11] TENG J, CHEN T, FAN W D. Integrated approach to vehicle scheduling and bus timetabling for an electric bus line [J]. *Journal of Transportation Engineering Part A: Systems*, 2020, 146 (2): 04019073.
- [12] 杨敏, 黎彧, 王建, 等. 动力能源差异下混合公交车队调度方案生成方法[J]. *同济大学学报(自然科学版)*, 2022, 50(03): 328-338.  
YANG M, LI Y, WANG J, et al. Generation Method of Mixed Bus Fleet Scheduling Scheme Under Power and Energy Difference [J]. *Journal of Tongji University (Natural Science)*, 2022, 50(03): 328-338.
- [13] 唐春艳, 杨凯强, 鄂娜. 单线纯电动公交车车辆柔性调度优化[J]. *交通运输系统工程与信息*, 2020, 20(3): 156-162.  
TANG C Y, YANG K Q, WU N. Optimizing flexible vehicle scheduling for single-line battery electric buses[J]. *Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology*, 2020, 20(3): 156-162.
- [14] 姚恩建, 卢沐阳, 刘宇环, 等. 考虑充电约束的电动公交区域行车计划编制[J]. *华南理工大学学报: 自然科学版*, 2019, 47(9): 68-73.  
YAO E J, LU M Y, LIU Y H, et al. Electric bus area driving plan preparation considering charging constraints[J]. *Journal of South China University of Technology(Natural Science Edition)*, 2019, 47(9): 68-73.
- [15] 刘昊翔, 吴啊峰, 龙建成, 等. 基于列生成启发式的单线电动公交车与司机整合调度优化[J]. *交通运输系统工程与信息*, 2021, 21(4): 211-220.  
LIU H X, WU A F, LONG J C, et al. Column generation-based heuristic approach for electric bus and driver scheduling on single bus lines[J]. *Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology*, 2021, 21(4): 211-220.
- [16] LI L, LO H K, XIAO F, et al. Mixed bus fleet management strategy for minimizing overall and emissions external costs[J]. *Transportation Research Part D*, 2018, 60: 4-18.
- [17] PERERA T, PRAKASH A, SRIKANTHAN T. A Hybrid

- brid Methodology for Optimal Fleet Management in an Electric Vehicle Based Flexible Bus Service[J]. *Applied Energy*, 2018, 33: 1-6.
- [18] 高佳宁. 考虑分时电价的纯电动公交车计划编制方法研究[D]. 北京: 北京交通大学, 2018.  
GAO J N. Research on the pure electric vehicle scheduling problem considering time-of-use price[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2018.
- [19] 郭放, 杨珺, 杨超. 考虑充电策略与电池损耗的电动汽车路径优化问题研究[J]. *中国管理科学*, 2018, 26(9): 106-118.. DOI: 10.16381/j. cnki. issn1003-207x.2018.09.011.  
GUO F, YANG J, YANG C. Study on the electric vehicle routing problem in the present of charging strategy and battery consumption[J]. *Chinese Journal of Management Science*, 2018, 26 (9): 106. DOI: 10.16381/j. cnki. issn1003-207x.2018.09.011.
- [20] 梁士栋, 朱冰清. 考虑负荷分布均衡的电动汽车充电定价策略[J]. *华东交通大学学报*, 2022, 39(6): 56-65.  
LIANG S D, ZHU B Q. Electric vehicle charging pricing strategy considering load distribution equalization[J]. *Journal of East China Jiaotong University*, 2022, 39(6): 56-65.
- [21] GORMEZ M A, HAQUE M E, SOZER Y. Cost optimization of an opportunity charging bus network[J]. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2021, 57 (3): 2850.
- [22] RINALDI M, PICARELLI E, D' ARIANO A, et al. Mixed-fleet single-terminal bus scheduling problem: modelling, solution scheme and potential applications[J]. *Omega*, 2020, 96. DOI: 10.1016/j. omega.2019.05.006.
- [23] WANG Y, HUANG Y, XU J, et al. Optimal recharging scheduling for urban electric buses: a case study in Davis[J]. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 2018, 211: 282. DOI: 10.1016/j. tre.2017.01.001.
- [24] VAN KOOTEN N M E, AKKERJIM VD, HOOGEVEENJ A. Scheduling electric vehicles[J]. *Public Transport*, 2017, 9 (1/2): 155.
- [25] FRELINGR, WAGELMANS A P M, PAIXAO J M P. Models and algorithms for single-depot vehicle scheduling[J]. *Transportation Science*, 2001, 35 (2): 165.
- [26] Ibarra-Rojas, O. J., F. Delgado, R. Giesen, and J. C. Munoz. 2015. "Planning, operation, and control of bus transport systems: A literature review." *Transport. Res. Part B: Methodol.* 77 (Jul): 38–75. <https://doi.org/10.1016/j.trb.2015.03.002>.
- [27] 中华人民共和国国家统计局能源统计司. 中国能源统计年鉴[M]. 北京: 中国统计出版社, 2020.  
Department of Energy Statistics, National Bureau of Statistics of the People's Republic of China. *China energy statistics yearbook*[M]. Beijing: China Statistics Press, 2020.



第一作者: 付雨 (1998—), 女, 在读研究生, 研究方向为城市交通优化。E-mail: [1069402223@qq.com](mailto:1069402223@qq.com)。



通信作者: 石俊刚 (1986—), 男, 副教授, 博士, 硕士生导师, 研究方向为轨道交通系统优化。E-mail: [jgshi@ecjtu.edu.cn](mailto:jgshi@ecjtu.edu.cn)。