

文章编号: 1005-0523(2024)06-0028-07



## 基于能量法的地表堆载引起邻近隧道沉降研究

魏井申<sup>1,2,3</sup>, 柴天建<sup>2</sup>, 郭文杰<sup>2</sup>, 张海娜<sup>1,2</sup>, 罗文俊<sup>1,2</sup>

(1. 华东交通大学江西省防灾减灾及应急管理重点实验室, 江西 南昌 330013; 2. 华东交通大学轨道交通基础设施性能监测与保障国家重点实验室, 江西 南昌 330013; 3. 中铁十二局集团第四工程有限公司, 陕西 西安 710021)

**摘要:**【目的】为研究地表堆载对邻近地铁隧道沉降的影响,对隧道纵向变形进行了计算和分析。【方法】采用两阶段分析法,首先利用 Boussinesq 解计算出邻近地铁隧道在地面堆载作用下所受到的竖向附加力;再将地铁隧道简化为置于 Pasternak 地基上的 Euler 梁,基于 Rayleigh-Ritz 法写出系统各部分的功能表达式,建立系统总能量方程,利用变分原理求解控制方程,将计算结果与实测数据进行对比,验证文章方法的有效性;最后研究了偏移距离  $d$ 、隧道埋深  $z$ 、荷载  $p$ 、堆载范围  $B$  和  $L$  对沉降的影响。【结果】研究表明:在堆载正下方及两侧  $(0.5\sim 1)L$  范围内,沉降量影响较大;随  $d$  增大,隧道最大沉降量逐渐减小; $p$  与  $w_{\max}$  呈线性关系,堆载越大,最大沉降量越大;堆载随着  $L$  和  $B$  的增加,其最大沉降量逐渐增大然后趋于稳定, $L$  相比于  $B$  对  $w_{\max}$  影响更大。【结论】文章方法能够有效计算地面堆载引起的隧道纵向变形,并与实测数据吻合较好,由此可以判断地面堆载作用下隧道衬砌的安全性。

**关键词:** 地表堆载; 地铁隧道; 沉降; E-P 模型

中图分类号: [U25]

文献标志码: A

本文引用格式: 魏井申, 柴天建, 郭文杰, 等. 基于能量法的地表堆载引起邻近隧道沉降研究[J]. 华东交通大学学报, 2024, 41(6): 28-34.

## Study on Settlement of Adjacent Tunnel Caused by Surface Surcharge Based on Energy Method

Wei Jingshen<sup>1,2,3</sup>, Chai Tianjian<sup>2</sup>, Guo Wenjie<sup>2</sup>, Zhang Haina<sup>1,2</sup>, Luo Wenjun<sup>1,2</sup>

(1. Jiangxi Key Laboratory of Disaster Prevention-Mitigation and Emergency Management, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China; 2. State Key Laboratory of Performance Monitoring and Protecting of Rail Transit Infrastructure, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China; 3. The 4th Engineering Co., Ltd. of China Railway 12th Bureau Group, Xi'an 710021, China)

**Abstract:** 【Objective】To investigate the impact of surface surcharge on the settlement of adjacent tunnels, the longitudinal deformation of the tunnel is calculated and analyzed. 【Method】A two-stage analysis method was adopted. In the first stage, the Boussinesq solution was used to calculate the vertical additional force exerted on nearby subway tunnels due to surface surcharge. In the second stage, the subway tunnel was modeled as an Euler beam supported by the Pasternak foundation, simplifying the structural representation. By utilizing the Rayleigh-Ritz method, functional expressions for each system component were formulated, leading to the establishment of the total energy equation. The control equation was subsequently solved through the application of the variation-

收稿日期: 2024-03-04

基金项目: 华东交通大学江西省防灾减灾及应急管理重点实验室项目(2021BCD42011); 江西省自然科学基金面上项目(20224BAB204069)

al principle. The obtained results were compared to measured data to validate the effectiveness of the proposed method. Finally, the research explored the impact of offset distance  $d$ , tunnel burial depth  $z$ , surcharge  $p$ , and surcharge range  $B$  and  $L$  on settlement. **[Result]** The research findings indicate a significant impact on settlement within the range of  $(0.5\sim 1)L$  directly below and on both sides of the surcharge. As  $d$  increases, the maximum settlement of the tunnel gradually decreases. There is a linear relationship between  $p$  and  $w_{\max}$  and the larger the pile surcharge, the greater the maximum settlement is. Increasing  $L$  and  $B$  initially leads to gradual settlement increase, followed by stabilization.  $L$  exerts a greater influence on  $w_{\max}$  compared to  $B$ . **[Conclusion]** The method can effectively calculate the longitudinal deformation of the tunnel caused by ground loading, and it is in good agreement with the measured data, which can determine the safety of the tunnel lining under ground loading.

**Key words:** surface surcharge; subway tunnels; settlement; E-P model

**Citation format:** WEI J S, CHAI T J, GUO W J, et al. Study on settlement of adjacent tunnel caused by surface surcharge based on energy method[J]. Journal of East China Jiaotong University, 2024, 41(6): 28-34.

**【研究意义】**地面堆载会改变隧道原有的受力平衡状态,使得隧道产生纵向变形,让地铁的正常运营受到比较严重的影响<sup>[1]</sup>。因此,研究地面堆载对隧道变形的影响具有重要的价值。

**【研究进展】**对邻近隧道纵向变形受地面堆载影响的研究方法一般有:理论分析法、数值分析法、现场实测法、模型实验法等。其中理论分析法概念清晰,计算快捷,应用广泛。李春良等<sup>[2]</sup>在弹性地基梁理论的基础上建立了隧道纵向内力计算模型,并对隧道的纵向沉降变形量和结构所受内力进行了比较准确的预测。王涛等<sup>[3]</sup>将隧道简化为处于土层中的弹性地基梁,并基于Winkler模型进行了对隧道结构变形的计算。魏新江等<sup>[4]</sup>基于最小势能原理,通过计算得出了隧道的变形主要受剪切错台模式的影响。戴宏伟等<sup>[5]</sup>将隧道看作放置在Winkler弹性地基上的Euler长梁,通过有限差分法研究了堆载下隧道的沉降。康成等<sup>[6]</sup>将盾构隧道简化为置于Winkler地基上的Timoshenko梁,并在考虑了剪切效应和基床反力系数影响的基础上进行了隧道变形的计算。王敏等<sup>[7]</sup>利用两阶段分析法研究了土体刚度衰减条件下堆载对隧道的变形影响。江杰等<sup>[8]</sup>也基于两阶段分析法对隧道沉降量进行了计算,并对影响因素进行了分析。

**【关键问题】**Winkler地基模型没有考虑土的连接特性,会高估隧道的纵向变形。**【创新特色】**本文对地面堆载下隧道纵向位移的计算分析分为两个阶段:首先利用Boussinesq解完成对地面堆载作用

下地铁隧道所受竖向附加力的计算,将隧道简化为放置在Pasternak地基上的Euler梁,根据最小势能原理建立隧道纵向变形的变分控制方程,求解隧道的沉降量;然后将本文所使用方法计算得到的隧道位移和沉降量与实际案例数据进行对比,验证本文方法的合理性。

## 1 地面堆载引起的隧道附加应力计算

地面堆载对邻近地铁隧道作用如图1所示。矩形地面堆载区域长 $L$ ,宽 $B$ ,荷载大小为 $p$ ,隧道轴线埋深为 $H$ ,隧道外直径为 $D$ ,隧道长 $2l$ 。隧道中心为 $o$ ,地面堆载中心为 $O$ ,两中心 $Oo$ 水平距离为 $d$ ,当隧道位于堆载区域正下方时 $d=0$ 。平行于隧道方向为 $X$ 轴和 $x$ 轴,垂直于隧道方向为 $Y$ 轴和 $y$ 轴。

在计算模型中,作出以下假设:①地基土是各向同性的半无限弹性体;②计算土体内附加应力时,不考虑隧道的影响;③既有隧道简化为Euler梁;④隧道与周围土体相互作用采用Pasternak模型。计算模型如图2所示。

依据Boussinesq公式,地表荷载对隧道上某点产生的竖向附加应力 $\sigma_z$ 为

$$\begin{cases} \sigma_z = \int_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{3pH^3}{2\pi R^5} d\zeta d\eta \\ R = \sqrt{(x-\zeta)^2 + \eta^2 + H^2} \end{cases} \quad (1)$$

式中: $R$ 为力作用点与荷载计算点之间相对位置参数; $(\zeta, \eta)$ 为堆载区域内某点在全局坐标系 $XOY$ 中的坐标; $(x, y)$ 为隧道上某点在局部坐标系 $xoy$ 中的坐标。

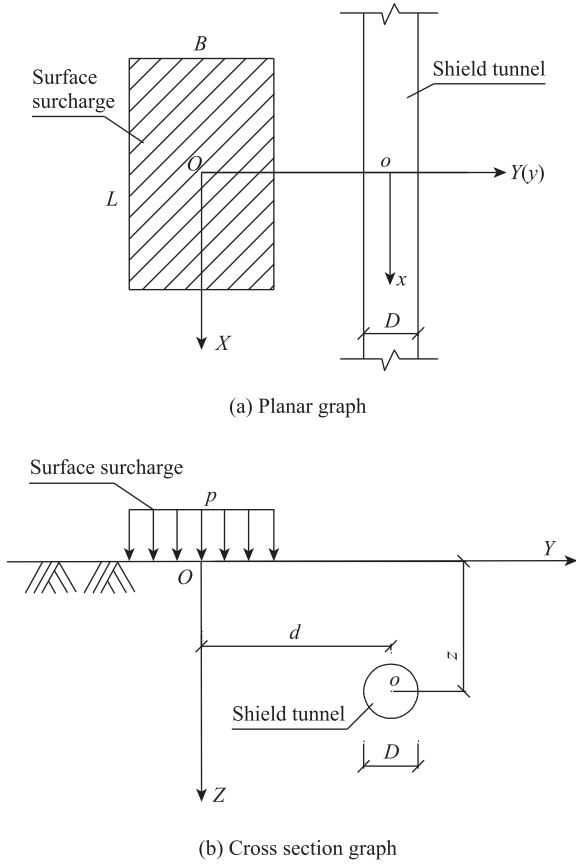


图1 地面堆载平面图与横截面图

Fig. 1 Surface surcharge plan and cross section

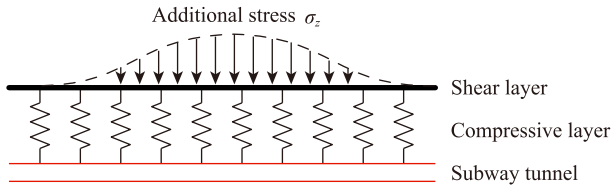


图2 Euler-Pasternak 计算模型

Fig. 2 Euler-Pasternak calculation model

## 2 基于最小势能原理计算隧道纵向变形

采用 Rayleigh-Ritz 法求解时,必须假设一种适当的位移函数,以表示盾构隧道在纵向上发生的基本形变。由于地面堆载和结构形式均为对称形式,可采用余弦级数作为位移形函数<sup>[9]</sup>

$$w(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n \cos \frac{n\pi x}{l} = \mathbf{f} \mathbf{a}^T \quad (2)$$

$$\mathbf{f} = \left[ 1, \cos \frac{\pi x}{l}, \cos \frac{2\pi x}{l}, \dots, \cos \frac{n\pi x}{l} \right] \quad (3)$$

$$\mathbf{a} = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n] \quad (4)$$

式中: $l$ 为隧道计算长度的一半; $w$ 为隧道纵向位移;

$\mathbf{f}$ 为隧道纵向位移形函数的矢量形式; $\mathbf{a}$ 为形函数对应的系数矩阵。

参考周顺华等<sup>[10]</sup>计算隧道总势能方法,隧道系统的总势能包括3部分。

1) 地面堆载引起的附加荷载做功为

$$W_p = \frac{1}{2} \int_{-l}^l w \sigma_z dx \quad (5)$$

2) 地层压缩变性能和剪切变形能为

$$W_s = \frac{1}{2} D \int_{-l}^l k w^2 dx + \frac{1}{2} D \int_{-l}^l G \left( \frac{dw}{dx} \right)^2 dx \quad (6)$$

式中: $k$ 为地基反力系数; $G$ 为地层剪切模量; $D$ 为隧道外径。

Vesic<sup>[11]</sup>采用置于地表的长梁地基反力系数计算式为

$$k_{\text{Vesic}} = \frac{0.65 E_s}{D(1-\mu^2)} \sqrt[8]{\frac{E_s D^4}{(EI)_{\text{eq}}}} \quad (7)$$

式中: $\mu$ 为土体泊松比; $E_s$ 为土体弹性模量; $E$ 为隧道的弹性模量; $I$ 为惯性矩; $(EI)_{\text{eq}}$ 为隧道等效抗弯刚度。

由于隧道置于一定埋深下的地层中,Attewell等建议采用  $2k_{\text{Vesic}}$  来估算地基反力系数,即

$$k = \frac{1.3 E_s}{D(1-\mu^2)} \sqrt[8]{\frac{E_s D^4}{(EI)_{\text{eq}}}} \quad (8)$$

根据 Tanahashi<sup>[12]</sup>建议,采用下式来计算 Pasternak 地层剪切模量

$$G = \frac{E_s t}{6(1+\mu)} \quad (9)$$

式中: $t$ 为剪切层影响深度。根据徐凌<sup>[13]</sup>研究,  $t = 2.5D$ 。

3) 隧道弯曲变形能为

$$W_i = \frac{1}{2} \int_{-l}^l (EI)_{\text{eq}} \left( \frac{d^2 w}{dx^2} \right)^2 dx \quad (10)$$

根据 Shiba 等<sup>[14]</sup>建立的等效连续化模型,计算隧道的等效抗弯刚度  $(EI)_{\text{eq}}$  为

$$(EI)_{\text{eq}} = \frac{\cos^3 \psi}{\cos \psi + \left( \psi + \frac{\pi}{2} \right) \sin \psi} E_c I_c \quad (11)$$

式中: $E_c$ 为隧道管片杨氏模量; $I_c$ 为隧道横截面惯性矩; $\psi$ 为隧道横截面中心轴位置参数,其计算公式为

$$\psi + \cot \psi = \pi \left( 0.5 + \frac{nk_b l_s}{E_c A_c} \right) \quad (12)$$

式中:  $k_b$  为管片连接螺栓的平均刚度;  $l_s$  为环宽;  $A_c$  为隧道管片截面积;  $n$  为螺栓个数。

4) 系统总势能为

$$\Pi = W_p - W_s - W_t \quad (13)$$

根据最小势能原理,采用变分法,对待定系数取极值,可得

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \alpha_i} = 0 \quad (14)$$

将式(2)代入上式进行求解,得到控制方程

$$\int_{-l}^l \left[ EI \left( \frac{d^2 f}{dx^2} \right)^2 + Dk f^2 + DG \left( \frac{df}{dx} \right)^2 \right] \alpha dx = \int_{-l}^l \sigma_z f dx \quad (15)$$

用矩阵形式表示为

$$(\mathbf{K}_t + \mathbf{K}_s) \boldsymbol{\alpha} = \mathbf{P} \quad (16)$$

式中:  $\mathbf{K}_t$  为隧道刚度矩阵;  $\mathbf{K}_s$  为土体刚度矩阵;  $\mathbf{P}$  为附加荷载作用效应,各矩阵具体形式为

$$\mathbf{K}_t = \frac{(EI)_{eq} \pi^4}{(2l)^3} \begin{bmatrix} 0 & 1 & & & \\ & 2^4 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & n^4 & \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\mathbf{K}_s = 2kDl \begin{bmatrix} 2 & & & & \\ & 1 & & & \\ & & 1 & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & 1 \end{bmatrix} + \quad (18)$$

$$\frac{GD\pi^2}{2l} \begin{bmatrix} 0 & & & & \\ & 1 & & & \\ & & 2^2 & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & n^2 \end{bmatrix}$$

将矩阵具体形式代入式(15)即可求出系数矩阵  $\boldsymbol{\alpha}$ ,再代入式(2)可求出位移表达式  $w$ 。

### 3 工程实例对比

地面堆载位于某隧道上方<sup>[15]</sup>,两者在空间中以垂直相交的方式排列,其位置关系如图3所示。由于附近高架施工的需求,河道堆填地被用作搁梁的场地,填土宽24 m,长200 m,填土高度4.5 m,填土重度  $\gamma=17 \text{ kN/m}^3$ 。堆载中心与隧道轴线距离  $d=0$ ,隧道外径  $D=6.2 \text{ m}$ ,隧道壁厚为0.35 m,隧道埋深  $z=8.1 \text{ m}$ ,地基土的弹性模量  $E_s=9 \times 10^3 \text{ kPa}$ ,隧道等效抗弯刚度  $(EI)_{eq} = 1.087 \times 10^8 \text{ kN/m}^2$ ,泊松比  $\mu=0.32$ 。具体土层信息见文献[15]。

图4所示为本文方法计算结果与实测数据及 Winkler地基计算结果<sup>[7]</sup>的对比。从图中可以看出,

E-P理论模型计算结果和现场实测数据相比吻合程度较好,且比 Winkler地基模型计算的结果更加接近实测值,采用E-P模型计算的最大变形量为28.4 mm,实测最大沉降为28.3 mm。在地面堆载作用下,地铁隧道纵向变形呈对称分布形态,在离堆载最近位置沉降量最大,再向两侧逐渐变小。

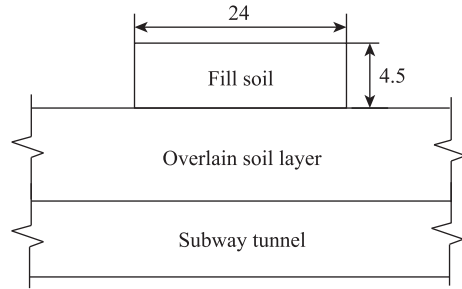


图3 堆载与隧道相对位置关系(单位:m)

Fig. 3 Relationship between pile surcharge and tunnel position(Unit: m)

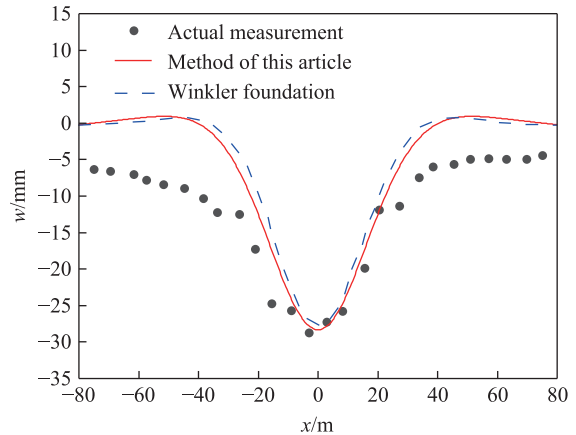


图4 理论计算与实测数据对比

Fig. 4 Comparison between theoretical calculation and measured data

### 4 隧道沉降量影响因素分析

算例的标准工况为:地面上的堆载区域呈正方形,长  $L$  取20 m,宽  $B$  取20 m,地面荷载  $p=80 \text{ kPa}$ ,隧道埋深  $z=10 \text{ m}$ ,堆载中心  $O$  与隧道中心  $o$  水平距离  $d=0$ ,隧道外径  $D=6.2 \text{ m}$ ,地基土的弹性模量  $E_s=9 \times 10^3 \text{ kPa}$ ,隧道等效抗弯刚度  $(EI)_{eq} = 1 \times 10^8 \text{ kN/m}^2$ ,泊松比  $\mu=0.32$ 。

#### 4.1 堆载影响范围分析

如图5所示,横坐标为隧道各点到最大沉降点距离  $x$  与堆载长度  $L$  的比值,纵坐标为隧道各点沉降量

$w$ 与最大沉降量  $w_{\max}$  的比值。通过图5可以看出,在堆载正下方的隧道沉降最大,沉降量为  $(0.8\sim 1.0)w_{\max}$ ;在堆载区域两侧  $(0.5\sim 1)L$  范围,影响较强,沉降量为  $(0.4\sim 0.8)w_{\max}$ ;在堆载区域两侧  $(1\sim 2)L$  范围,影响较弱,沉降量为  $(0\sim 0.4)w_{\max}$ ;在堆载  $2L$  以外区域,隧道基本没有沉降。在地铁隧道运营管理过程中,要重点加强  $(-L\sim L)$  区段隧道的检查,防范风险事故。

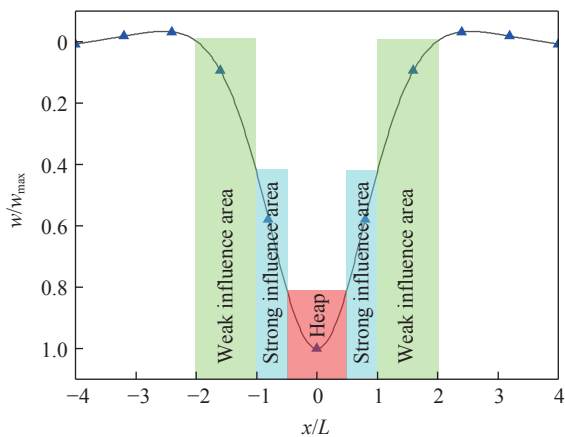


图5 堆载作用下地铁隧道影响范围

Fig. 5 Influence range of subway tunnel under the action of pile surcharge

#### 4.2 堆载偏移距离 $d$ 对隧道变形的影响

如图6所示,横坐标为堆载中心  $O$  与隧道中心  $o$  距离  $d$  和堆载范围长度  $L$  的比值,纵坐标为不同距离  $d$  对应的最大沉降量和距离  $d=0$  时最大沉降量的比值。从图6观察得到,当隧道位置正好处于堆载中心下方时,隧道的竖向沉降量达到最大值,随着偏移距离  $d$  的不断增加,隧道竖向沉降量会逐渐减小。当  $d=0.5L$ , 即隧道处于堆载的边缘位置时,

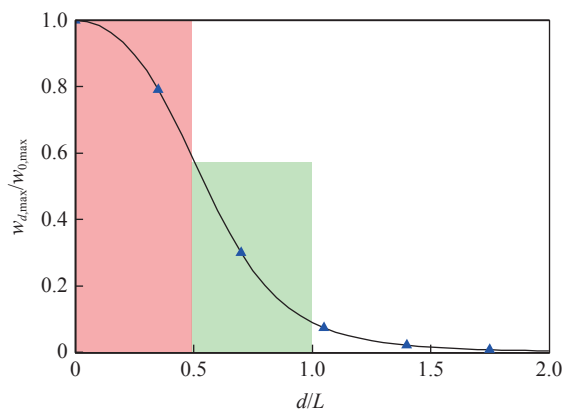


图6 堆载距离对最大沉降量影响曲线

Fig. 6 Influence curve of surcharge distance on maximum settlement

$w_{d,\max} = 0.6w_{0,\max}$ ; 当  $d=L$ , 即隧道距离堆载的边缘  $0.5L$  时,  $w_{d,\max} = 0.1w_{0,\max}$ 。通过增加堆载中心距隧道的距离,可以显著减小隧道的最大沉降量。

#### 4.3 隧道埋置深度 $z$ 对隧道变形的影响

图7横坐标为隧道埋深  $z$  与堆载区域长度  $L$  的比值,纵坐标为不同埋深  $z$  对应的最大沉降量  $w_{z,\max}$  和埋置  $z=10$  m 时最大沉降量  $w_{10,\max}$  的比值。如图7所示,随着  $z/L$  值增大,隧道的相对沉降量反而不断变小。在  $z \leq L$ , 最大沉降量减小的比较快,说明埋深对地面堆载的抵抗作用显著。为减小堆载对隧道的影响,堆载范围应小于隧道埋深。

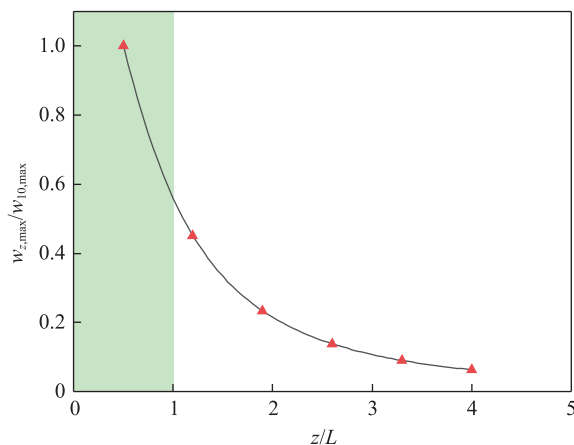


图7 隧道埋深对最大沉降量影响曲线

Fig. 7 Influence curve of tunnel burial depth on maximum settlement

#### 4.4 堆载 $p$ 的关系

图8为不同  $p$  时地铁隧道的最大沉降量  $w_{\max}$  曲线,从图中可以看出,  $p$  与  $w_{\max}$  呈线性关系,堆载量越大,隧道变形越大。减小隧道变形最有效的方法是减小堆载。

#### 4.5 堆土范围 $B$ 和 $L$ 影响

保持堆载长度  $L=20$  m 不变,宽度  $B$  取不同值。图9横坐标为  $B$  与  $B=20$  m 的比值,纵坐标为不同  $B$  时最大沉降量  $w_{B,\max}$  与  $B=20$  m 时最大沉降量  $w_{20,\max}$  的比值。从图9可以看出,随着堆载宽度增大,最大沉降量会逐渐增大,随后趋于稳定值。

保持堆载宽度  $B=20$  m 不变,长度  $L$  取不同值。图10横坐标为  $L$  与  $L=20$  m 的比值,纵坐标为不同  $L$  时最大沉降量  $w_{L,\max}$  与  $L=20$  m 时最大沉降量为  $w_{20,\max}$  的比值。从图10可以看出,随着堆载长度增大,最大沉降量会逐渐增大,随后趋于稳定值。与

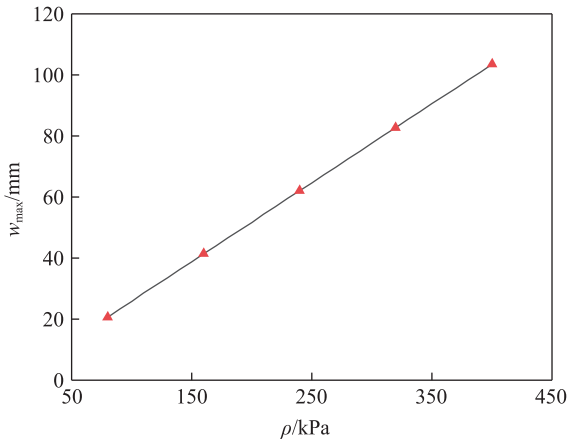


图8 堆载大小与最大沉降量  $w_{max}$  关系曲线

Fig. 8 The curve of the relationship between the size of the heap and the maximum settlement  $w_{max}$

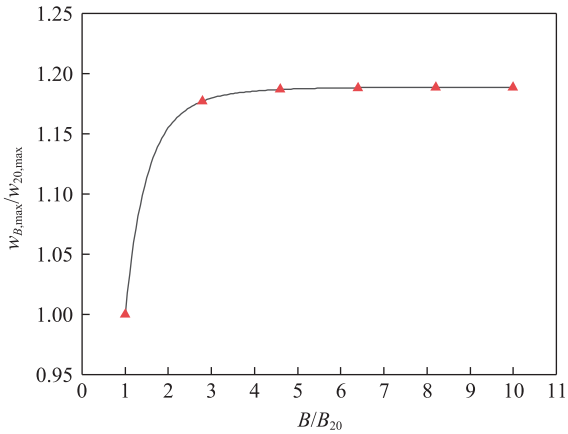


图9 堆载宽度对最大沉降量影响曲线

Fig. 9 The influence curve of surcharge width on the maximum settlement

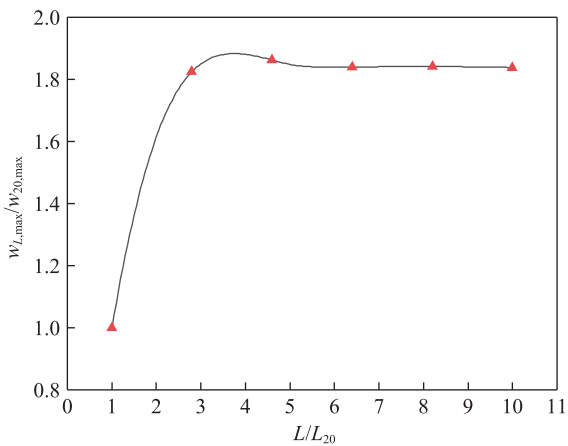


图10 堆载长度对最大沉降量影响曲线

Fig. 10 The influence curve of heaped load length on the maximum settlement

图9对比可知,堆载沿隧道纵向方向长度  $L$  的变化对下方隧道竖向沉降量的影响更加明显。在地下隧道使用期间,若发生了沿隧道纵向方向堆放重物的现象,则很有必要加强对隧道的监测。

### 5 结论

1) 本文方法能够有效计算地面堆载引起的隧道纵向变形,并与实测数据吻合较好,由此可以判断地面堆载作用下隧道衬砌的安全性。

2) 在地面堆载作用下,纵向变形左右对称,中间沉降量大,向两端逐渐变小。堆载正下方区域沉降最大,在堆载区域两侧  $(0.5\sim 1)L$  范围,影响较强;在堆载区域两侧  $(1\sim 2)L$  范围,影响较弱;在堆载  $2L$  以外区域,基本没有影响。

3) 随着  $d$  增大,隧道最大沉降量逐渐减小,在  $d \leq L$  范围,减小速率较快;随着  $z$  增大,隧道最大沉降量逐渐减小,在  $z \leq L$  范围,减小速率较快; $\rho$  与  $w_{max}$  呈线性关系,堆载越大,最大沉降量越大。

4) 堆载沿  $L$  和  $B$  方向增加时,最大沉降量会逐渐增大然后趋于稳定,其中  $B$  的改变对  $w_{max}$  影响较小, $L$  对  $w_{max}$  影响较大,在隧道运营过程中,要避免沿隧道方向进行堆载。

### 参考文献:

[1] 江思岑, 柴天建, 颜建伟. 基于NSM分析双线隧道下穿对既有隧道影响[J]. 华东交通大学学报, 2023, 40(6): 17-24.  
JIANG S C, CHAI T J, YAN J W. Effects of new twin underneath tunneling on existing tunnels based on NSM study[J]. Journal of East China Jiaotong University, 2023, 40(6): 17-24.

[2] 李春良, 王国强, 赵凯军, 等. 地面荷载作用盾构隧道纵向力学行为[J]. 吉林大学学报(工学版), 2011, 41(S2): 180-184.  
LI C L, WANG G Q, ZHAO K J, et al. Vertical mechanical behavior on shield tunnel under loads on ground surface[J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2011, 41(S2): 180-184.

[3] 王涛, 李浩, 徐日庆. 上方大面积加(卸)载引起盾构隧道的变形分析[J]. 现代交通技术, 2008(3): 29-31.  
WANG T, LI H, XU R Q. Analysis of deformation of shield tunnel when vertical loading and unloading[J]. Modern Transportation Technology, 2008(3): 29-31.

[4] 魏新江, 洪文强, 魏纲, 等. 堆载引起临近地铁隧道的转

- 动与错台变形计算[J]. 岩石力学与工程学报, 2018, 37(5): 1281-1289.
- WEN X J, HONG W Q, WEI G, et al. Rotation and shearing dislocation deformation of subway tunnels due to adjacent ground stack load[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2018, 37(5): 1281-1289.
- [5] 戴宏伟, 陈仁朋, 陈云敏. 地面新施工荷载对临近地铁隧道纵向变形的影响分析研究[J]. 岩土工程学报, 2006, 28(3): 312-316.
- DAI H W, CHEN R P, CHEN Y M. Study on effect of construction loads on longitudinal deformation of adjacent metro tunnels[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, 28(3): 312-316.
- [6] 康成, 梅国雄, 梁荣柱, 等. 地表临时堆载诱发下既有盾构隧道纵向变形分析[J]. 岩土力学, 2018, 39(12): 4605-4616.
- KANG C, MEI G X, LIANG R Z, et al. Analysis of longitudinal deformation of existing shield tunnel induced by temporary surface surcharge[J]. Rock and Soil Mechanics, 2018, 39(12): 4605-4616.
- [7] 王敏, 甘晓露, 杜巍, 等. 考虑土体刚度衰减的地面堆载对既有隧道影响[J]. 地下空间与工程学报, 2021, 17(6): 1965-1971.
- WANG M, GAN X L, DU W, et al. [J]. Effects of surface surcharge on existing tunnel considering soil stiffness degradation[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2021, 17(6): 1965-1971.
- [8] 江杰, 邢轩伟, 邱居涛, 等. 地面堆载引起的邻近地铁隧道变形分析[J]. 铁道建筑, 2020, 60(7): 59-63.
- JIANG J, XING X W, QIU J T, et al. Deformation analysis of adjacent subway tunnel induced by ground surcharge[J]. Railway Engineering, 2020, 60(7): 59-63.
- [9] 程霖, 杨成永, 李延川, 等. 带接头地下管线变形的傅里叶级数解[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2018, 45(11): 149-156.
- CHENG L, YANG C Y, LI Y C, et al. Fourier series solution for deformation of buried jointed pipelines[J]. Journal of Hunan University (Natural Science), 2018, 45(11): 149-156.
- [10] 周顺华, 何超, 肖军华. 环间错台效应下基坑开挖引起临近地铁盾构隧道变形的能量算法[J]. 中国铁道科学, 2016, 37(3): 53-60.
- ZHOU S H, HE C, XIAO J H. Energy method for calculating deformation of adjacent shield tunnels due to foundation pit excavation considering step between rings[J]. China Railway Science, 2016, 37(3): 53-60.
- [11] VESIĆ A B. Bending of beams resting on isotropic elastic solid[J]. Journal of the Engineering Mechanics Division, 1961, 87(2): 35-53.
- [12] TANAHASHI H. Formulas for an infinitely Long Bernoulli-Euler Beam on the Pasternak Model[J]. Soils and Foundations, 2004, 44(5): 109-118.
- [13] 徐凌. 软土盾构隧道纵向沉降研究[D]. 上海: 同济大学, 2005.
- XU L. Research of the longitudinal settlement of soft soil shield tunnel[D]. Shanghai: Tongji University, 2005.
- [14] SHIBA Y, KAWASHIMA K, OBINATA N, et al. An evaluation method of longitudinal stiffness of shield tunnel linings for application to seismic response analyses[J]. Doboku Gakkai Ronbunshu, 1988(398): 319-327.
- [15] 魏纲, 俞国骅, 洪文强. 地面堆载引起下卧盾构隧道剪切错台变形计算研究[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2018, 49(7): 1775-1783.
- WEN G, YU G H, HONG W Q. Study on calculation of shield tunnel shearing dislocation platform deformation due to adjacent ground stacked load[J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2018, 49(7): 1775-1783.



第一作者: 魏井申(1980—), 男, 高级工程师, 研究方向为土木工程。E-mail: 75103028@qq.com。



通信作者: 郭文杰(1991—), 男, 副教授, 博士, 硕士生导师, 研究方向为轨道交通振动噪声。E-mail: guowenjie@ecjtu.edu.cn。