

# 周期性无砟轨道-桥梁耦合结构弹性波传播效应分析

陈广巧

(中铁四局集团有限公司,安徽 合肥 230023)

**摘要:** 为探究周期性桥上无砟轨道结构中的弹性波传播规律,将无砟轨道-桥梁耦合结构考虑为:包括钢轨、轨道板、底座板、桥梁在内的四层 Timoshenko 梁耦合模型,利用平面波级数展开法-能量法求解其频散特性。通过与有限元仿真结果对比验证了本文方法的准确性,而后基于该方法探究了结构刚度变化对弹性波传播的影响,阐明了频散特性中禁带的形成机理。结果表明:0-50Hz 内,该结构共存在两条禁带,且在纵向刚度较大时,其起始频率与截止频率主要受各连接层的纵向刚度影响,第一、二阶截止频率分别随滑动层刚度、扣件层刚度的增加而增大。本研究为桥上无砟轨道结构的减振工作提供了一定的理论参考。

**关键词:** 无砟轨道-桥梁耦合结构; 周期结构; 弹性波; 频散特性

中图分类号: U213

文献标志码: A

## Analysis of Elastic Wave Propagation Effect of Periodic Ballastless Track-Bridge Coupling Structure

Chen Guangqiao

(China Railway No.4 Engineering Group Co., Ltd., Hefei Anhui 230023, China)

**Abstract:** In order to explore the elastic wave propagation law in the ballastless track structure on the periodic bridge, the ballastless track-bridge coupling structure is considered as a four-layer Timoshenko beam coupling model including rail, track plate, base plate and bridge. The plane wave series expansion method-energy method is used to solve its dispersion characteristics. The accuracy of the proposed method is verified by comparing with the finite element simulation results. Then, based on this method, the influence of structural stiffness change on elastic wave propagation is explored, and the formation mechanism of band gap in dispersion characteristics is clarified. The results show that there are two forbidden bands in the structure within 0-50 Hz, and the initial frequency and cut-off frequency are mainly affected by the longitudinal stiffness of each connecting layer. The first and second cut-off frequencies increase with the increase of glide lamella stiffness and fastener layer stiffness respectively. The research provides a theoretical reference for the vibration reduction of ballastless track structure on bridge.

**Key words:** Ballastless track-bridge coupling structure; Periodic structure; Elastic wave; Dispersion characteristics

桥上铁路作为重要的基础设施之一,在铁路运输中扮演着连接互通的关键角色。然而,随着高架铁路桥的增设和运营、交通负荷的增加和桥梁结构的复杂化,轨道、桥梁振动问题的复杂性和多样性也在不断增加。振动以弹性波的形式在轨道结构内部传播,其产生的本质原因即是弹性波的传播以及弹性波与周围介质的耦合作用<sup>[1]</sup>。铁路桥中弹性波主要沿两个方向传播:较低频的振动沿钢轨、扣件等向下传播至轨下结构、桥梁等,影响线路周边的生产与生活;较高频则会沿

钢轨纵向传播,导致波磨等危害<sup>[2]</sup>。目前,降低轨道、桥梁结构的振动水平,保障结构安全和使用舒适性、推动交通基础设施的可持续发展已经成为铁路运维领域的热点。因此,对轨道-桥梁耦合结构的振动传播机理展开研究十分有必要。

无砟轨道、桥梁均可视为沿线路纵向无限延伸的周期性结构,其所具有的滤波特性使得弹性波在特定频段内迅速衰减而无法传播,形成禁带(带隙)。与之相反,在其余频段内弹性波可以自由传播不受影响,称之为通带<sup>[3]</sup>。目前已由许多

学者基于这一特性,对周期性铁路结构展开了研究<sup>[4-6]</sup>。Sheng 等<sup>[9]</sup>将有砟铁路轨道简化为周期性支撑的欧拉梁模型,对其频散特性及共振特性进行了分析。研究表明,周期轨道结构的通带和禁带的边界频率处的传播系数为 0 或为  $\pi$ , 这表明在这些频率下,钢轨受到垂向简谐荷载作用将发生共振或反共振。易强等<sup>[8]</sup>以有砟轨道结构为研究对象,证明了周期性轨道结构具有明显的带隙特征,在带隙范围内弹性波在轨道结构中无法自由传播,且外界激励也无法向系统输入能量;通带范围内可进行能量的输入与传播。张鑫浩等<sup>[9]</sup>则基于无限周期结构的弹性波理论,建立了浮置板轨道结构模型,通过对其频散特性进行求解与分析发现带隙特征主要受结构刚度影响。那么在对弹性波进行调控时,可通过改变结构刚度来调节禁带与通带范围来达到对弹性波的调控。相似地,冯青松等<sup>[10][11]</sup>利用平面波级数法,获得了周期性离散支承钢轨的垂向振动带隙,并分析了结构阻尼参数、温度力等对带隙特性的影响,为轨道结构振动的控制提供了理论基础。

频散分析从波传播的角度出发,仅需建立单个元胞模型,建模工作量小、计算效率高,利用其对铁路轨道结构中弹性波传播进行高效地分析和调控,为研究高速铁路减振提供了一种新思路。本文将桥上无砟轨道结构简化为四层 Timoshenko

梁耦合模型,采用平面波级数展开法(PWE)构建满足 Bloch 周期边界条件的结构位移场,能量法(EM)求解无砟轨道-桥梁耦合结构的频散特性,通过能量法可将微分方程求解问题转化为泛函极值求解问题,能够降低耦合问题的求解难度。通过有限元仿真结果验证理论结果的正确性,并根据参数分析揭示了结构的纵向刚度、垂向刚度等对弹性波传播规律的影响,深入探究了带隙的形成机理。

## 1 无砟轨道-桥梁耦合结构频散特性计算

### 1.1 四层无砟轨道-桥梁耦合结构频散特性计算模型

无砟轨道-桥梁结构由钢轨、扣件、轨道板、自密实混凝土层(self-compacting concrete layer, SCC)、底座板、滑动层、桥梁等组成,如下图 1 所示。本文将其简化为四层 Timoshenko 梁与弹簧的耦合模型,又因无砟轨道结构与桥梁均可视为沿纵向无限延伸的正对称结构,那么模型建立中可仅考虑一跨结构的 1/2,这样既能够保证建模的准确性又能极大简化模型,具体如下图 2 所示。图 1 中虚线所框部分即是无砟轨道-桥梁耦合结构计算模型的一跨,即一个元胞,其中  $l$  为 32.25m。

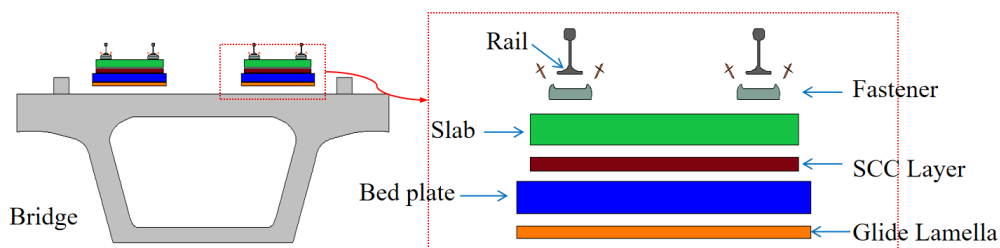


图 1 无砟轨道-桥梁耦合结构模型图

Fig. 1 Model diagram of ballastless track-bridge coupling structure

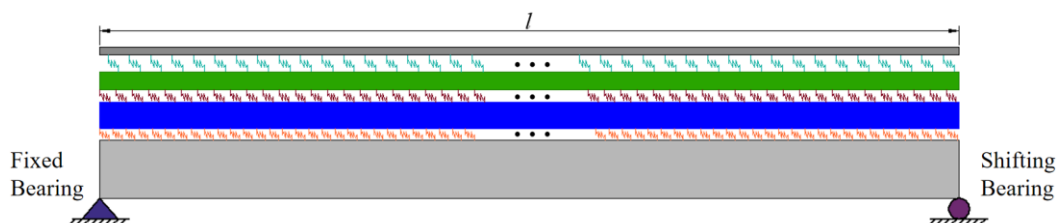


图 2 无砟轨道-桥梁耦合轨道结构元胞图

Fig. 2 Cell diagram of ballastless track-bridge coupled track structure

图 2 中将钢轨、轨道板、底座板、桥梁均考

虑为 Timoshenko 梁,桥梁底部两端考虑为简支梁约束。扣件、SCC 层、滑动层简化为同时考虑纵

向与垂向刚度的均布弹簧。

## 1.2 无砟轨道-桥梁耦合结构的能量泛函

铁路、桥梁模型为复杂的耦合结构求解较复杂，因此本文选用能量法求解其频散特性。上文已将各层部件均考虑为 Timoshenko 梁结构，在分析其结构振动时需要各层部件的纵向位移、垂向位移及截面转角位移，根据 Bloch 定理及平面波级数展开，其位移场可以表示为：

$$\begin{cases} u_j = e^{ik_x x} \sum_{n=-q}^q \alpha_n(t) e^{-i\frac{2\pi n x}{l}} = \alpha_1^T \xi = \xi^T \alpha_1 \\ v_j = e^{ik_x x} \sum_{n=-q}^q \alpha_n(t) e^{-i\frac{2\pi n x}{l}} = \alpha_2^T \xi = \xi^T \alpha_2 \\ \theta_j = e^{ik_x x} \sum_{n=-q}^q \alpha_n(t) e^{-i\frac{2\pi n x}{l}} = \alpha_3^T \xi = \xi^T \alpha_3 \end{cases} \quad (1)$$

其中， $u_j, v_j, \theta_j$  即为各层部件的纵向、垂向及转角位移 ( $j=1, 2, 3, 4$ ，分别表示钢轨、轨道板、底座板、梁)  $i$  为虚数单位， $k_x$  为沿  $x$  方向波数， $p$  为展开项数， $\alpha_n$  ( $n=1, 2, 3$ ) 表示未知系数列向量，其表达式为：

$$\alpha_n = \{\alpha_{n,-q}, \alpha_{n,-q+1}, \dots, \alpha_{n,q-1}, \alpha_{n,q}\}^T \quad (2)$$

式中  $\xi$  表示型函数行向量，表达式为：

$$\xi = \left\{ e^{ik_x x + i\frac{2\pi x(-q)}{l}}, e^{ik_x x + i\frac{2\pi x(-q+1)}{l}}, \dots, e^{ik_x x + i\frac{2\pi x(q-1)}{l}}, e^{ik_x x + i\frac{2\pi x q}{l}} \right\}^T \quad (3)$$

### (1) 各层结构的动能与弹性势能

根据 Timoshenko 梁理论，钢轨、轨道板、底座板、桥梁因垂向振动、纵向振动产生的总势能、总动能可以分别表示为：

$$U_{all} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^4 \left( \int_0^l E_j I_j \left( \frac{\partial \theta_j}{\partial x} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^l k_j G_j A_j \left( \frac{\partial u_j}{\partial x} - \theta_j \right)^2 dx \right) = \frac{1}{2} \alpha^H \mathbf{K}_{all} \alpha \quad (4)$$

$$V_{all} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^4 \int_0^l \left( m_j \frac{\partial u_j}{\partial x} + \rho_j I_j \frac{\partial \theta_j}{\partial x} \right)^2 dx = \frac{1}{2} \alpha^H \mathbf{M}_{all} \alpha \quad (5)$$

### (2) 层间连接弹簧的弹性势能

钢轨与轨道板间由扣件连接，将扣件简化为均布支撑弹簧，那么根据扣件处钢轨与轨道板的位移差，便可得到扣件产生的弹性势能。与扣件

层相似，轨道板与底座板间的自密实混凝土层、底座板与梁体之间的滑动层为均布支撑，二者皆可简化为均布弹簧。那么，三层均布弹簧层因振动产生的弹性势能可以表示为：

$$U_{allc} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{j-1} \left( k_{u(j,j+1)} [u_j - u_{j+1}]^2 + k_{v(j,j+1)} [v_j - v_{j+1}]^2 \right) = \frac{1}{2} \alpha^H \mathbf{K}_{allc} \alpha \quad (6)$$

式中  $k_u(j, j+1)$ 、 $k_v(j, j+1)$  分别表示第  $j$  层与第  $j+1$  层间均布弹簧的垂向刚度与纵向刚度， $k_v(1, 2)$ 、 $k_v(2, 3)$ 、 $k_v(3, 4)$  分别为扣件层、SCC 层、滑动层的纵向刚度， $k_u(1, 2)$ 、 $k_u(2, 3)$ 、 $k_u(3, 4)$  分别表示扣件层、SCC 层、滑动层的垂向刚度。 $U_{allc}$  与  $\mathbf{K}_{allc}$  则表示各层间连接弹簧的总弹性势能及其对应刚度矩阵。

### (3) 梁底支撑势能

本文将梁体考虑为简支梁，梁底部左端为固定支座、右端为滑动支座，则其支撑边界产生的弹性势能：

$$\begin{aligned} U_b &= \frac{1}{2} (k_{bu} u_4(0)^2 + k_{bv} v_4(0)^2 + k_{bu} u_4(l)^2) \\ &= \frac{1}{2} \alpha^H \mathbf{K}_b \alpha \end{aligned} \quad (7)$$

式中  $k_{bu}$ 、 $k_{bv}$  分别代表模拟梁底部边界条件弹簧的纵向刚度与垂向刚度， $U_b$  与  $\mathbf{K}_b$  表示梁底支撑弹性势能及其对应刚度矩阵。

### (4) 系统总能量泛函

将各部分的能量泛函组合起来，便可得到图 1 所示模型的总能量泛函为：

$$\Pi = E - U = \frac{1}{2} \dot{\alpha}^H \mathbf{M} \dot{\alpha} - \frac{1}{2} \alpha^H \mathbf{K} \alpha \quad (8)$$

式中  $\mathbf{M} = \mathbf{M}_{all}$ ， $\mathbf{K} = \mathbf{K}_{all} + \mathbf{K}_{allc} + \mathbf{K}_b$ 。

## 1.3 运动特征方程

对总能量泛函  $\Pi$  变分求解，即将公式 (8) 带入 Lagrange 方程：

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \Pi}{\partial \dot{\alpha}} \right) - \frac{\partial \Pi}{\partial \alpha} = 0 \quad (9)$$

那么，上述耦合结构的振动问题便转化为特征值求解问题，运动特征方程如下：

$$[\mathbf{K}(k_x) - \omega^2 \mathbf{M}(k_x)] \alpha = \mathbf{0} \quad (10)$$

式中  $\omega$  为振动圆频率。此时，通过扫描布里渊区  $[-\pi/l, \pi/l]$  波数  $k_x$ ，便可得到周期性无砟轨道-桥梁耦合结构的频散特性。

## 2 频散特性验证

本文以无砟轨道-桥梁结构为研究对象,根据表 1 中参数建立如图 2 所示的四层耦合结构的元胞模型,利用平面波展开法-能量法对其频散特性进行求解<sup>[12][13]</sup>。为保证计算结果的准确性,选用有限元软件(COMSOL Multiphysics)求解结果作为仿真验证。首先,建立一个长的无砟轨道-桥梁耦合模型元胞,赋予钢轨两端 Floquet 周期边界条件,轨道板、底座板两端为自由边界。桥梁考虑为简支梁,因此将其底部两端分别设为固定支座约束、滑动支座约束;其次,根据周期边界条件输入波数,便可求得频散特性结果与本文方法结果的对比如下图 3 所示。

表 1 无砟轨道-桥梁耦合结构主要参数表

Tab.1 Main parameters table of ballastless track-bridge coupling structure

coupling structure		
Component	Item(Unit)	Value
Rail	Young's modulus(Gpa)	206
	Density(kg/m <sup>3</sup> )	7850
	Poisson's ratio(m <sup>4</sup> )	0.3
	Width × Height(m)	2.55 × 0.2
Slab	Density(kg/m <sup>3</sup> )	2500
	Poisson's ratio(m <sup>4</sup> )	0.2
	Young's modulus(Gpa)	34
	Width × Height(m)	2.95 × 0.2
bed plate	Young's modulus(Gpa)	34
	Poisson's ratio(m <sup>4</sup> )	0.2
	Density(kg/m <sup>3</sup> )	254

表 2 不同方法计算无砟轨道-桥梁耦合结构频散特性对比表

Tab.2 Comparison table of dispersion characteristics of ballastless track-bridge coupling structure calculated by different methods

	Energy Method (Hz)	Finite Element Method (Hz)
1 <sup>st</sup>	0-9.06	0-8.922
2 <sup>nd</sup>	11.39-42.90	10.95-42.85

采用有限元软件进行求解时,为满足计算精度需对结构进行网格划分,越复杂的耦合结构需划分的网格数也就越多。对无砟轨道-桥梁耦合结构的频散特性求解时,共其划分为 209148 个单

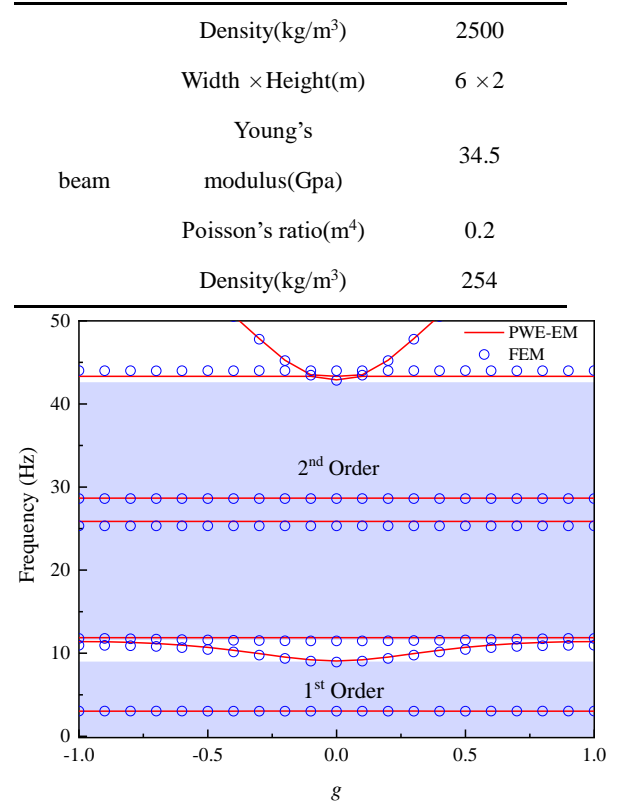


图 3 无砟轨道-桥梁耦合结构频散特性图

Fig.3 Dispersion characteristics of ballastless track-bridge coupling structure

为便于后文的分析,在此处引入无量纲参数  $g (g = k_x l / \pi)$ ,  $k_x \in [-\pi/l, \pi/l]$ , 因此  $g$  的取值范围为  $[-1, 1]$ 。观察图 3 可知,在 0-50Hz 内本文方法求得的频散特性曲线与有限元解的趋势高度一致。图 3 中已用阴影将两阶禁带标明: 0-9.06Hz、11.39-42.90 Hz。两种方法求解频段范围如下表 2 所示,二者对应频率的最大误差值不超过 5%,这也证明了本文方法求解无砟轨道-桥梁耦合结构频散特性的准确性。

元,计算耗时 1125s。值得强调的是,本文方法利用 MATLAB 编程软件对其频散特性进行求解仅需 28s,彰显了计算的快速性和高效性。这一优势意味着该方法可以用来快速地确定桥上轨道结构

中需减振的频段, 并评估减振措施的实际效果, 为工程实践提供便利和指导, 有望在轨道交通的振动控制工程方面发挥重要作用。

### 3 结构刚度参数分析

为了进一步研究轨道结构参数频散特性的影响, 以便针对特定频段的减振要求而对轨道结构进行参数优化, 本章将本节将采用控制变量法, 其余参数不变的情况下, 分别分析扣件刚度、SCC层刚度以及滑动层刚度变化对轨道结构垂向振动频散特性的影响。

#### 3.1 扣件刚度的影响

扣件作为轨道结构中的重要连接部件, 其刚度直接影响着钢轨与下方结构之间的耦合强度, 进而影响着弹性波在轨道结构内部的传播与衰减特性。为分析扣件刚度对结构垂向振动传播的影响, 在其他参数不变的情况下, 将纵向刚度由

$2.4 \times 10^7 \text{N/m}^2$  增至  $4.9 \times 10^7 \text{N/m}^2$ , 相应地将扣件垂向刚度由  $7.5 \times 10^6 \text{N/m}^2$  增至  $1 \times 10^7 \text{N/m}^2$ , 得到扣件刚度增加对结构频散特性的影响如下图 4 所示。

观察图 4 (a), 可以看到扣件刚度的增加对第一阶禁带的截止频率几乎无影响; 由图 4 (b) 可以看到, 随着扣件刚度的增加第二阶禁带的起始频率由 11.39Hz 上升至 11.86Hz, 涨幅仅为 4%, 在实际的工程案例中可将其对第二阶禁带起始频率的影响忽略不计; 由图 4 (c) 可知, 在扣件刚度的增长量相同时, 第二阶带隙截止频率受扣件刚度变化的影响最为显著, 其频率由 42.9Hz 上升至 47.32Hz, 宽度拓宽了 3.95Hz。这一变化在针对特定频段的振动控制中具有重要的参考意义。在频率范围为 40-50Hz 的减振工程中, 对扣件参数进行优化将是一个值得优先考虑的方向。

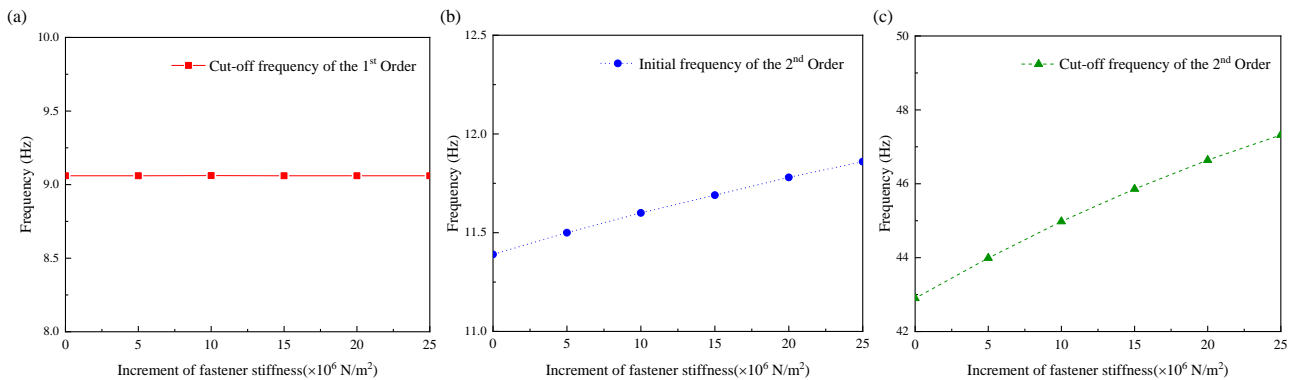


图 4 扣件刚度变化对无砟轨道-桥梁耦合结构频散特性影响图

Fig. 4 The influence of fastener stiffness change on the dispersion characteristics of ballastless track-bridge coupling structure

#### 3.2 SCC层刚度的影响

在结构内部其余参数均保持不变的情况下, 将 SCC 层刚度的纵向刚度、垂向刚度分别由  $1.7 \times 10^8 \text{N/m}^2$ 、 $9 \times 10^7$  增至  $4.2 \times 10^8 \text{N/m}^2$ 、 $1.15 \times 10^8 \text{N/m}^2$ , 并利用本文方法求解其对结构频散特性的影响。下图 5 给出了 SCC 层刚度变化对各阶起始、截止频率的影响。

通过观察图 5 (a)、(b) 和 (c), 我们可以清楚地看到 SCC 层刚度变化对弹性波传播的影响。

首先, 由上图 5 (a)、(b) 我们注意到第一阶禁带截止频率、第二阶禁带起始和截止频率的变化对 SCC 层刚度变化的敏感度较低, 这说明 SCC 层刚度变化对低频弹性波传播的影响较小。其次, 当 SCC 层刚度增加时, 第二阶截止频率仅从 42.9Hz 增长到 43.61Hz, 增长幅度仅为 1.6%, 这也进一步证实了 SCC 层刚度对低频范围内的弹性波传播影响较小。



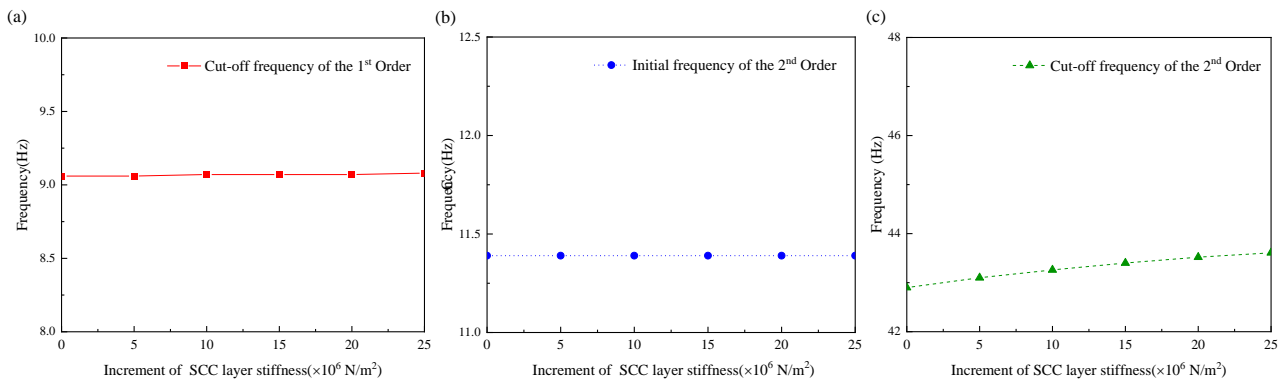


图5 SCC层刚度变化对无砟轨道-桥梁耦合结构频散特性影响图

Fig. 5 The influence of SCC layer stiffness on the dispersion characteristics of ballastless track-bridge coupling structure

### 3.3 滑动层刚度的影响

在其余参数均保持不变的情况下，滑动层刚度变化对频散特性的影响如下图6所示。图6给

出了滑动层纵向刚度、垂向刚度分别由  $1.5 \times 10^{12}$  N/m<sup>2</sup>、 $1.2 \times 10^7$  N/m<sup>2</sup> 增至  $4 \times 10^{12}$  N/m<sup>2</sup>、 $3.7 \times 10^7$  N/m<sup>2</sup> 时的结构频散特性图。

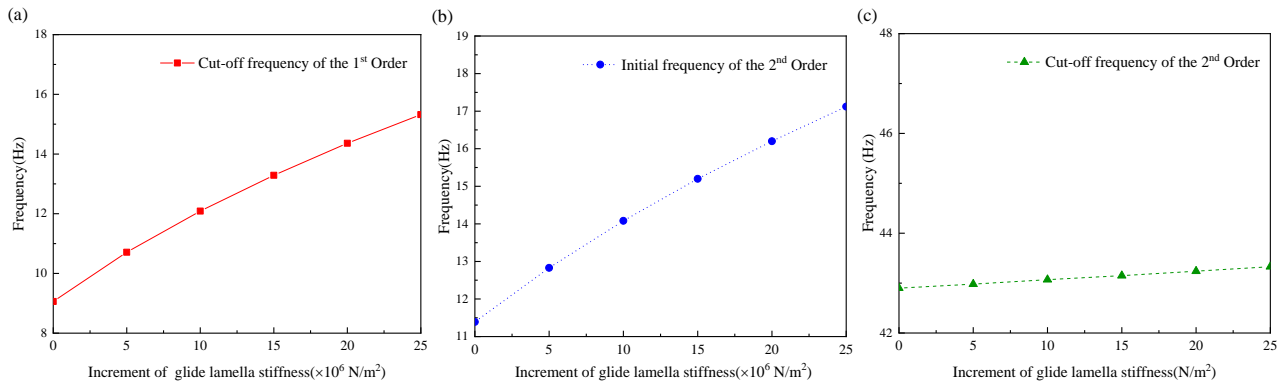


图6 滑动层刚度变化对无砟轨道-桥梁耦合结构频散特性影响图

Fig. 6 The influence of glide lamella stiffness on the dispersion characteristics of ballastless track-bridge coupling structure

从上图6(a)的结果中清晰可见，滑动层刚度变化对第一阶带隙截止频率的影响较大，其频率由9.06Hz变为15.32Hz，这表明滑动层刚度对于无砟轨道-桥梁耦合结构中第一阶截止频率有显著的调控作用。进一步观察图6(b)中的结果，显示滑动层刚度的变化同样对第二阶起始频率产生显著影响，从11.39Hz增加至17.12Hz。这进一步强调了滑动层刚度对结构中低频弹性波传播的关键作用。然而，与此相对比，由图6(c)可知第二阶截止频率对滑动层刚度的变化的不敏感性。综合可知，在20Hz以下的频率范围内，滑动层刚度的变化会对无砟-桥梁耦合结构的弹性波行为产生显著影响，这为该频段内的减振策略提供了理论支撑。

## 4 带隙机理分析

桥上轨道结构作为大型的复杂结构，轨道结构内部、轨道与桥梁之间的耦合使得波在各部件间相互传播。为深入研究弹性波在复杂耦合结构内部的传播规律，本章将对0-50Hz的带隙形成机理进行分析。既有研究已证明周期性轨道结构中同时存在局域共振带隙和布拉格带隙，其中，局域共振带隙约在300Hz以下，布拉格带隙一般在1000Hz以上。那么，本文所求得两阶带隙应均为局域共振带隙<sup>[14][15]</sup>。为进一步证明该观点，根据周期性无砟轨道-桥梁耦合结构的结构特征、材料特性等，将其带隙起始频率、截止频率对应的振动模式简化为如下图7所示的“质量-弹簧”模型<sup>[16]</sup>。

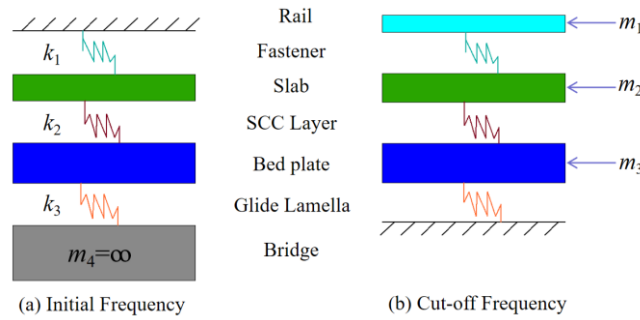


图7 周期性无砟轨道-桥梁耦合结构局域共振带隙形成机理分析模型图

Fig. 7 Analysis model diagram of local resonance band gap formation mechanism of periodic ballastless track-bridge coupling structure

上图7中,  $k_1$ 、 $k_2$ 、 $k_3$  的表示扣件、自密实混凝土层、滑动层的等效纵向刚度与垂向刚度,  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$  为钢轨、轨道板、底座板的等效质量,  $m_4$  为桥梁的等效质量, 在计算时取  $m_4$  为一个极大值。那么根据上图7(a)可以得到特征频率的关系式如下:

$$\begin{bmatrix} k_1+k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2+k_3 & -k_3 \\ 0 & k_1+k_2 & k_3 \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} m_1 & & \\ & m_2 & \\ & & m_3 \end{bmatrix} = 0 \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & 0 \\ -k_1 & k_1+k_2 & -k_2 \\ 0 & -k_2 & k_2+k_3 \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} m_2 & & \\ & m_3 & \\ & & m_4 \end{bmatrix} = 0 \quad (12)$$

而后, 将各参数分别带入式(11)、式(12)

表3 无砟轨道-桥梁耦合结构带隙频率计算值与估算值对比表

Tab.3 Comparison table of calculated and estimated values of band gap frequency of ballastless track-bridge coupling structure

	Calculated values of PWE-EM (Hz)	Estimated Values ( $k_v$ ) (Hz)	Estimated Values ( $k_u$ ) (Hz)
1 <sup>st</sup>	0-9.06	0-9.11	0-54.3Hz
2 <sup>nd</sup>	11.39-42.90	11.9-42.89	62.1-84.4Hz

注:  $k_v$ 表示仅考虑纵向刚度;  $k_u$ 表示仅考虑垂向刚度。

## 5 结论

本文利用平面波展开法-能量法, 建立了四层 Timoshenko 梁模型, 对周期性无砟轨道-桥梁耦合结构的频散特性进行了求解, 并与有限元仿真对比, 证明了本文方法求解高效且准确。通过对其结构参数、带隙形成机理进行了分析, 得到结论如下:

本文中采用平面波展开法-能量法构建了四层 Timoshenko 梁模型, 针对周期性无砟轨道-桥梁耦合结构的频散特性进行了深入的分析。通过与有限元仿真的对比, 证实了本文方法在频散特性求解时

求解特征频率。再根据  $\omega=2\pi f$ , 便可以得到各阶局域共振带隙的起始频率截止频率。表3中给出了PWE-EM的计算结果与本章节应用动力学特性估算所得值的对比。由表3可知, 采用纵向刚度时的估算值与所求结果一致, 由垂向振动产生的第一阶带隙截止频率出现在54.3Hz, 这表明在纵向刚度较大时, 周期性无砟轨道-桥梁耦合结构内0-50Hz的带隙主要源于纵向振动。除此之外, 两种方法计算结果的高度吻合, 也更进一步证明了本文方法求解周期性无砟轨道-桥梁耦合机构频散特性的准确性。

的高效性和准确性。同时, 对结构参数影响和带隙形成机理进行了研究, 并得到以下结论:

1) 通过本文方法求解得到在0~50 Hz范围内, 周期性无砟轨道-桥梁耦合结构中共存在两阶带隙: 0-9.06Hz、11.39-42.9Hz。

2) 随着扣件刚度增加, 第二阶带隙频率相应增加; SCC层刚度变化对于0-50Hz内的弹性波传播影响较小, 几乎可忽略不计; 滑动层刚度变化主要影响着第一阶带隙, 第一阶带宽随着滑动层刚度的增加而增加。为后续工程中的减振工作提供了理论基础。

3) 根据带隙形成机理分析, 0-50Hz 内的两阶带隙均为局域共振带隙。且在纵向刚度较大时, 二者起始频率与截止频率主要受纵向刚度影响, 随其增加而增大。

## 参考文献:

- [1] Norton M P, Karczub D G. Fundamentals of noise and vibration analysis for engineers[M]. Cambridge university press, 2003.
- [2] 刘存真, 李莉, 卜征, 张云飞, 吴亚楠. 不同轨道结构对地铁车内噪声影响实验研究[J]. 铁道标准设计, 2021, 65(01):154-159.  
Liu C Z, Li L, Bu Z, Zhang Y F, Wu Y N. Experimental study on the influence of different track structures on metro vehicle interior noise[J]. Railway Standard Design, 2021, 65(01):154-159.
- [3] 温激鸿, 王刚, 郁殿龙, 赵宏刚, 刘耀宗, 温熙森. 声子晶体振动带隙及减振特性研究 [J].中国科学(E 辑:技术科学),2007,(09):1126-1139.
- [4] Youcai Zhao, Mingjing Geng, Yezhou Wang, Qingmin Hui, Xinhao Zhang, Jiixin Lei, Ping Wang. Vibration band gap characteristics of high-speed railway ballasted track structure and their influence on vibration transmission[J]. Journal of Central South University, 2023, 30(8):2740-2756.
- [5] 姜博龙, 刘维宁, 马蒙, 孙晓静, 李明航. 基于 Bloch-Floquet 理论的周期性排桩在轨道交通隔振中的应用研究[J]. 铁道学报, 2018, 40(03):146-152.  
Jiang B L, Liu W N, Ma M, Sun X J, Li M H. Application of periodic pile in vibration isolation of rail transit based on Bloch-Floquet theory[J]. Journal of the China Raily Society, 2018, 40(03):146-152.
- [6] Jin H, Wang H, Li Z, Zhou X. Vibration-reduction optimization of the point-supporting floating-slab track based on local resonance mechanism[J]. Journal of Vibration and Control, 2023, 29(5-6):1176-1190.
- [7] Sheng X, Li M. Propagation constants of railway tracks as a periodic structure[J]. Journal of Sound and Vibration, 2007, 99:1114-1123.
- [8] 易强, 王平, 赵才友, 盛曦, 卢俊. 有砟轨道结构弹性波传播特性研究[J]. 铁道学报, 2019, 41(06):137-145.  
Yi Q, Wang P, Zhao Y C, Sheng X, Lu J. Study on elastic wave propagation characteristics of ballasted track structure[J]. Journal of the China Railway Society, 2019, 41(06):137-145.
- [9] 张鑫浩, 赵才友, 易强, 王平, 陈嵘. 周期性浮置板轨道弹性波传播行为及波动效应[J].中国铁道科学, 2023, 44(03):34-42.  
Xinhao Zhang, Caiyou Zhao, Qiang Yi, Ping Wang, Rong Chen. Propagation Behavior and Wave Effect of the Track Elastic Wave of Periodic Floating Plate[J]. China Railway Science, 2023, 44(3):34-42.
- [10] 冯青松, 廖宝亮, 郭文杰, 杨舟, 付景文, 陆建飞. 基于能量泛函变分原理的无砟轨道垂向振动带隙分析[J]. 铁道学报, 2022, 44(07):98-106.  
Feng Q S, Liao B L, Guo W J, Yang Z, Fu J W, Lu J F. Band-gap analysis of vertical vibration of ballastless track based on energy functional vibration principle[J]. Journal of the China Railway Society, 2022, 44(07):98-106.
- [11] 冯青松, 杨舟, 郭文杰, 陆建飞, 梁玉雄, 雷晓燕. 周期离散支承钢轨垂向振动带隙特性分析[J]. 中国科学:技术科学, 2020, 50:1563-1576  
Feng Q S, Yang Z, Guo W J, Lu J F, Liang Y X, Lei X Y. Analysis of vertical vibration band gap characteristics of periodic discrete support rail (in Chinese). Scientia Sinica Technologica, 2020, 50:1563-1576
- [12] 余建, 蒋丽忠, 周旺保, 冯玉林, 刘祥. 横向随机地震下震致轨道几何不平顺的功率谱密度曲线研究[J].土木工程学报,2022,55(02):61-72.  
Yu J, Jiang L Z, Zhou W B, Feng Y L, Liu X. Study on power spectral density curve of track geometric irregularity under lateral random earthquake[J]. China Civil Engineering Journal, 2022, 55(02) :61-72.
- [13] 周旺保, 贾益铭, 张云泰, 彭东航, 赵胤婷. 基于简化模型的不等高墩 CRTSII 板式无砟桥-轨系统地震研究 [J]. 铁道科学与工程学报, 2023, 20(07):2361-2371.  
Zhou W B, Jia Y M, Zhang Y T, Jiang L Z, Peng D H, Zhao Y T. Seismic study of CRTSII slab ballastless bridge rail system with unequal pier based on simplified model[J]. Journal of Railway Science and Engineering, 2023, 20(07):2361-2371.
- [14] Wang P, Yi Q, Zhao C Y, et al. Wave Propagation in Periodic Track Structures: Band-Gap Behaviours and Formation Mechanisms [J]. Archive of Applied Mechanics, 2017, 87(3): 503-519.
- [15] Wang P, Yi Q, Zhao C Y, et al. Elastic Wave Propagation Characteristics of Periodic Track Structure in High-Speed Railway [J]. Journal of Vibration and Control, 2019, 25(3): 517-528.
- [16] CHEN M, MENG D, ZHANG H, Jiang H, Wang Yuren. Resonance-Coupling Effect on Broad Band Gap Formation in Locally Resonant Sonic Metamaterials[J]. Wave Motion, 2016, 63:111-119.