文章编号:1005-0523(2001)01-0068-02

基于完全剩余格值逻辑上的不分明化理想

蒋 志 勇

(华东交通大学 基础课科学学院,江西 南昌 330013)

摘要:使用应明生教授提出的完全剩余格值逻辑 L 语义的方法介绍了环 R 中的不分明化左理想(L-左理想),右理想(L-右理想),理想(L-理想),并讨论了它们的一些代数性质⒆

关 键 词:格值逻辑;左(右)理想;理想

中图分类号:B815.6;O153.3　　　　**文献标识码**:A

0 引 言

在文献[3]中,基于应明生教授提出的[0,1]上的连续值逻辑语义的方法,我们引入了不分明化左右理想及理想的概念,同时得到了它们的一些代数性质⒀作为更一般的情形,我们运用完全剩余格值逻辑 L 语义的方法进一步引入了 L－不分明化左(右)理想及理想的概念,并讨论它们的一些性质⒀

文中的 R 总表示一个分明环⒀

1 L-不分明化理想

定义 1.1 称一元 F－谓词 $FR\in\mathcal{F}_L(\mathcal{F}_L(R))$ 为 R 的 L-不分明子环,定义如下:

$$FR(A):=(\forall x,y\in R)((x\in A)<(y\in A)\rightarrow(x+y\in A)<(-x\in A)<(xy\in A))$$

定义 1.2 称一元 F－谓词 $LI\in\mathcal{F}_L\left(\mathcal{F}(R)\right)$,$RI\in\mathcal{F}_L\left(\mathcal{F}_L(R)\right)$,$I\in\mathcal{F}_L\left(\mathcal{F}_L(R)\right)$ 分别为 R 的 L-不分明左理想,L-不分明右理想,L-不分明理想,其定义如下

$$LI(A):=FG(A)<(\forall x,y\in R)(y\in A\rightarrow xy\in A)$$

$$RI(A):=FG(A)<(\forall x,y\in R)(x\in A\rightarrow xy\in A)$$

$$I(A):=LI(A)<RI(A)$$

这里,$FG(A):=(\forall x,y\in R)((x\in A)<(y\in A)\rightarrow(x+y\in A)<(-x\in A))$

定理 1.3 设 $A\in\mathcal{F}_L(R)$,则

1) $\models LI(A)\rightarrow FR(A)$

2) $\models RI(A)\rightarrow FR(A)$

3) $\models I(A)\rightarrow FR(A)$

证明

1) $[LI(A)]=[FG(A)]\cdot\prod_{x,y\in R}(A(y)\propto A(xy))$

$=\prod_{x,y\in R}(A(x)\cdot A(y)\propto A(x+y)\cdot A(-x))\cdot\prod_{x,y\in R}(A(y)\propto A(xy))$

$\leqslant\prod_{x,y\in R}(A(x)\cdot A(y)\propto A(x+y)\cdot A(-x))\cdot\prod_{x,y\in R}(A(x)A(y)\propto A(xy))$

$\leqslant\prod_{x,y\in R}(A(x)\cdot A(y)\propto A(x+y)\cdot A(-x)\cdot A(xy))$

$=[FR(A)]$

2) 类似于 1)

3) $[I(A)]=[LI(A)<RI(A)]=[LI(A)][RI(A)]\leqslant[FR(A)]\cdot[FR(A)]=[FR(A)]$

引理 1.4 设 $A\in\mathcal{F}_L(R)$,则

$$\models FG(A)\leftrightarrow(A+A\subseteq A)<(A\subseteq -A)$$

证明

$[(A+A\subseteq A)<(A\subseteq -A)]$

$=\prod_{x\in R}((A+A)(x)\propto A(x))$

$\prod_{x\in R}(A(x)\propto -A)(x))$

收稿日期:1999-07-02;修订日期:1999-09-28

作者简介:蒋志勇(1966－),男,江西南昌人,华东交通大学讲师⒀

$=\prod_{x\in R}(\sum_{\substack{y,z\in R\\ y+z=x}}A(y)\cdot A(z)\to A(x))\cdot\prod_{x\in R}$

$(A(x)\to\sum_{\substack{u\in R\\ -u=x}}A(u))$

$=\prod_{x\in R}\prod_{\substack{y,z\in R\\ y+z=x}}(A(y)\cdot A(z)\to A(x))\cdot\prod_{x\in R}$

$(A(x)\to A(-x))$

$=\prod_{y,z\in R}(A(y)A(z)\to A(y+z))\cdot\prod_{x\in R}$

$(A(x)\to A(-x))$

$=\prod_{y,z\in R}(A(y)\cdot A(z)\to A(y+z))\cdot\prod_{y,z\in R}$

$(A(y)\cdot A(z)\to A(-y))$

$=\prod_{y,z\in R}(A(y)\cdot A(z)\to A(y+z)\cdot A(-y))$

$=[FG(A)]$

定理1.5 设$A\in\mathcal{F}_L(R)$,则有

1) $\models LI(A)\leftrightarrow(A+A\subseteq A)\wedge(A\subseteq -A)(RA\subseteq A)$

$\leftrightarrow(A+A\subseteq A)\wedge(A\subseteq -A)\wedge(\forall x\in R)(xA\subseteq A)$

2) $\models RI(A)\leftrightarrow(A+A\subseteq A)\wedge(A\subseteq -A)\wedge(AR\subseteq A)$

$\leftrightarrow(A+A\subseteq A)\wedge(A\subseteq -A)\wedge(\forall x\in R)(Ax\subseteq A)$

3) $\models I(A)\leftrightarrow(A+A\subseteq A)\wedge(A\subseteq -A)\wedge(RA\cup AR\subseteq A)$

$\leftrightarrow(A+A\subseteq A)\wedge(A\subseteq -A)\wedge(\forall x,y\in R)((x\in A)\vee(y\in A)\to(xy\in A))$

引理1.6 对任意的一族$\{A_i\}_{i\in s}\subseteq\mathcal{F}_L(R)$,有$\models(\forall_i)(i\in s\to FG(A_i))\to FG(\bigcap_{i\in s}A_i)$

定理1.7 对任意的一族$\{A_i\}_{i\in s}\subseteq\mathcal{F}_L(R)$,则有

1) $\models(\forall i\in s)LI(A_i)\to LI(\bigcap_{i\in s}A_i)$

2) $\models(\forall i\in s)RI(A_i)\to RI(\bigcap_{i\in s}A_i)$

3) $\models(\forall i\in s)I(A_i)\to I(\bigcap_{i\in s}A_i)$

引理1.8 设R、Q是分明环,f为R到Q的满同态,则对任何$A\in\mathcal{F}_L(R)$,$B\in\mathcal{F}_L(Q)$,有

1) (a) $\models LI(A)\to LI(f(A))$

(b) $\models RI(A)\to RI(f(A))$

2) (a) $\models LI(B)\leftrightarrow LI(f^{(-1)}(B))$

(b) $\models RI(B)\leftrightarrow RI(f^{-1}(B))$

定理1.9 设f是环R到Q上的满同态,$A\in\mathcal{F}_L(R)$,$B\in\mathcal{F}_L(Q)$,则

1) $\models I(A)\to I(f(A))$

2) $\models I(f^{-1}(B))\leftrightarrow I(B)$

参考文献:

[1] Mingsheng Ying. Fuzzifying topology based on complete residuated lattict-valued Logic(I) [J]. F.S.S, 1993.(56):337～373.

[2] Jizhong shen. Ideals and Minimal Ideals in L-semigroup[J]. Fuzzy Math, Vol.5, No.4, 1997:935～948.

[3] 蒋志勇. 不分明化理想[J].(accepted)

Fuzzifying Ideals Based on Complete Residuated Lattice-valued Logic

JIANG Zhi-yong

(School of Natural science, East China Jiaotong University, Nanchang 330013 China)

Abstract: In this paper, We use a semantic method of complete residuated lattic-valued logic L proposed by Pro. Mingsheng Ying to introduce the fuzzifying left ideal(L-left ideal), right ideal (L-right ideal), ideal(L-ideal), and investigate some ot their algebraic properties.

Key words: Lattice-valued logic; left(right) ideal; ideals