

文章编号: 1005—0523(2004)01—0121—02

关于模糊域与模糊线性空间的两个命题的错误

蒋志勇

(华东交通大学 基础科学学院, 江西 南昌 330013)

摘要:通过3个反例,说明了S.Nanda在文献[1]中给出的模糊域与模糊线性空间的定义之错误以及R.Biswas在文献[2]中所给出的模糊线性空间的重新定义也是不对的,从而说明给出模糊域与模糊线性空间的正确定义及其性质是十分必要的,这将在后续文章中加以讨论.

关键词:模糊域;模糊线性空间

中图分类号:O159

文献标识码:A

注记:文中的 X 表示分明域, Y 表示 X 上的分明线性空间, $F \in [0, 1]^X$ 表示 X 上的模糊集, $V \in [0, 1]^Y$ 表示 Y 上的模糊集.

S.NANDA给出的模糊域与模糊线性空间的定义如下:

定义 1^[1] 若 F 满足: $\forall x, y \in X$,

$$\textcircled{1} F(x+y) \geq \min\{F(x), F(y)\};$$

$$\textcircled{2} F(-x) \geq F(x);$$

$$\textcircled{3} F(xy) \geq \min\{F(x), F(y)\};$$

$$\textcircled{4} F(0) = F(1).$$

则称 F 是 X 上的一个模糊域,记为 (F, X) .

定义 2^[1] 若 V 满足: $\forall x, y \in Y, \lambda \in X$,

$$\textcircled{1} V(x+y) \geq \min\{V(x), V(y)\};$$

$$\textcircled{2} V(\lambda x) \geq \min\{F(\lambda), V(x)\}; \textcircled{3} V(0) = 1.$$

则称 V 是 Y 上的一个模糊线性空间,记为 (V, Y) .

R.Biswas重新给出的模糊域与模糊线性空间的定义如下:

定义 3^[2] 称 F 是 X 上的一个模糊域,记为 (F, X) ,若 $\forall x, y \in X$,

$$\textcircled{1} F(x+y) \geq \min\{F(x), F(y)\};$$

$$\textcircled{2} F(-x) \geq F(x);$$

$$\textcircled{3} F(xy) \geq \min\{F(x), F(y)\};$$

$$\textcircled{4} F(x^{-1}) \geq F(x), x \neq 0.$$

定义 4^[2] 称 V 是 Y 上的一个模糊线性空间,记为 (V, Y) ,若 $\forall x, y \in Y, \lambda \in X$,

$$\textcircled{1} V(x+y) \geq \min\{V(x), V(y)\};$$

$$\textcircled{2} V(\lambda x) \geq \min\{F(\lambda), V(x)\}.$$

下面是S.NANDA给出的关于模糊域与模糊线性空间的两个等价性命题:

定理 1^[1] (F, X) 是一个模糊域 $\Leftrightarrow x, y \in X, \textcircled{1} F(x-y) \geq \min\{F(x), F(y)\}; \textcircled{2} F(xy) \geq \min\{F(x), F(y)\}, y \neq 0$.

定理 2^[1] (V, Y) 是一个模糊线性空间 $\Leftrightarrow \forall \lambda, \mu \in X, \forall x, y \in Y, V(\lambda x + \mu y) \geq \min\{F(\lambda) \wedge V(x), F(\mu) \wedge V(y)\}$.

在这里,我们指出错误之一:定理1^[1](不论用定义1^[1]还是定义3^[2]证)的必要性都是显然的,然而其充分性不满足定义1^[1].

反例 1 设 $F: X \rightarrow [0, 1]$
 $x \mapsto F(x) = 0.5, \forall x \in X$

则 $F \in [0, 1]^X$ 满足定理1^[1]的充分性条件,但不满足定义1^[1]的条件 $\textcircled{4}$: $F(0) = F(1) = 0.5 \neq 1$.

收稿日期: 2003—07—28

作者简介: 蒋志勇(1966—),男,江西南昌人,华东交通大学基础科学学院副教授,理学硕士.

错误之二:定理 2^[1]的必要性也是显然的(不论用定义 2^[1]还是定义 4^[2]证),但是其充分性既不满足定义 2^[1]又不满足定义 4^[2].

反例 2 设 $F: \begin{matrix} X \rightarrow [0, 1] \\ x \mapsto F(x) = 1, \forall x \in X \\ Y \rightarrow [0, 1] \\ y \mapsto V(y) = 0.5, \forall y \in Y \end{matrix}$

则根据定义 1^[1]易验证 (F, X) 是一个模糊域且 V 满足定理 2^[1]的充分性条件,但它不满足定义 2^[1]的条件③: $V(0) = 0.5 \neq 1$.

反例 3 设 $F: \begin{matrix} X \rightarrow [0, 1] \\ x \mapsto F(x) = 0.5, \forall x \in X \\ Y \rightarrow [0, 1] \\ y \mapsto V(y) = \begin{cases} 0.6, y(\neq 0) \in Y \\ 0.5, y(=0) \in Y \end{cases} \end{matrix}$

则根据定义 3^[2]易验证 (F, X) 是一个模糊域且 $\forall \lambda, \mu \in X, \forall x, y \in Y$, 有 $V(\lambda_x + \mu_y) \geq 0.5 = \min\{F(\lambda)$

$\wedge V(x), F(\mu) \wedge V(y)\}$, 即 V 满足定理 2^[1]的充分性条件,但它却不满足定义 4^[2]的条件①: $\forall y(\neq 0) \in Y$, 取 $x = -y(\neq 0)$, 则 $V(x + y) = V(0) = 0.5 < 0.6 = \min\{V(x), V(y)\}$.

最后,我们指出:在分明域和分明线性空间理论中,上述两个定理所反映的结论是正确的,由此可见,模糊域与模糊线性空间是它们的推广,关于模糊域与模糊线性空间的正确定义及其性质将在以后的文章中详细讨论.

参考文献:

- [1] S. Nanda, Fuzzy Fields and Fuzzy Linear Spaces, FSS[J]. 19 (1986) 89~94.
- [2] R. Biswas, Fuzzy Fields and Fuzzy Linear Spaces Redefined, FSS[J]. 33(1989) 257~259.

Falses of Two Propositions of Fuzzy Fields and Fuzzy Linear Spaces

JIANG Zhi-yong

(School of Natural Science, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China)

Abstract: We give three examples to prove the falses of two theorems relation to fuzzy fields and fuzzy linear spaces, new definitions and their properties will be given soon.

Key words: Fuzzy fields; Fuzzy linear spaces