

文章编号: 1005—0523(2005)01—0160—02

模糊域与模糊线性空间

蒋志勇

(华东交通大学 基础科学学院, 江西 南昌 330013)

摘要: 在[1]的基础上重新给出了模糊域与模糊线性空间的概念, 且由此讨论了它们的若干性质, 从而说明模糊域与模糊线性空间是分明域和分明线性空间有关理论的推广.

关 键 词: 模糊域; 模糊线性空间

中图分类号: 0159

文献标识码: A

注记: 文中的 X 表示分明域, Y 表示 X 上的分明线性空间, $F \in [0, 1]^X$ 表示 X 上的模糊集, $V \in [0, 1]^Y$ 表示 Y 上的模糊集.

定义 1 称 F 是 X 上的一个模糊域, 记为 (F, X) , 若 $\forall x, y \in X$,

① $F(x+y) \geq \min\{F(x), F(y)\}$; ② $F(-x) \geq F(x)$; ③ $F(xy) \geq \min\{F(x), F(y)\}$; ④ $F(x^{-1}) \geq F(x)$, $x \neq 0$.

定义 2 若 V 满足: $\forall x, y \in Y, \lambda \in X$,

① $V(x+y) \geq \min\{V(x), V(y)\}$; ② $V(\lambda x) \geq \min\{F(\lambda), V(x)\}$; ③ $V(-x) \geq V(x)$; ④ $F(1) \geq V(0)$.

则称 V 是 Y 上的一个模糊线性空间, 记为 (V, Y) .

由定义 1、2 直接可得:

命题 1 设 F 是 X 上的一个模糊域, 则

① $F(0) \geq F(x), \forall x \in X$; ② $F(1) \geq F(x), \forall x (\neq 0) \in X$; ③ $F(0) \geq F(1)$.

又由定义 1 以及扩展原理直接可得:

命题 2 设 X 与 Y 是两个分明域, $f: X \xrightarrow{\text{同态}} Y$, F 是 X 上的一个模糊域, G 是 Y 上的一个模糊域, 则① $f(F)$ 是 Y 上的一个模糊域; ② $f^{-1}(G)$ 是 X 上的一个模糊域.

因此, 我们就有:

命题 3 V 是 Y 上的一个模糊线性空间, 则 $\forall x \in Y, F(0) \geq V(0)$; ② $V(0) \geq V(x)$; ③ $F(0) \geq V(x)$.

定理 1 设 F 是 X 上的一个模糊域, Y 是 X 上的分明线性空间, 则 $V \in [0, 1]^Y$ 是 Y 上的一个模糊线性空间 $\Leftrightarrow \forall \lambda, \mu \in X, \forall x, y \in Y$, ① $V(\lambda x + \mu y) \geq \min\{F(\lambda) \wedge V(x), F(\mu) \wedge V(y)\}$; ② $F(1) \geq V(x)$.

证明 “ $\Rightarrow$ ”直接根据定义 2 可得

“ $\Leftarrow$ ”设 $V \in [0, 1]^Y$ 满足①和②, 则 $\forall x, y \in Y, V(x+y) = V(1x+1y) \geq \min\{F(1) \wedge V(x), F(1) \wedge V(y)\} = \min\{V(x), V(y)\}$; $\forall \lambda \in X, x \in Y, V(\lambda x) = V(\lambda x + 0x) \geq \min\{F(\lambda) \wedge V(x), F(0) \wedge V(x)\} = \min\{F(\lambda), V(x)\}$; $\forall x \in Y, V(-x) = V(-1x) \geq \min\{F(-1), V(x)\} \geq \min\{F(1), V(x)\} = V(x)$; $F(1) \geq V(0)$.

收稿日期: 2003—11—25

作者简介: 蒋志勇(1966—), 男, 江西南昌人, 华东交通大学副教授, 理学硕士.

根据定义(2), $V \in [0, 1]^Y$ 是 Y 上的一个模糊线性空间.

定理 2 一族模糊线性空间的交仍是一个模糊线性空间.

证明 设 $V_i (i \in I$ 为指标集) 是 Y 上的一族模糊线性空间, 下证 $\bigcap_{i \in I} V_i$ 仍然是 Y 上的一个模糊线性空间. 事实上, 记 $\bigcap_{i \in I} V_i = V$, $\forall \lambda, \mu \in X, \forall x, y \in Y, V(\lambda + \mu)_y = \inf_{i \in I} V_i(\lambda + \mu)_y \geq \inf_{i \in I} \min\{F(\lambda) \wedge V_i(x), F(\mu) \wedge V_i(y)\} \geq \min\{F(\lambda) \wedge \inf_{i \in I} V_i(x), F(\mu) \wedge \inf_{i \in I} V_i(y)\} = \min\{F(\lambda) \wedge V(x), F(\mu) \wedge V(y)\}$; 因为对 $\forall i \in I$, 以及 $\forall x \in Y$, 均有 $F(1) \geq V_i(x)$, 所以 $F(1) \geq \sup_{i \in I} V_i(x) \geq \inf_{i \in I} V_i(x) = V(x)$.

命题 4 模糊线性空间的同态像还是模糊线性空间.

证明 设 F 是 X 上的一个模糊域, Y, Z 是 X 上的分明线性空间, V 是 Y 上的一个模糊线性空间, 且 $f: Y \xrightarrow{\text{同态}} Z$, 下面我们证明 $f(V)$ 是 Z 上的一个模糊线性空间.

事实上: 首先, $f(V)$ 是 Z 上的一个模糊集是显然的, $f(V): Z \rightarrow [0, 1]_Z \mapsto f(V)(z) = \sup_{f(y)=z, y \in Y} V(y), \forall z$

其次, 对 $\forall \lambda, \mu \in X, \forall z_1, z_2 \in Z, f(V)(\lambda z_1 + \mu z_2) = \sup_{f(y)=\lambda z_1 + \mu z_2, y \in Y} V(y) \geq \sup_{f(y_1)=z_1, f(y_2)=z_2, y_1, y_2 \in Y} V(\lambda y_1 + \mu y_2) \geq \sup_{f(y_1)=z_1, f(y_2)=z_2, y_1, y_2 \in Y} \min\{F(\lambda) \wedge V(y_1), F(\mu) \wedge V(y_2)\} = \min\{F(\lambda) \wedge \sup_{f(y_1)=z_1, y_1 \in Y} V(y_1), F(\mu) \wedge \sup_{f(y_2)=z_2, y_2 \in Y} V(y_2)\} = \min\{F(\lambda) \wedge f(V)(z_1), F(\mu) \wedge f(V)(z_2)\}$, 且类似可得: $F(1) \geq f(V)(z), \forall z \in Z$. 根据定理 1, $f(V)$ 是 Z 上的一个模糊线性空间. 类似可证“模糊线性空间的同态原像还是模糊线性空间”这一结论.

参考文献:

- [1] 蒋志勇. 关于模糊域与模糊线性空间的两个命题的错误[J]. 华东交通大学学报(自然版), 2004(1): 121~122.
- [2] S. NANDA, Fuzzy Fields and Fuzzy Linear Spaces, FSS[J], (1986), (19): 89—94.
- [3] R. BISWAS, Fuzzy Fields and Fuzzy Linear Spaces Redefined, FSS[J], 1989, (3): 257~259.

Fuzzy Fields and Fuzzy Linear Spaces

JIANG Zhi-yong

(School of Natural Science, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China)

Abstract: We redefine fuzzy fields and fuzzy linear spaces on the base of paper [1], and study some properties of them, which generalize theory of fields and linear spaces.

Key words: fuzzy fields; fuzzy linear spaces