

文章编号: 1005—0523(2005)01—0162—03

椭圆与双曲线上干涉相长与干涉相消的分析

邱万英¹, 殷爱涵²

(华东交通大学 1. 基础科学学院物理系; 2. 信息工程学院, 江西 南昌, 330033)

摘要: 定量讨论了置于椭圆与双曲线焦点上的两个相干波源在椭圆、旋转椭球面、双曲线以及旋转双叶双曲面上产生相长干涉与相消干涉的条件与分布.

关 键 词: 相长干涉; 相消干涉; 椭圆; 双曲线

中图分类号: O347.4

文献标识码: A

1 引 言

椭圆与双曲线是常见的二次曲线. 许多物体如大至天体、小至微观粒子的运动规律都涉及到椭圆或双曲线. 因此, 研究波的干涉在椭圆与双曲线及其旋转曲面上分布的特点, 无论对于教学还是科研, 都具有非常重要的意义. 本文定量讨论将两相干波源分别置于椭圆与双曲线的两焦点处, 在椭圆、双曲线上及其旋转曲面上所产生的干涉相长与相消的条件及其规律.

2 椭圆与旋转椭球面上干涉分布特点

2.1 椭圆情况

设在无限大且充满了不吸收能量的各向同性介质中, 两相干波源 S_1, S_2 的振动方程分别为,

$$\xi_1 = A_1 \cos(\omega t + \phi_{10})$$

$$\xi_2 = A_2 \cos(\omega t + \phi_{20})$$

将两波源分别置于椭圆的焦点 F_1, F_2 上, 如图 1 所示

已知椭圆方程为 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, 式中 a, b 分别为

椭圆的半长轴与半短轴.

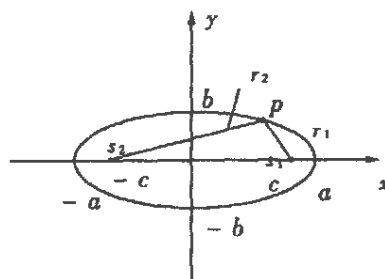


图 1

两波源发出的波传至椭圆曲线上任意点 $p(x, y)$ 处引起的合振动为

$$\xi = A_1 \cos[\omega(t - \frac{r_1}{u}) + \phi_{10}] + A_2 \cos[\omega(t - \frac{r_2}{u}) + \phi_{20}] = A \cos(\omega t + \varphi) \quad (1)$$

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta \varphi}$$

曲线上任意点 p 是否出现干涉相长或干涉相消, 显然由 $\Delta \varphi$ 决定:

$$\text{当 } \Delta \varphi = \phi_{10} - \phi_{20} - \frac{\omega}{u}(r_1 - r_2) = \pm 2k\pi, (k = 1, 2, 3, \dots) \quad (2)$$

$A = A_1 + A_2$ p 点处为干涉相长.

当 $\Delta \varphi = \phi_{10} - \phi_{20} - \frac{\omega}{u}(r_1 - r_2) = \pm (2k + 1)\pi$,

收稿日期: 2004—11—25

作者简介: 邱万英(1963—), 女, 江西赣州人, 华东交通大学基础科学学院物理系副教授, 主要从事物理教学与研究工作.

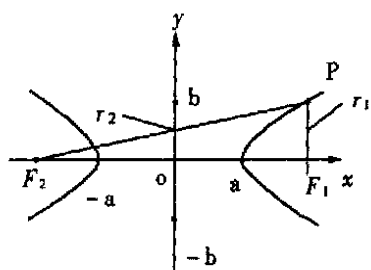


图 4

$$r_1 - r_2 = \frac{\phi_1 - \phi_2}{2\pi} \lambda \pm k\lambda = \pm 2a \quad (8)$$

$$r_1 - r_2 = \frac{\phi_1 - \phi_2}{2\pi} \lambda \pm (2k+1) \frac{\lambda}{2} = \pm 2a \quad (9)$$

特别地, 当 $\phi_1 = \phi_2$ 时, 只要 $a = k\lambda$, 曲线上便呈干涉相长; 而当 $a = (2k+1) \frac{\lambda}{2}$ 时, 曲线上呈干涉相消.

3.2 双叶双曲面上干涉情况

将双曲线绕 x 轴旋转一周可得一双叶双曲面, 方程为 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2 + z^2}{b^2} = 1$

由于两焦点到曲面上任意点的距离之差为一定数, 显然, 曲面上所有点的波强相同, 干涉相长与相消的条件依然由式(8)、式(9)决定. 若 a 为波长的整数倍, 则干涉分布如图 5 所示.

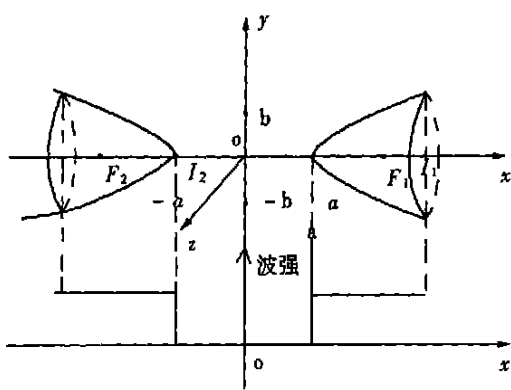


图 5

4 结 论

由上述分析可以得出如下结论: 椭圆及其旋转椭球面上的干涉强弱与坐标位置有关, 而双曲线及其旋转双叶双曲面上的干涉强弱则与坐标位置无关, 在整条曲线和整个曲面上呈等强度分布.

参考文献:

- [1] 马文蔚. 物理学 中册[M]. 北京: 高等教育出版社, 1999.
- [2] 吴锡珑. 大学物理教程 第三册[M]. 北京: 高等教育出版社, 1999.
- [3] 洪宗辉, 潘仲麟. 环境噪声控制工程[M]. 北京: 高等教育出版社, 2002.

Analysis of Constructive and Destructive Interferences on an Ellipse and a Hyperbola

QIU Wan-ying¹, YING Ai-han²

(1. East China Jiaotong Univ., School of Natural Science, 2. School of Information Eng. Nanchang 330013, China)

Abstract: This paper discusses the conditions and distributions of constructive interferences and destructive interferences when two interference wave sources on the focuses of an ellipse, a rotation ellipsoid, a hyperbola or a rotation hyperboloid.

Key words: constructive interference; destructive interference; ellipse; hyperbola