

文章编号: 1005—0523(2007)01—0035—05

移动荷载下简支梁桥 3 种车桥耦合模型研究

桂水荣, 陈水生, 许士强

(华东交通大学 土木建筑学院, 江西 南昌 330013)

摘要: 依据振动理论和欧拉—贝努利梁假设, 推导了简支梁在移动车轮加簧上质量模型、四分之一车模型和二分之一车模型 3 种不同车辆模型与桥梁系统竖向振动微分方程. 采用模态叠加的离散化方法, 将偏微分方程转化为变系数常微分方程, 并将微分方程数值积分的 Runge—kutta 方法引入到该时变系统的振动响应中来. 结果表明, 3 种车辆模型都可以反映出移动荷载作用下车桥耦合振动的总体规律, 但考虑车体刚度的影响更能体现车桥耦合振动的真实性.

关键词: 车辆; 桥梁; 耦合振动; Runge—Kutta 法

中图分类号: U441.3

文献标识码: A

1 引言

桥梁结构处于工作状态时, 不仅承受静载作用, 而且还要承受移动车辆荷载作用, 并且移动车辆荷载本身也是一个带有质量的振动系统, 使桥梁—车辆耦合系统的动力特性随荷载位置的移动而不断变化^[1]. 所以同时考虑移动车辆荷载和桥梁两者质量的振动微分方程带有变系数, 精确求解非常困难, 在以往的研究中采用不同的车辆模型来进行分析研究.

基于以往的研究, 为揭示不同车辆模型对车桥耦合振动问题的影响, 本文依据振动原理推导了 3 种不同车辆模型——移动车轮加簧上质量模型、四分之一车模型和二分之一车模型的车桥耦合振动微分方程, 采用模态分析的离散化方法, 将复杂的微分方程转化为变系数的常微分方程, 编制了基于 Runge—Kutta 法的计算程序. 由于桥梁的振动响应由若干低阶模态起控制作用, 所以在分析过程中只需要提取若干低阶振型来进行响应分析, 这样就减少了体系计算自由度, 提高了运算效率. 本文桥梁提取前十阶模态进行分析, 先从整体上揭示了三种车辆模型作用下桥梁振动响应的共同规律, 然后比较

了各种车辆模型作用下桥梁振动响应的细微差别.

2 车—桥耦合振动模型建立

2.1 移动车轮加簧上质量车模型

如图 1 所示, 假设简支梁为等截面(抗弯刚度为 EI), 恒载质量均匀分布(单位长度质量为 m), 阻尼为粘滞阻尼 c , 长度为 L , 采用贝努利—欧拉梁模型, 不考虑剪切变形和转动惯量的影响. 简支梁上的移动荷载(以恒定速度 v 移动)是由簧上质量 m_1 、移动车轮的质量 m_2 、弹簧 k_1 和阻尼器 c_1 组成的体系. 设梁的动挠度为 $y(x, t)$, 簧上质量的动位移为 $z(t)$, 簧下质量 m_2 假定沿梁长移动而不脱离开梁体. 按照振动理论, 车—桥系统竖向耦合振动微分方程可以表示为:

$$m_1 \ddot{z}(t) + k_1 [z(t) - y(x, t)] + c_1 (\dot{z}(t) - \dot{y}(x, t)) = 0 \quad (1)$$

$$EI \frac{\partial^4 y(x, t)}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} + c \frac{\partial y(x, t)}{\partial t} = - \delta(x - vt) \{ (m_1 + m_2)g + m_2 \ddot{y}(x, t) + m_1 \ddot{z}(t) \} \quad (2)$$

利用分离变量法, 将桥梁的竖向振动按模态展开为

收稿日期: 2006—12—

基金项目: 江西省自然科学基金资助项目(550012)

作者简介: 桂水荣(1979—), 女, 江西九江人, 华东交通大学硕士研究生, 主要从事车桥耦合振动响应的研究.

$$y(x, t) = \sum_{i=1}^n \varphi_i(x) q_i(t) \quad (3)$$

式中: $\varphi_i(x)$ 是均匀简支梁第阶模态函数; $q_i(t)$ 是 t 时刻第阶模态响应

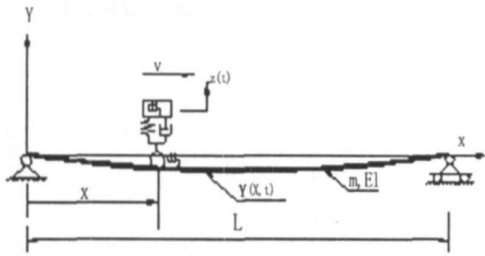


图1 移动车轮加簧上质量车模型作用下的简支梁

将(3)式分别代入(1)(2)可得:

$$m_1 \ddot{z}(t) - c_1 \sum_{i=1}^n \varphi_i(x) \dot{q}_i(t) - k_1 \sum_{i=1}^n \varphi_i(x) q_i(t) + c_1 \dot{z}(t) + k_1 z(t) = 0 \quad (4)$$

$$\ddot{q}_i(t) + \frac{2m_2}{m_b} \sum_{i=1}^n \varphi_i(x) \ddot{q}_i(t) + \frac{2m_1}{m_b} \varphi_i(x) \ddot{z}(t) + \frac{c}{m} \dot{q}_i(t) + \omega_i^2 q_i(t) = -\frac{2(m_1 + m_2)g}{m_b} \varphi_i(x) \quad (5)$$

式中: $\omega_i = \frac{i^2 \pi^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{m}}$ 为等截面简支梁的第 i 阶圆频率

$m_b = mL$ 是桥梁的总质量

2.2 四分之一车模型

如图2所示,取桥梁未变形前的中心线为 x 轴, $y(x, t)$ 代表桥梁中心线动挠度. 简支梁桥模型假设及各参数与第2.1节中移动车轮加簧上质量车模型相同. $y_1(t)$ 代表的竖向绝对位移, 从 m_1 (车体质量) 的平衡位置算起; $y_2(t)$ 代表车辆结构中质量 m_2 (悬架与轮胎质量之和) 的竖向绝对位移, 从 m_2 的静平衡位置算起; v 为车辆通过桥梁时的速度. 依据振动理论, 车-桥系统竖向耦合振动微分方程可以表示为:

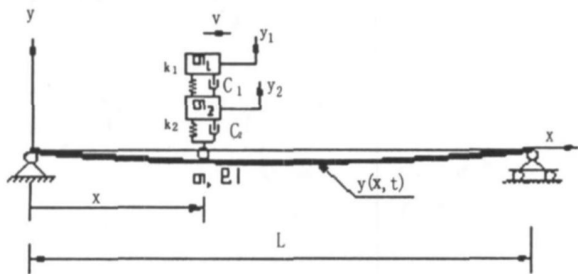


图2 四分之一车模型作用下的简支梁

$$EI \frac{\partial^4 y(x, t)}{\partial x^4} + c \frac{\partial y(x, t)}{\partial t} + m \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} = - \{ m_1 \ddot{y}_1(t) + m_2 \ddot{y}_2(t) + (m_1 + m_2)g \} \delta(x - vt) \quad (6)$$

$$m_1 \ddot{y}_1(t) + c_1 \dot{y}_1(t) - c_1 \dot{y}_2(t) + k_1 y_1(t) - k_1 y_2(t) = 0 \quad (7)$$

$$m_2 \ddot{y}_2(t) - c_2 \dot{y}(x, t) - c_1 \dot{y}_1(t) + (c_1 + c_2) \dot{y}_2(t) - k_2 y(x, t) - k_1 y_1(t) + (k_1 + k_2) y_2(t) = 0 \quad (8)$$

根据分离变量法, 将(3)式代入(6)~(8)式, 依据振型正交性两边同乘以 $\varphi_n(x)$ 并从0到积分:

$$\ddot{q}_i(t) + \frac{2m_1}{m_b} \varphi_i(x) \ddot{y}_1(t) + \frac{2m_2}{m_b} \varphi_i(x) \ddot{y}_2(t) + \frac{c}{m} \dot{q}_i(t) + \omega_i^2 q_i(t) = -\frac{2(m_1 + m_2)}{m_b} g \varphi_i(x) \quad (9)$$

$$m_1 \ddot{y}_1(t) + c_1 \dot{y}_1(t) - c_1 \dot{y}_2(t) + k_1 y_1(t) - k_1 y_2(t) = 0 \quad (10)$$

$$m_2 \ddot{y}_2(t) - c_2 \sum_{i=1}^n \varphi_i(x) \dot{q}_i(t) - c_1 \dot{y}_1(t) + (c_1 + c_2) \dot{y}_2(t) - k_2 \sum_{i=1}^n \varphi_i(x) q_i(t) - k_1 y_1(t) + (k_1 + k_2) y_2(t) = 0 \quad (11)$$

其中 ω_i 和 m_b 与移动车轮加簧上质量模型意义相同.

2.3 二分之一车模型

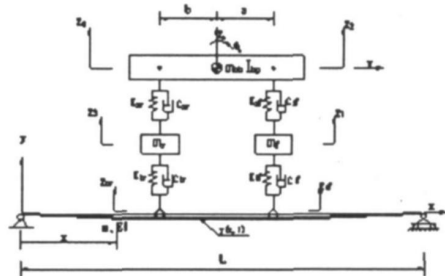


图3 二分之一车模型作用下的简支梁

如图3所示,假设车身是具有垂直和俯仰两个自由度的刚度, 车身的质量和转动惯量分别用 m_{hb} 和 I_{hp} 表示. m 、 c 、 EI 、 L 分别为梁的分布质量、阻尼系数、抗弯刚度、跨径; x_1 、 x_2 为车辆系统前、后轴的位置, $y(x, t)$ 为梁的竖向振动位移, z_{of} 、 z_{or} 分别表示前、后轮处桥梁竖向振动位移; m_{wf} 、 m_{wr} 分别为前、后悬架与轮胎质量之和, k_{sf} 、 k_{sr} 分别为前后悬架弹簧刚度, c_{sf} 、 c_{sr} 分别为前后悬架阻尼系数, k_{tf} 、 k_{tr} 分别为前、后轮胎等效刚度, c_{tf} 、 c_{tr} 分别为前、后轮胎阻尼系数; a 、 b 为车辆前、后轴到车辆重心的距离. z_1 、 z_2 、 z_3 、 z_4 、 z_b 、 θ_b 为车辆系统的广义坐标. 根据振动理论, 车辆运动方程可以表示为:

$$m_{wf} \ddot{z}_1 = k_{tf}(z_{of} - z_1) + c_{tf}(\dot{z}_{of} - \dot{z}_1) - k_{sr}(z_1 - z_2)$$

$$-c_{sf}(\dot{z}_1 - \dot{z}_2) \quad (12)$$

$$m_{ur}\ddot{z}_3 = k_{tr}(z_{or} - z_3) + c_{tr}(\dot{z}_{or} - \dot{z}_3) - k_{sr}(z_3 - z_4) - c_{sr}(\dot{z}_3 - \dot{z}_4) \quad (13)$$

$$m_{hb}\ddot{z}_b = k_{sf}(z_1 - z_2) + c_{sf}(\dot{z}_1 - \dot{z}_2) + k_{sr}(z_3 - z_4) + c_{sr}(\dot{z}_3 - \dot{z}_4) \quad (14)$$

$$I_{hp}\ddot{\theta}_b = -a[k_{sf}(z_1 - z_2) + c_{sf}(\dot{z}_1 - \dot{z}_2)] + b[k_{sr}(z_3 - z_4) + c_{sr}(\dot{z}_3 - \dot{z}_4)] \quad (15)$$

简支梁的振动微分方程:

$$EI \frac{\partial^4}{\partial x^4}(x, t) + c \frac{\partial}{\partial x} y(x, t) + m \frac{\partial^2}{\partial t^2} y(x, t) = -f_1 \delta(x - x_1) - f_2 \delta(x - x_2) \quad (16)$$

$$f_1 = m_{hb}g \frac{b}{a+b} + m_{uf}g + m_{uf}\dot{z}_1 + \frac{b}{a+b}m_{hb}\ddot{z}_b - \frac{1}{a+b}I_{hp}\ddot{\theta}_b$$

$$f_2 = m_{hb}g \frac{a}{a+b} + m_{ur}g + m_{ur}\dot{z}_3 + \frac{a}{a+b}m_{hb}\ddot{z}_b + \frac{1}{a+b}I_{hp}\ddot{\theta}_b$$

利用模态叠加法,由(3)式可得:

$$z_{of} = y(x_1, t) = \sum_{i=1}^n \varphi_i(x_1) q_i(t) \quad z_{or} = y(x_2, t) = \sum_{i=1}^n \varphi_i(x_2) q_i(t)$$

$$\dot{z}_{of} = \frac{\partial y(x_1, t)}{\partial t} = \sum_{i=1}^n \varphi_i(x_1) \dot{q}_i(t)$$

$$\dot{z}_{or} = \frac{\partial y(x_2, t)}{\partial t} = \sum_{i=1}^n \varphi_i(x_2) \dot{q}_i(t)$$

则(12)~(16)式进一步转化为:

$$-c_{tf} \sum_{i=1}^n \varphi_i(x_1) \dot{q}_i(t) - k_{tf} \sum_{i=1}^n \varphi_i(x_1) q_i(t) + m_{uf}\dot{z}_1 + (c_{tf} + c_{sf})\dot{z}_1 - c_{sf}\dot{z}_b + ac_{sf}\dot{\theta}_b + (k_{tf} + k_{sf})z_1 - k_{sf}z_b + dk_{sf}\theta_b = 0 \quad (17)$$

$$-c_{tr} \sum_{i=1}^n \varphi_i(x_2) \dot{q}_i(t) - k_{tr} \sum_{i=1}^n \varphi_i(x_2) q_i(t) + m_{ur}\dot{z}_3 + (c_{tr} + c_{sr})\dot{z}_3 - c_{sr}\dot{z}_b - bc_{sr}\dot{\theta}_b + (k_{tr} + k_{sr})z_3 - k_{sr}z_b - bk_{sr}\theta_b = 0 \quad (18)$$

$$m_{hb}\ddot{z}_b - c_{sf}\dot{z}_1 - c_{sr}\dot{z}_3 + (c_{sf} + c_{sr})\dot{z}_b + (-ac_{sf} + bc_{sr})\dot{\theta}_b + (k_{sf} + k_{sr})z_b - k_{sf}z_1 - k_{sr}z_3 + (bk_{sr} - dk_{sf})\theta_b = 0 \quad (19)$$

$$I_{hp}\ddot{\theta}_b + ac_{sf}\dot{z}_1 - bc_{sr}\dot{z}_3 + (-ac_{sf} + bc_{sr})\dot{z}_b + (a^2c_{sf} + b^2c_{sr})\dot{\theta}_b + dk_{sf}z_1 - bk_{sr}z_3 + (bk_{sr} - dk_{sf})z_b + (a^2k_{sf} + b^2k_{sr})\theta_b = 0 \quad (20)$$

$$\ddot{q}_i(t) + \frac{2m_{uf}}{m_b}\varphi_i(x_1)\dot{z}_1 + \frac{2m_{ur}}{m_b}\varphi_i(x_2)\dot{z}_3 + \frac{2m_{hb}}{m_b}$$

$$\left(\frac{b\varphi_i(x_1) + a\varphi_i(x_2)}{a+b} \right) \ddot{z}_b - \frac{2I_{hp}}{m_b(a+b)} (\varphi_i(x_1) - \varphi_i(x_2)) \ddot{\theta}_b + \frac{c}{m} \dot{q}_i(t) + \omega_i^2 q_i(t) = -\frac{2}{m_b} [m_{hb}g \frac{b\varphi_i(x_1) + a\varphi_i(x_2)}{a+b} + m_{uf}g\varphi_i(x_1) + m_{ur}g\varphi_i(x_2)] \quad (21)$$

式中:其中 ω_i 和 m_b 与移动车轮加簧上质量模型意义相同

3 算例分析

采用文献^[6]的车辆数据以及文献^[5]的桥梁数据. 桥的参数是 $m = 1.2 \times 10^4 \text{ kg/m}$, $EI = 1.275 \times 10^{11} \text{ N} \cdot \text{m}^2$, $L = 40 \text{ m}$, $c = 0$; 车辆参数: 移动车轮加簧上质量, $m_1 = 32\ 025 \text{ kg}$, $m_2 = 1\ 425 \text{ kg}$, $k_1 = 6.5 \times 10^5 \text{ N/m}$, $c_1 = 2.1 \times 10^4 \text{ N} \cdot \text{s/m}$; 四分之一车模型, $m_1 = 32\ 025 \text{ kg}$, $m_2 = 1\ 425 \text{ kg}$, $k_1 = 6.5 \times 10^5 \text{ N/m}$, $c_1 = 2.1 \times 10^4 \text{ N} \cdot \text{s/m}$; $k_2 = 2.85 \times 10^6 \text{ N/m}$, $c_2 = 0$; 二分之一车模型, $m_{hb} = 32\ 025 \text{ kg}$, $m_{ur} = 945 \text{ kg}$, $m_{uf} = 480 \text{ kg}$, $I_{hp} = 82\ 615.67 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$; $a = 2.6524 \text{ m}$, $b = 0.9726 \text{ m}$; $c_{sr} = 1.4e4 \text{ kg/s}$, $c_{sf} = 1.7e5 \text{ kg/s}$, $c_{tr} = c_{tf} = 0 \text{ kg/s}$; $k_{tf} = 9.5e5 \text{ N/m}$, $k_{tr} = 1.9e6 \text{ N/m}$, $k_{sf} = 1.7e5 \text{ N/m}$, $k_{sr} = 4.8e5 \text{ N/m}$.

图4~图7分别给出了移动车轮加簧上质量车模型、四分之一车模型和二分之一车模型三种车模型对应不同车速状态下桥梁跨中的动态响应. 三种不同车辆模型作用下桥梁振动响应的共同点:

1) 都能体现跨中动态位移响应曲线的波动规律;

2) 桥梁最大动挠度均发生在车辆位于近跨中位置;

3) 桥梁跨中的最大动挠度并不是随车辆速度的增加而线性增加;

4) 当车速小于 24 m/s 时, 跨中最大动挠度波动幅度不明显; 当车速由 28.5 m/s 提升到 40 m/s 时, 跨中最大动挠度急剧增大;

5) 车辆以不同速度通过桥梁时, 三种车辆模型计算得到的桥梁跨中最大动挠度曲线的峰值点对应速度值相同.

但是从细节方面来看, 不同车辆模型得出的结果存在如下一些差别:

1) 移动车轮加簧上质量车模型比四分之一车模型对应的桥梁跨中最大动挠度要略微大一点, 主要是因为由于考虑了轮胎的弹簧效应, 使得质量惯

性的影响更为复杂且有所减弱趋势. 但因为车辆轮胎刚度相对于悬架弹簧刚度较大, 从而导致考虑轮胎刚度影响不大.

2) 二分之一车模型作用下的桥梁最大挠度与

四分之一车模型及移动车轮加簧上质量车模型相比明显降低. 这主要是因为考虑了车辆的仰俯及车身长度之后, 车辆与桥梁之间的接触点由一点变成两点, 使得桥梁位移响应减小.

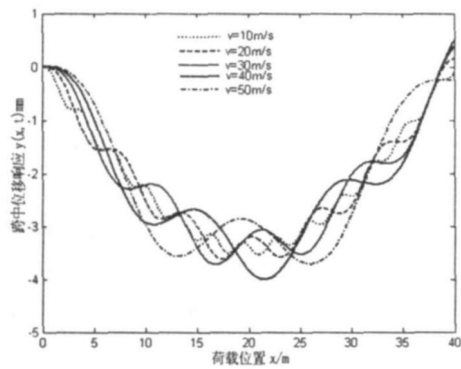


图 4 移动车轮加簧上质量车模型下的跨中位移响应

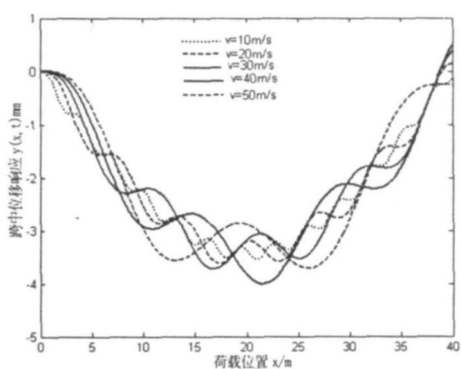


图 5 四分之一车模型下的跨中位移响应

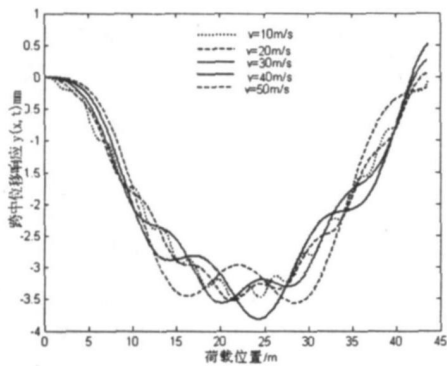


图 6 二分之一车模型下的跨中位移响应

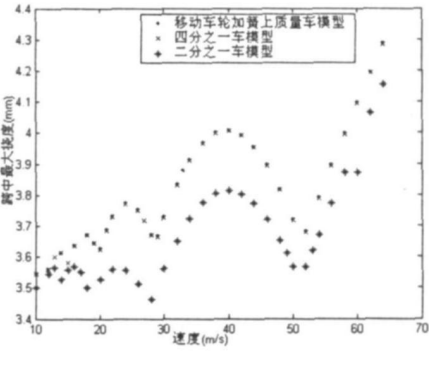


图 7 不同速度对应的跨中最大位移响应

4 结论

- 1) 本文依据振动理论及采用欧拉—贝努利梁假设, 推导出了三种车辆模型: 移动车轮加簧上质量车模型、四分之一车模型和二分之一车模型作用下车桥耦合振动方程, 采用模态叠加法进行求解;
- 2) 三种车模型都能反映出车桥耦合振动的总体规律;
- 3) 与二分之一车模型相比, 四分之一车模型和移动车轮加簧上质量车模型计算结果偏于保守.

参考文献:

[1]宋一凡. 公路桥梁动力学[M]. 北京: 人民交通出版社, 2000.

[2]夏禾. 车辆与结构动力相互作用[M]. 北京: 科学出版社, 2002.

[3]喻凡, 林逸. 汽车系统动力学[M]. 北京: 机械工业出版社, 2005.

[4]李军强, 刘宏昭, 何钦象, 方同. 车—桥系统耦合振动响应的简便计算[J]. 应用力学学报, 2004, 21(2): 66—69.

[5]盛国刚, 彭献, 李传习. 连续桥梁与车辆耦合振动系统冲击系数的研究[J]. 桥梁建设, 2003, 06—0005—03.

[6]唐意. 刚架拱桥车辆振动可视化仿真研究[D]. 福州大学硕士学位论文, 2003, 6: 5—7.

Comparison of Three Models for Vehicle-bridge Coupled Vibration of Simple Beam Bridge Subjected to Moving Load

GUI Shui-rong, CHEN Shui-sheng, XU Shi-qiang

(School of Civil Eng. and Arc. , East China Jiaotong University , Nanchang 330013, China)

Abstract :In this paper, three models for vehicle-bridge coupled vibrations, namely moving spring mass system, two-de-gree-of freedom vehicle model and fourdegree-of freedom vehicle model were derived according to vibration theory andthe hypothesis of Euler-Bernulli beam. Through using modal analysis method, thepartial differential function was changed to differential function which varied with time. Based on Runge-Kutta method, the vehicle-bridge coupled vibration eation were solved with MATLAB. The results show that the three models all can reasonably reflect the rule of bridge vibration under moving loads. However, more authentic results can be obtained with taking the vehicle body rigidity into account.

Key words :vehicle ;bridge ; coupling vibration ; Runge-Kutta method