

文章编号:1005-0523(2018)06-0081-07

# 港湾式停靠站公交进站换道轨迹模型优化

吴悦<sup>1,2</sup>, 李锐<sup>1,2</sup>

(1.河海大学土木与交通学院;2.江苏省交通基础技术工程研究中心,江苏南京 210098)

**摘要:**港湾式停靠站处公交车辆换道进站需要在站点进行停靠以供乘客上下车,在最终停靠点处公交换道轨迹曲线的曲率不为0而应趋向于0;同时在已有的车辆换道轨迹模型中,换道纵向距离均为人为给出,而由于城市交通环境的复杂性,这一做法存在很大的不确定性,会影响最终轨迹曲线的准确性。针对这些问题,通过实地调查,获得实际公交进站换道数据,在基于正弦函数换道轨迹模型和等速偏移换道轨迹模型的基础上,结合考虑换道时间、进站速度、停靠站空余泊位数和换道纵向距离的多元线性回归模型,提出一种优化的公交车辆排队进站换道轨迹模型。利用 Matlab 仿真计算得到优化后的公交进站换道轨迹曲线,并与基于正弦函数换道轨迹模型得到的换道轨迹曲线、实际情况下公交换道轨迹进行分析对比,仿真结果证明了该模型的有效性。

**关键词:**港湾式停靠站;公交进站;换道轨迹;多元线性回归

**中图分类号:**U491

**文献标志码:**A

车辆换道是驾驶员根据自身的驾驶特性,综合考虑周围车辆的车速、位置以及道路情况和交通管理控制等情况,为得到理想的驾驶速度或者驾驶空间,调整并完成自身驾驶目标策略的综合过程。根据行驶需求、换道目的的不同,车辆换道被分为多种类型,不同类型的车辆换道会产生不同的换道轨迹曲线。随着交通微观仿真研究的深入,车辆换道轨迹模型研究成为其中的热点。车辆换道轨迹是指驾驶人员通过对车辆的操控使车辆从本车道进入目标车道的运行轨迹。通过对车辆换道的运动轨迹特点的研究,对提高道路通行能力,减少交通拥堵有着重要的意义。

公交停靠站作为公交系统中最重要基础设施,公交车辆需要在停靠站附近进行换道,公交车辆的进站换道行为对路段整体的通行效率影响很大。通过对公交进站换道轨迹的研究,得到公交进站换道轨迹的一般规律,有利于提高公交运行安全和效率,减少车辆的延误和拥挤。针对工作日非拥挤条件下港湾式停靠站处公交车辆排队换道进站到在站台停靠这一过程,首先在基于正弦函数换道轨迹模型的基础上,结合等速偏移换道轨迹模型在换道起终点处曲率为0的特点,建立港湾式停靠站公交进站换道轨迹模型,对于港湾式停靠站来说,在停靠站处无公交车辆停靠时,到达停靠站的公交车辆会首先选择进入前排停靠泊位,随后到达的公交车辆依次进入后方停靠泊位,当前方停靠站内无空余泊位时,公交车辆在站外等候,直到前方出现空余泊位。在论文中,仅考虑公交排队进站依次停靠现象,不考虑公交超车停靠现象,即停靠站的前排停靠泊位的公交车辆驶离时,在站外排队等候停靠的公交车辆选择等待后排停靠泊位公交车辆出站后再进站而不直接进入前排停靠泊位。其次考虑到在已有的轨迹模型中,换道纵向距离为人为给出这一特点,通过实地调查数据构建关于换道时间、进站速度、空余泊位数和换道纵向距离的多元线性回归模型。最后采用 Matlab 仿真计算得到论文所构建的公交进站换道轨迹模型产生的换道轨迹曲线,并与基于正弦函数换道轨迹模型得到的换道曲线与实际情况下公交换道轨迹进行对比。

收稿日期:2018-04-16

基金项目:国家自然科学基金项目(51508161)

作者简介:吴悦(1993—),女,硕士研究生,研究方向为交通控制与管理。

通讯作者:李锐(1984—),男,副教授,博士,研究方向为交通运输规划与控制。

## 1 常见车辆换道轨迹模型分析

车辆换道是一种极其常见的交通行为,相关研究人员通过对车辆换道行为的研究将换道过程分为4个阶段,分别为扭角阶段、靠拢阶段、收角阶段和调整阶段<sup>[1]</sup>,并对这4个阶段进行分析,得到了一般车辆换道轨迹所要满足的几个原则:车辆换道轨迹应为一条连续的,无突点,尖点的平滑曲线;在车辆换道的起始点处和终点处曲率为0<sup>[2]</sup>。以下是几种常见的车辆换道轨迹模型。

1) 等速偏移换道轨迹模型。等速偏移换道轨迹模型是一种理想状态下的轨迹模型,是对现实交通条件下车辆换道运行轨迹的一种简化。等速偏移换道轨迹模型属于线性模型,具有线性函数的特点,模型简单,计算简便,且在换道的起点和换道的终点处曲率为0,满足了车辆换道轨迹的第二条原则。该模型主要由3条直线段连接组成<sup>[3]</sup>;因此得到换道轨迹曲线在3条直线段的连接处产生突变,然而根据实际观测,车辆的换道运行轨迹是一条平滑的曲线,所以等速偏移换道轨迹模型得到的换道运行曲线与现实状态条件下的车辆运动轨迹拟合度极差,在现实情景下无法跟踪车辆换道轨迹。

2) 圆弧换道轨迹模型。圆弧换道轨迹模型是对等速偏移换道轨迹模型的一个改进,由2条圆弧和1条直线段组成,直线两端分别与两段圆弧相切,使得在车辆换道的起终点处的曲率不发生突变<sup>[4]</sup>。该模型虽然对换道车辆的起终点处的轨迹进行了优化并且考虑了侧向加速度的影响,但是在圆弧段与直线段相接地方的曲率仍然不连续,不符合实际换道轨迹的变化,所以,在利用圆弧换道轨迹模型时,需要对模型进行再次规划。王崇伦等<sup>[5]</sup>针对双车道低速的换道环境采用圆弧换道轨迹模型生成换道轨迹,并利用回旋曲线的方法解决了圆弧换道轨迹模型的曲率不连续,侧向加速度过大的问题。宋金泽等<sup>[6]</sup>利用 $\beta$ 样条曲线的方法对初步轨迹进行平滑优化,最终实现轨迹曲率连续。

3) 梯形加速度换道轨迹模型。梯形加速度换道轨迹模型主要从车辆换道的侧向加速度入手,研究人员认为车辆在换道时的侧向加速度呈现线型变化规律,且侧向加速度有一个最大的临界值。反应到图像上时,侧向加速度由两个形状一样的梯形组成<sup>[7]</sup>。梯形加速度换道轨迹模型很好的满足了换道过程中对曲率的变化要求,但是运用该换道模型来模拟实际车辆换道过程时发现,轨迹调整角度不易,即轨迹不够灵活,且通过数据分析得到在实际的车辆换道过程中的横向加速度与理想情况存在较大的差别<sup>[8]</sup>。

4) 基于正弦函数的换道轨迹模型。基于正弦函数的换道轨迹模型是目前应用比较广泛的一类模型,该模型的曲线平滑,轨迹曲率连续,能较好地模拟车辆换道的过程,但是,该模型的曲率最大值分别出现在换道轨迹的起始点和终点处,而在现实情境中,换道起终点处的曲率应该趋向于0或者为0,因此需要对该模型进行优化。李玮<sup>[9]</sup>将正弦换道轨迹函数进行改进,与双曲正切换道函数相结合提出一种新的换道轨迹函数,该模型满足了换道轨迹对曲率的要求。Daganzo<sup>[10]</sup>利用3次 $\beta$ 样条插值函数对基于正弦函数的换道轨迹模型得到的换道曲线进行了2次规划。

5) 基于 $\beta$ 样条曲线换道轨迹模型。一些研究人员考虑利用 $\beta$ 样条曲线来获得车辆的换道运行轨迹,一般考虑采用3次 $\beta$ 样条曲线来拟合生成轨迹<sup>[11]</sup>。基于 $\beta$ 样条曲线换道轨迹模型是根据车辆的换道运动所形成控制边界反求得到换道轨迹,在利用该模型进行模拟时,边界控制点选取的好坏直接影响轨迹的准确性<sup>[12]</sup>;因此,运用该模型进行模拟时得到结果具有很大的偶然性。

6) 基于多项式换道轨迹模型。基于多项式换道轨迹的通用形式如下

$$Y(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n \quad (1)$$

在已有的基于多项式的换道轨迹规划算法研究中,大多数研究人员采用了5次多项式换道轨迹模型<sup>[13]</sup>或7次多项式换道轨迹模型<sup>[14]</sup>,但是无论是5次多项式模型或者7次多项式模型,模型中的换道时间与换道目标位置均人为给出。而对于复杂的交通环境,这一做法会带来很大的不确定性。不合理的换道时间和换道目标位置可能会导致轨迹拟合效果不理想。

通过对以上6种常见换道轨迹模型的分析可知,这几种模型都存在不足,难以模拟车辆换道的实际轨迹曲线。为了克服传统换道轨迹模型轨迹不连续,换道曲率突变,换道时间与换道目标位置不合理等问题,

针对港湾式停靠站公交车辆进站换道的过程,将基于等速偏移轨迹模型与正弦函数换道轨迹模型相结合,提出一种优化的车辆换道模型,该模型能够同时满足换道轨迹平滑以及换道曲率连续的要求,且针对人为给出的换道时间与换道目标位置不合理的问题,根据实地调查数据,建立考虑换道时间、进站速度、停靠站空余泊位数和换道纵向距离的多元线性回归模型,使得模型模拟出的换道轨迹更贴合实际公交换道过程。

## 2 港湾式停靠站公交进站换道轨迹模型

### 2.1 港湾式停靠站公交进站换道过程分析

公交停靠站作为公交系统的重要组成部分,是供乘客上下车的基础设施。常规的停靠站主要有两种类型,分别是直线式公交停靠站和港湾式公交停靠站,在论文中主要考虑港湾式停靠站公交进站换道行为,且规定公交排队进站,不存在公交超车停靠的现象。港湾式公交停靠站是为了降低公交车辆进站停靠时对社会车辆的影响,采取局部拓宽路面方式建设的公交车辆停靠站,停靠站台向慢车道方向凹入形成弧形<sup>[15]</sup>。公交车辆在换道进入港湾式停靠站到车辆停止在站点这段过程中的微观运动过程如图1所示。

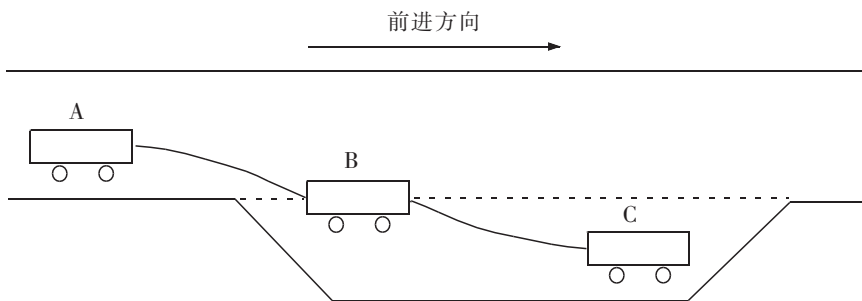


图1 公交进站运动轨迹

Fig.1 Lane changing trajectory for bus arrivals

图1中,A,B,C分别是公交车辆所处的不同状态点,A点是公交车辆换道的起始点,B点是车辆换道的位置临界点,C点是换道的最终目标位置。在A点处,公交车辆驾驶员通过方向盘转向控制车身,使车身航向角达到一个适宜的角度,公交车辆逐渐减速向目标车道靠拢,到达B点后,继续调节车身航向角使航向角趋于0并在站点C停靠。3个点之间的实线就是公交车辆进站换道运行轨迹。

与其他社会车辆换道运行轨迹相比,公交换道进站的停靠点是换道的最终目标位置,由于公交车辆换道进站必须在站点进行停靠以供乘客上下车,因此在公交换道最终目标位置处公交换道轨迹曲率趋近为0。

### 2.2 港湾式停靠站公交进站换道轨迹模型建立

通过对公交进站换道运动轨迹的分析,在一般的社会车辆换道轨迹所要满足原则的基础上进行修正:公交进站换道轨迹曲线无论是在纵向上还是横向上是一条连续光滑的曲线,无突点和变点,即车辆在运动方向上不发生跃变;公交进站换道轨迹曲线的换道起始点处的曲率为0,换道终点处的曲率趋近于0,保证了在换道的起始点处的公交车辆的运动方向与车道线平行而在换道的终点处由于受到站点必须停靠为乘客提供服务的影响,公交车辆的运动方向并不完全与车道线平行。

基于此,在考虑到正弦函数换道轨迹模型所形成的的换道轨迹具有曲线平滑连续的特点,利用等速偏移换道轨迹模型车道变换过程中其侧向加速度为0的特点,对正弦函数换道轨迹模型进行优化,针对港湾式公交车辆进站换道的运动过程,引入基于正弦函数换道轨迹优化模型。其中正弦函数换道轨迹模型和等速偏移换道模型分别如下所示:

正弦函数换道轨迹模型

$$Y(x) = \frac{d}{2} \times \left( 1 - \cos\left(\frac{x}{L} - \pi\right) \right) \quad (2)$$

## 等速偏移换道轨迹模型

$$Y(x) = \frac{d}{L}x \quad (3)$$

式中: $L$ 为换道纵向距离; $d$ 为换道横向距离。

正弦函数换道轨迹模型具曲率连续的特点,但是该模型在换道起终点处的曲率较大,不符合公交进站换道的原则,等速偏移换道轨迹模型虽然轨迹曲线存在突变的现象,但是在换道起终点处的曲率为0,可结合两者的优点,构造港湾式停靠站公交车辆进站换道轨迹模型为

$$Y(x) = \frac{d}{2k\pi} \sin\left(\frac{2k\pi}{L}x\right) - \frac{d}{L}x \quad x \in [0, L] \quad (4)$$

式中: $L$ 为换道纵向距离; $d$ 为换道横向距离; $k$ 为公交进站换道折减系数,根据实测数据, $k$ 值取0.95  
假设公交进站换道轨迹曲线的曲率为 $K$ ,则 $K$ 的计算公式如下

$$K = \frac{|Y''(x)|}{(1+Y'(x)^2)^{3/2}} \quad (5)$$

分别对港湾式停靠站公交车辆进站换道轨迹模型求一阶导数和二阶导数如下

$$Y'(x) = \frac{d}{L} \cos\left(\frac{2k\pi}{L}x\right) - \frac{d}{L} \quad x \in [0, L] \quad (6)$$

$$Y''(x) = \frac{2kd\pi}{L^2} \sin\left(\frac{2k\pi}{L}x\right) \quad x \in [0, L] \quad (7)$$

计算公交进站换道轨迹在换道的起终点处的曲率值如表1所示。

表1 曲率结果

Tab.1 The result of curvature

$x$	$Y'(x)$	$Y''(x)$	$K$
0	0	0	0
$L$	$\frac{d}{L}(1-\cos(2k\pi))$	$\frac{2kd\pi}{L^2} \sin(2k\pi)$	$\frac{2kdL\pi}{\sin(2k\pi)[d^2(1-\cos(2k\pi))^2+L^2]^{3/2}}$

表中港湾式停靠站公交车辆进站换道轨迹模型的一阶导数和二阶导数连续且处处可导,在 $x \in [0, L]$ 区间上有界。当 $x=0$ 时,即在换道起点处,模型的一阶导数与二阶导数的值分别为0,因此在该点处的曲率也为0;当 $x=L$ 时,模型的一阶导数与二阶导数的值分别趋向于0,在换道终点处,曲率值接近于0,因此曲率变化过程符合公交进站换道轨迹原则。

### 2.3 换道纵向距离多元线性回归模型建立

根据传统的换道轨迹模型的车辆换道纵向距离由人为提前给出这一特点所带来的不确定性,考虑到公交车辆进站换道纵向长度主要与车辆进站速度,换道时间和空余泊位数有关,通过实地调查,建立考虑换道时间,进站速度,空余泊位数和换道纵向距离的多元线性回归模型。

由于论文针对港湾式停靠站公交排队进站换道现象,为了使数据更加科学和合理,调查方案选取周四,周五两个工作日的15:00-17:00,该时段交通流处于畅通状态,停靠站处公交车依次排队进站,站内超车停靠的现象几乎不存在,符合对观察对象的要求。选取南京中山江路北公交站,该公交停靠站位于南京市中山路上,采用港湾模式,附近有大量的居民区,政府单位,大型商铺等交通吸引点,交通量比较大。利用地面高空摄像法和测速仪测速法相结合的方法进行调查,获取公交站处公交车辆进站速度,换道时间,换道纵向距离等参数。

通过数据统计,采用强迫回归法得到公交车辆换道纵向距离的多元线性回归方程如下

$$L = -9.205 + 1.147t + 0.924v + 1.957n \quad (8)$$

式中: $L$ 为公交车辆进站换道纵向距离; $t$ 为换道时间; $v$ 为公交进站速度; $n$ 为公交进站时停靠站的剩余空余



泊位数。

通过对回归模型进行检验,模型的拟合优度为 0.702,即该模型能够解释约 70.2%的公交换道纵向距离变化。分别对回归方程进行  $F$  检验和  $t$  检验,其结果分别如表 2 和表 3 所示。

表 2  $F$  检验结果  
Tab.2  $F$  test of regression equation

参数	自由度	平方和	均方差	$F$ 统计量	$F$ 显著性统计量
回归分析	3	4 324.717	1 441.572	262.546	1.693 67E-87
残差	334	1 833.908	5.490 742		
总计	337	6 158.625			

表 2 中的 Significance  $F$  ( $F$  显著性统计量)的  $P$  值为 1.693 67E-87,小于显著性水平 0.05。 $F$  检验结果通过,该回归方程回归效果显著。

表 3  $t$  检验结果  
Tab.3  $t$  test of regression parameters

参数	回归系数	标准误差	$t$ 统计量	$P$ 值
常量	-9.204 850 986	1.428 342	-6.444 43	4.05E-10
换道时间	1.146 981 419	0.149 988	7.647 179	2.21E-13
进站速度	0.923 798 969	0.046 054	20.058 98	2.7E-59
空余泊位数	1.957 025 1	0.229 341	8.533 256	5.05E-16

表 3 中的  $t$  统计量的  $P$  值均小于显著性水平 0.05,通过  $t$  检验,说明所选的自变量即换道时间,进站速度,空余泊位数分别与因变量换道纵向距离之间存在相关性,并且从  $P$  值的数值可以看出,进站速度对换道纵向距离的影响尤其大。

最终港湾式公交进站换道轨迹模型如下

$$\left. \begin{aligned} Y(x) &= \frac{d}{2k\pi} \sin\left(\frac{2k\pi}{L}x\right) - \frac{d}{L}x \quad x \in [0, L] \\ L &= -9.205 + 1.147t + 0.924v + 1.957n \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

### 3 仿真分析

根据对观测得到的工作日非拥挤条件下公交进站换道轨迹数据分析,取模型各参数的众数,得到公交进站换道时间为 6 s,进站速度为 22 km/h,换道纵向距离为 24 m。由于公交车车身尺寸较大,因此换道横向距离相比于一般小汽车较短,根据实测数据,换道横向距离约为 1.2~1.8 m。因此,假设公交换道时间为 6 s,进站速度为 22 km/h,换道横向距离为 1.5 m,空余泊位数为 3。分别用论文提出的公交进站换道轨迹模型,基于正弦函数换道轨迹模型与在此条件下公交进站换道实际情况做对比。3 种情况的参数如表 4 所示。

表 4 各模型参数  
Tab.4 Parameters of each model

模型名称	换道时间/s	进站速度/(km/h)	空余泊位数/个	换道横向距离/m	换道纵向距离/m
优化模型	6	22	3	1.5	23.875
原有模型	6	22	3	1.5	24
实际轨迹	6	22	3	1.5	23.5

针对论文提出的港湾式公交进站换道轨迹模型与原有的基于正弦函数换道轨迹模型,利用 Matlab 进行仿真模拟,分别得到限定情境下的换道运行轨迹。通过地面高空摄像法得到港湾式停靠站公交进站换道的实际运行轨迹,选取符合数据要求的公交进站换道轨迹通过描点法反应在图像上,并将三者进行对比,结果如图 2 所示。

$x$  轴代表换道横向位移长度, $y$  轴代表换道纵向位移长度,定义换道的起始点为 $(0,0)$ ,3 段线条分别为得到的公交进站换道运行轨迹,其中,带星号的实线为基于正弦函数换道轨迹模型得到的轨迹,实线为论文提出的公交换道轨迹模型得到的换道轨迹,虚线为实际观测到的轨迹。

由基于正弦函数换道轨迹模型得到的轨迹曲线与实际观测的公交进站轨迹曲线相对比,虽然换道的起始点相同,但在换道终点处与实际换道轨迹至少偏离了 10 cm,偏离程度较大,且从图像上可以看到,在公交进站换道的前半段轨迹中,基于正弦函数换道轨迹模型得到的换道轨迹在轨迹前半部分的偏离程度较大,而在轨迹后半部分偏离程度较小,根据实际观测,由于公交车车辆车身较大,在换道起始点至向前行驶约 4 m 处时,公交换道偏离程度很小,不超过 10 cm,其后偏离程度逐渐变大,因此,从车身运行的趋势上来看,两者也存在较大的差异。论文提出的公交换道轨迹优化模型的拟合结果与实际换道运行轨迹曲线十分接近,从图 2 可以看出,两者轨迹曲线的偏离差值在 5 cm 以内,且拟合轨迹曲线的走势很好地表征了实际换道轨迹的趋势,拟合效果良好。

#### 4 结语

通过分析港湾式停靠站公交进站停靠运动轨迹的特点并结合换道纵向距离的多元线性模型,对公交进站换道轨迹模型进行优化。研究表明,优化后的港湾式停靠站公交进站换道轨迹模型能够有效模拟实际换道轨迹趋势,对于预测公交换道轨迹,避免交通碰撞具有一定现实意义。论文仅对工作日非拥挤条件下的公交进站换道行为进行了研究,所建立的模型是否适用于工作日道路拥挤条件及节假日有待进一步探讨。

#### 参考文献:

- [1] 杨建国,王金梅,李庆丰,等. 微观仿真中车辆换道的行为分析和建模[J]. 公路交通科技,2004,21(11):93-97.
- [2] 杨志刚,戚志锦,黄燕. 智能车辆自由换道轨迹规划研究[J]. 重庆交通大学学报:自然科学版,2013,32(3):520-524.
- [3] 王琬. 基于流场的车辆换道轨迹规划方法[D]. 秦皇岛:燕山大学,2016.
- [4] FITCH G M, LEE S E, KLAUER S. Analysis of lane-change crashes and near-crashes [R]. Washington, DC: Virginia Tech Transportation Institute, 2009.
- [5] 王崇伦,李振龙,陈阳舟,等. 考虑换道约束空间的车辆换道模型研究[J]. 公路交通科技. 2012,29(1):121-127.
- [6] 宋金泽,戴斌,单恩忠,等. 融合动力学约束的自主平行泊车轨迹生成方法[J]. 中南大学学报:自然科学版,2009,40(S1):135-141.
- [7] 游峰. 智能车辆自动换道与自动超车控制方法的研究[D]. 长春:吉林大学,2005.
- [8] 王畅. 车辆换道预警的若干关键问题研究[D]. 西安:长安大学,2012.
- [9] 李玮,高德芝,段建民. 智能车辆自由换道模型研究[J]. 公路交通科技,2010,27(2):119-123.
- [10] DAGANZO C F. A behavioral theory of multi-lane traffic flow part II:merges and the onset of congestion[J]. Transportation Research Part B Methodological,2002,36(2):159-169.

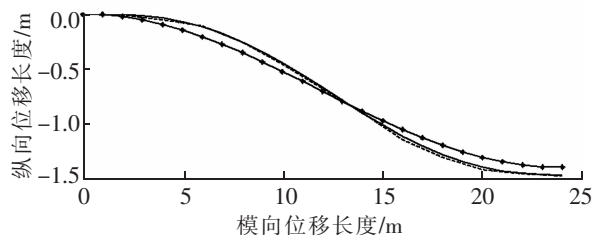


图 2 公交进站换道运动轨迹拟合结果

Fig.2 The fitting results of lane changing trajectory for bus arrivals

- [11] 张永华,杜煜,潘峰,等. 基于三次B样条曲线拟合的智能车轨迹跟踪算法的实现[J]. 计算机应用,2018(1001-9081):1-7.
- [12] 丛伟.  $\beta$ 样条曲线插值分析及其应用[J]. 机械设计与制造,2007(11):54-55.
- [13] PAPADIMITRIOU I,TOMIZUKA M. Fast lane changing computations using polynomials[C] //American Control Conference, American:IEEE,2003:48-53.
- [14] ESHELMAN R L,DESAI S D. Articulated Vehicle Handling[R]. Washington,DC:Dynamic Loads,1972.
- [15] 葛宏伟,罗俊,张彬,等. 公交路内换乘枢纽规划设置方法研究[J]. 华东交通大学学报,2017,34(6):53-59.

## Optimization of Lane Changing Trajectory Model for Bus Arrivals of Harbor-Shaped Stop

Wu Yue<sup>1,2</sup>, Li Rui<sup>1,2</sup>

(1.College of Civil and Transportation Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China;

2. Jiangsu Province Research Center for Traffic and Infrastructure Engineering Technology, Nanjing 210098, China)

**Abstract:** Since buses need to stop at harbor-shaped stops for passengers to get on and off the vehicles, the curvature of the lane change curve at the final stop point is not zero but approximate to zero. In lane changing trajectory planning algorithms, lane changing target position has been given artificially. Due to the complex urban traffic environment, there is a great deal of uncertainty, which affects the accuracy of the final trajectory curve. To solve the problem, this paper obtained the data of the actual lane changing trajectory through field investigation. Based on the linear functional lane changing trajectory model and sine functional lane changing trajectory model, and combined with the multivariate linear models of lane changing time, bus entry speed, spare berth number as well as longitudinal distance of lane changing, an optimized lane changing trajectory model for bus arrivals of harbor-shaped stop was proposed. With the given evaluation parameters of the lane changing trajectory, the lane changing trajectory from this optimization model was calculated by means of Matlab simulation test. Comparison between the lane changing trajectory curve and lane changing trajectory curve based on the sine functional lane changing trajectory model as well as the bus lane changing trajectory in the actual situation was made. The simulation results show that this optimization model is feasible and effective.

**Key words:** harbor-shaped stop; bus arrivals; lane changing trajectory; multiple linear regression