

文章编号:1005-0523(2019)01-0041-08

基于 X 射线断层扫描的钢轨滚动接触疲劳裂纹形状建模方法

周宇,木东升,韩延彬,黄旭炜,张聪聪

(同济大学道路与交通工程教育部重点实验室,上海 201804)

摘要:为建立钢轨滚动接触疲劳裂纹真实形状数学模型,采用 X 射线断层扫描技术,获得了钢轨轨距角-轨肩处的滚动接触疲劳裂纹的真实形态点云数据,提出栅格算法确定裂纹尖端和开口的边界点、三次 B 样条曲线拟合裂纹尖端、裂纹面与钢轨轨面相交确定裂纹开口的钢轨滚动接触疲劳裂纹形状建模方法。研究发现:栅格算法提取的裂纹边界特征点比凸包算法提取的裂纹边界特征点多,代表裂纹边界特征的凸点和凹点都识别,使得裂纹边界失真度更小;随着栅格边长减小,栅格算法提取出的裂纹边界点数量增加,减少了凸包算法的漏点问题。将提取好的裂纹尖端边界点分别用最小二乘法、Bezier 曲线、三次 B 样条曲线等方法进行曲线拟合,发现三次 B 样条曲线拟合得到的裂纹尖端与真实裂纹最为接近,其数据拟合的偏差最大值和标准差均最小,由此获取了真实裂纹的尖端形状数学模型。

关键词:钢轨;滚动接触疲劳裂纹;X 射线断层扫描;栅格算法;三次 B 样条曲线

中图分类号:U213.4+2

文献标志码:A

随着铁路运输列车轴重与速度、钢轨材质的不断提高,钢轨滚动接触疲劳(rolling contact fatigue, RCF)裂纹问题越来越突出。国内外学者针对钢轨 RCF 裂纹萌生与扩展问题展开了大量研究,其中对裂纹扩展理论研究方面多采用数值仿真的方法^[1-2],仿真的关键是要有 RCF 裂纹在钢轨表面和内部的真实形态及其数学模型。基于此,各国学者采用钢轨取样切片法^[3-4]、X 射线计算机断层扫描技术^[5-8](X-ray computed tomography, CT 扫描)、金相分析法^[9]等方法对疲劳裂纹在钢轨内部的真实形态进行了研究。

上述取样切片法、金相分析法都需要对真实裂纹的钢轨进行切割、抛光等操作,会损坏裂纹的完整性,而且只能得到裂纹在切片截面的二维形态,无法获取裂纹的三维形状,因此,在对钢轨 RCF 裂纹进行扩展的预测中,只能将初始裂纹形状简化为理想的半椭圆形或半圆形。但是,处于钢轨表面的真实裂纹形状会受到轮轨接触应力、钢轨磨损和廓形变化等因素的影响而发生变化。CT 扫描方法可实现无损检测,对于压溃裂纹^[6]、轨距角-轨肩斜裂纹^[7]有较好的三维重构精度。但在裂纹尖端的识别中,采用凸包算法^[8],会丢失很多裂纹尖端凹点,导致裂纹尖端边界点过少,引起很大的失真,从而影响裂纹的数学建模和扩展预测结果。

本文基于 CT 扫描技术,在得到含有裂纹完整信息的三维点云数据基础上,提出栅格算法技术来提取裂纹边界点,经过与凸包算法的结果对比,栅格算法具有更高的识别精度;再根据识别的边界点,采用最小二乘法、Bezier 曲线、三次 B 样条曲线来对裂纹尖端进行拟合,通过裂纹面与钢轨轨面相交确定裂纹开口形状,从而实现了钢轨 RCF 裂纹三维形态的数学建模,为裂纹扩展预测的裂纹模型提供依据。

1 基于 CT 扫描技术的裂纹数据提取

CT 扫描技术是在射线照相技术上发展起来的,主要由两大部分部件组成:一是 X 射线成像系统,二是计算机系统。本文利用 X 射线作为辐射源来对钢轨试块进行扫描,其主要工作原理为:由于 X 射线穿过不

收稿日期:2018-08-25

基金项目:国家自然科学基金(51678445,51878661,51808557);中国铁路总公司科技研究开发计划重大课题(2017G003-A);

石家庄铁道大学道路与铁道工程安全保障省部共建教育部重点实验室(STKF201715)

作者简介:周宇(1977—),男,教授,博士,博士生导师,研究方向为轨道管理和轨道养修技术。

同厚度的试样有不同的衰减,根据其衰减系数随厚度分布,在三维笛卡尔坐标系的3个平面内可以分别实现试样的逐层(衰减系数分布与厚度的关系)二维投影;通过内部电荷耦合 CCD 摄像机逐层拍摄,从而获得试样分别在3个平面内的二维投影 X 射线片,将 X 射线片根据所在厚度累加,形成被测试样的三维量化形态。

对于 CT 扫描的钢轨试块,由于疲劳裂纹中的填充物成分主要是金属铁屑和粉尘,其密度略小于不含裂纹的钢轨母材部分,经 X 射线照射后,探测器(CCD 摄像机)接收到的来自裂纹部分和无裂纹钢轨母材部分的能量不同,因而生成的数据文件中,裂纹和钢轨具有不同的灰度值,可采用灰度阈值将二者区分开。钢轨试块扫描过程中,试块托盘保持匀速旋转,同时 X 射线光源、瞄准仪、探测器从上至下匀速移动,使 X 射线能够全角度覆盖扫描试块。

用于 CT 扫描的钢轨试块,取自我国某重载铁路上小半径曲线段的外轨。该曲线段曲线半径为 600 m,通过总重为 2.8 亿 t(280 百万 t, MGT),钢轨为 U75V 热处理 75 kg/m 钢轨。由于钢轨疲劳裂纹在钢轨内部主要集中在钢轨轨距角-轨肩处呈浅层分布,故对轨距角处的钢轨进行切片来获取含有裂纹的试块^[7],切割后得到的试块如图 1 所示,取其中的试块(1')进行 CT 扫描。

上述钢轨试块经 CT 扫描后,得到含有多条裂纹的钢轨轨距角-轨肩试块的体素文件(STL 文件),其中试块在三维笛卡尔坐标系的3个二维平面的切片图像如图 2 中的主视图、俯视图及左视图所示,每个视图内均包含裂纹数据。在每个二维切片视图中,通过设定一定的灰度阈值,可以将疲劳裂纹数据从钢轨试块数据中分离出来。将所有二维视图中分离出来的裂纹数据按照切片图像的距离进行合并,即组成三维裂纹形状点云数据。

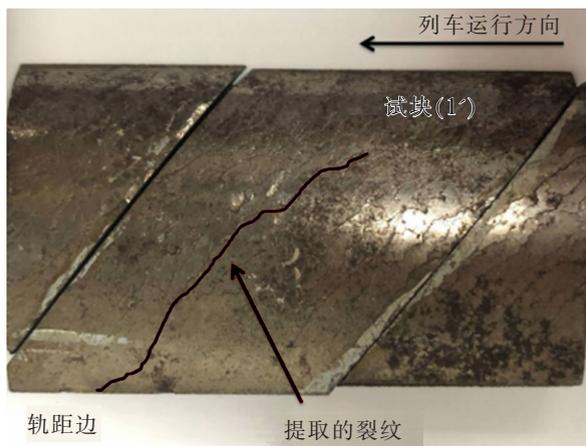


图 1 含裂纹的轨距角处试块示意图
Fig.1 Schematic diagram of the test block at the rail gauge with crack

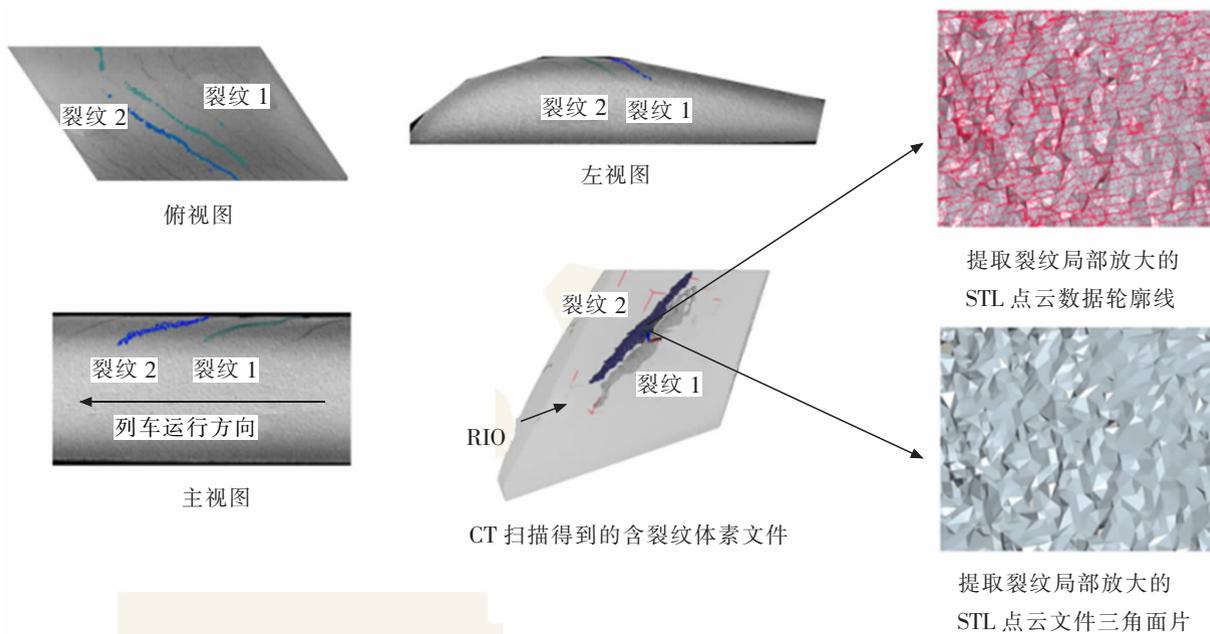


图 2 从 CT 扫描得到的体素文件中提取出裂纹
Fig.2 Extracting cracks from voxel files by CT scans

从图 2 可以看出,CT 扫描得到的疲劳裂纹由许多三角形面片组成(三角形面片由三角形 3 个点的三维坐标及三角形面片的法向量定义),即裂纹点云数据将真实裂纹离散为以三维坐标表示的空间点集,三维坐标点包含裂纹形状信息及其在钢轨内部空间位置信息。

2 栅格算法的点云数据裂纹边界提取方法

2.1 点云数据裂纹边界的提取方法

上述提取出来裂纹的三维点云数据包含了整条裂纹所有点的三维坐标数据,可以基于这些坐标数据还原出裂纹的形态,关键是提取出这些裂纹数据的边界点。对于钢轨轨距角-轨肩处的疲劳裂纹来说,虽然为三维形状,但是整体来看坐标点都分布在同一个平面上,故该处的疲劳裂纹可以通过空间平移旋转转化为平面问题^[3]。

经过平面化后的裂纹数据,首先进行边界点的提取。常见的边界点提取算法有:凸包算法(最小凸包算法)^[10]和网格划分法。

凸包算法实质上属于一种三角剖分画法,这种算法主要选取边界凸出的点,从而减少数据点数量,提高计算效率。但对于存在凹陷区域的数据点,提取的边界信息往往不够精确,处理效果不是很好,采用凸包算法提取裂纹边界点会造成较大的失真。

网格划分法作为另一种主流的提取点云数据边界点的方法,主要有 3 个流程:① 网格划分;② 寻找边界网格;③ 提取边界线。虽然网格划分法精度较为出色,但是处理较为繁琐,对于数据量比较大的点云数据处理起来计算量过大,效果不是很理想。

本文采用一种较为快速且能够较大程度保证提取精度的裂纹边界提取方法——栅格算法^[11]。栅格算法借鉴网格划分法的网格划分思想,将大量数据根据 x 坐标划分为区间长度为 L (L 等于栅格的边长)的数据组,遍历区间长度为 L 的各数据组内 y_{\max} 和 y_{\min} ,从而提取出裂纹边界特征点,简化了网格划分法中提取边界线的算法,适用于处理数据量比较大的点云数据。由于栅格算法提取出的全部裂纹边界特征点都来自于真实裂纹点云数据,未加拟合处理,提取出的裂纹边界精度较高。

2.2 基于栅格算法的点云数据裂纹边界提取方法

以点云数据集 $Q_i (i=1, 2, \dots, n)$ 为例,栅格算法提取其边界点的具体算法流程为:

1) 首先遍历所有数据点,得到这些数据点的 $X_{\max}, X_{\min}, Y_{\max}, Y_{\min}$, 并建立最小包围盒矩形 $ABCD$;

2) 将这个最小包围盒 $ABCD$ 平均分成 n 个小栅格,每个小栅格都是小正方形,该小栅格的边长计算为

$$L = \sqrt{(X_{\max} - X_{\min})(Y_{\max} - Y_{\min})/n} \quad (1)$$

3) 在 x 轴方向上,在 $X_i \sim X_i + L$ 的范围内,计算出这个范围内的点云数据的 y_{\max} 与 y_{\min} , 则点 $P_1(x_1, y_{\min}), P_2(x_2, y_{\max})$ 为 $X_i \sim X_i + L$ 范围内的裂纹的边界点,其中 P_1 为裂纹与钢轨顶面接触的裂纹开口的边界点, P_2 为裂纹的尖端边界点;

4) 按照此方法从 X_{\min} 开始, 计算 x 轴上每段长为 L 的范围内纵坐标取得 y_{\max} 与 y_{\min} 两点, 从而得出 $X_{\min} \sim X_{\max}$ 范围内的所有边界点。

2.3 裂纹边界点提取结果分析

通过平移旋转算法^[7],将空间的三维钢轨裂纹点云数据转化为 XOY 平面上的二维裂纹,裂纹的平面形状如图 3 所示。对于提取的点云数据,分别采用凸包算法和栅格算法提取点云数据的边界点,其结果如图 4 所示。

如图 4 所示,栅格算法提取的裂纹边界特征点比凸包算法提取的裂纹边界特征点多,采用凸包算法只

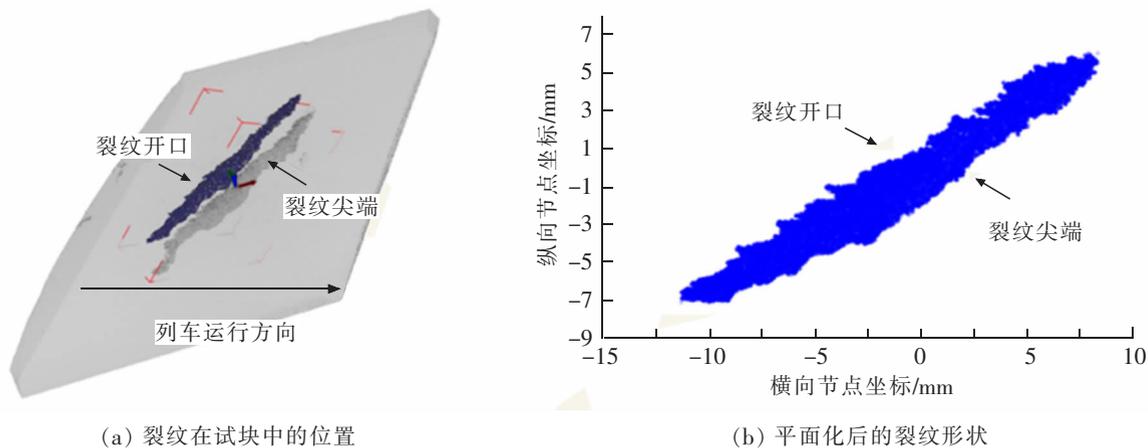


图3 提取的裂纹点云数据

Fig.3 Extracted crack point cloud data

能提取出裂纹边界的凸点,而对于凹点则不能提取出来,这样自然会造成遗漏很多边界特征点,对于裂纹边界特征点中的凸点和凹点栅格算法都可以提取出来,对比图3与图4可知,栅格算法提取的裂纹边界点失真度更小,更接近于真实的裂纹形态,且随着栅格边长逐渐减小,栅格算法提取出的裂纹边界点数量进一步增加,同时栅格算法计算 x 轴上每段长为 L (L 等于栅格的边长)的范围内纵坐标 y_{\max} 及 y_{\min} 两点,从而可以自动区分裂纹的尖端以及开口,而凸包算法不能区分,只能利用提取的特征点与裂纹在钢轨中的位置大致判断出裂纹的开口和尖端。

3 裂纹形态拟合

在裂纹边界点提取结束后,得到了一系列离散的边界点数据。基于这些裂纹边界离散点数据,就可以用连续且平滑的曲线来拟合裂纹尖端,得到裂纹尖端的数学模型。目前,曲线拟合有很多种方法,如最小二乘法、Bezier曲线拟合、三次B样条曲线拟合法等。

3.1 裂纹尖端拟合方法

1) 最小二乘法曲线拟合。最小二乘法曲线拟合^[12]使得所有散点到曲线的距离平方和最小,例如设已知 n 个数据点 $x_i, y_i (i=1, 2, \dots, n)$,则最小二乘法拟合的多项式曲线采用以下公式

$$p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_mx^m \quad (m < n) \quad (2)$$

对于这些数据点,要求观测值 y_i 的偏差平方和最小,即要求 R^2 最小

$$R^2 = \sum_{i=1}^n [y_i - (a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_mx^m)]^2 \quad (m < n) \quad (3)$$

最小二乘法反映了数据点的总体趋势,消除了其局部波动,但是对于离散点拟合效果不够理想,不能够使得每个点都反映线性趋势关键变化。

2) Bezier曲线拟合。Bezier曲线^[13]的数学基础是在起点和终点之间构造插值多项式混合函数,通常有 $n+1$ 个顶点定义一个 n 次多项式,曲线方程为

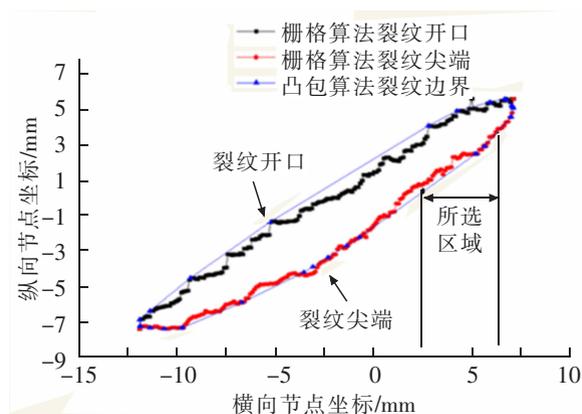


图4 不同方法提取的裂纹边界点

Fig.4 Crack boundary points extracted by different methods

$$P(t) = \sum_{i=0}^n P_i B_{i,n}(t) \quad (4)$$

$$B_{i,n}(t) = C_{n,i} t^i (1-t)^{n-i} (i=0, 1, 2, 3 \dots, n)$$

式中, P_i 是各顶点的位置向量, $B_{i,n}(t)$ 为基底函数, 是 Bezier 曲线特征多边形各顶点向量之间的混合函数, 式中

$$C_{n,i} = \frac{n!}{i!(n-i)!} \quad (5)$$

该拟合方法具有几何不变性、保凸性、变差缩减性质等优点, 但 Bezier 曲线的区域 Bezier 曲线控制性太差, 改动其某一控制点, 曲线整体形状就要随之改变。而且在实际工程中, 一般都具有大量的控制点, Bezier 曲线的次数就越高, 控制起来就越困难, 拟合效果会更加不好。

3) 三次 B 样条曲线拟合。B 样条曲线利用控制点给出的控制多边形产生曲线^[4], 其获得的曲线的几何形状可以通过控制多边形的形状直观的得以控制, 给定 $m+n-1$ 个数据点, 定义一个 n 次参数曲线

$$P_{i,n}(t) = \sum_{i=0}^n P_{i+1} F_{i,n}(t) (0 \leq t \leq 1) \quad (6)$$

其中 $F_{i,n}(t)$ 为该样条曲线的基函数。

相比于 Bezier 曲线, B 样条曲线具有以下优点:

- ① 可局部修改, 改变其中某一个控制点, 并不会影响整体的曲线形状, 只会改变该控制点附近的一段曲线;
- ② 可微性与磨光性, B 样条曲线的一阶导数与二阶导数也是连续的, 且它比 Bezier 曲线更加光滑;
- ③ B 样条曲线能够更好的解决控制点比较多的拟合。

选取前文提取的裂纹点云数据中的 10 个离散点数据, 即图 4 中的所选区域的离散点, 点的坐标见表 1, 分别采用上述的最小二乘法、Bezier 曲线、三次 B 样条曲线 3 种方式对离散点进行曲线拟合, 拟合的曲线如图 5 所示。

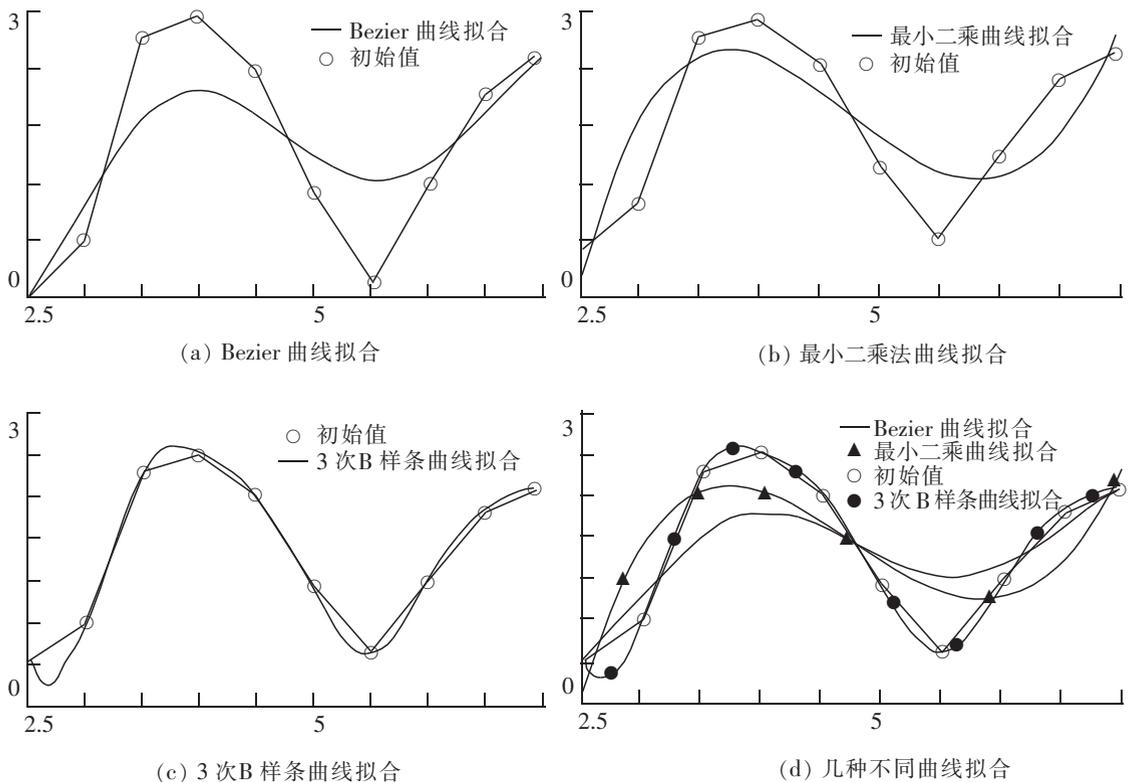


图 5 不同曲线拟合的效果

Fig.5 Effect of different curve fitting

表 1 离散点数据
Tab.1 Discrete point data

X	2.5	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6	6.5	7
Y	0.5	1	2.8	3	2.5	1.4	0.6	1.5	2.3	2.6

分别计算采用最小二乘法、Bezier 曲线、三次 B 样条曲线三种方式对这 10 个离散点进行曲线拟合的偏差,见表 2。

表 2 不同方法拟合裂纹尖端偏差表
Tab.2 Deviation of different methods for fitting the crack tip

偏差	离散点数据 X 值(CT 扫描数据初始值横坐标)									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
最小二乘 曲线拟合	-0.25	0.80	-0.25	-0.42	-0.20	0.25	0.78	-0.14	-0.61	0.20
Bezier 曲线拟合	0	0.35	-0.65	-0.73	-0.29	0.28	0.92	0.10	-0.12	-0.03
三次 B 样 条曲线拟合	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

注:表中偏差由采用最小二乘曲线、Bezier 曲线和三次 B 样条曲线拟合方法得到的离散点 Y 值减去 CT 扫描数据初始 Y 值得到。

从图 5 和表 2 中对 10 个离散数据点的拟合结果可以看出,不同拟合曲线对于离散点的拟合效果存在明显差异:

1) 图 5(a)中采用了 Bezier 曲线拟合方式,该方法存在区域控制性差的缺点,当改变其中某一个离散点时,整个曲线的趋势就会随之改变,并且当控制点越来越多时,曲线对于数据的拟合效果就会越差,采用 Bezier 曲线拟合方法得到的离散点数据与 CT 扫描数据初始值偏差最大值为 0.92 mm,标准差为 0.460 mm;

2) 图 5(b)中采用了最小二乘法来进行拟合,该方法能够反应数据的总体趋势,消除了局部数据对于整体的影响,但该方法对于每个点都反映线性趋势的离散点数据的拟合不太适用,采用最小二乘曲线拟合方法得到的离散点数据与 CT 扫描数据初始值偏差最大值为 0.80 mm,标准差为 0.457 mm;

3) 对于图 5(c)所采用的三次 B 样条曲线的拟合方式,该方法不仅保留了 Bezier 曲线拟合的优点,而且当其中某一个数据点发生变化时,并不会对曲线的整体形状产生很大的影响,只会影响该数据点附近的几个数据点,且该拟合方式曲线更加光滑,采用三次 B 样条曲线拟合方法得到的离散点数据与 CT 扫描数据初始值偏差最大值和标准差均为 0 mm,即三次 B 样条曲线拟合出来的裂纹尖端包含了这 10 个 CT 扫描得到的初始离散点;

4) 如图 5(d)所示,综合这几种曲线拟合法,采用三次 B 样条曲线对裂纹点云数据拟合时偏差最大值和标准差均最小,故本文采用三次 B 样条曲线来对钢轨 RCF 裂纹的尖端进行形态拟合,拟合的裂纹尖端效果如图 6 所示。

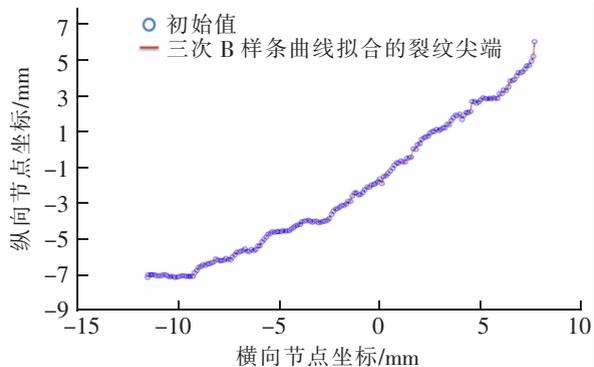


图 6 采用三次 B 样条曲线拟合的裂纹尖端形态
Fig.6 Crack tip morphology fitted by cubic B-spline curve

3.2 裂纹开口确定方法

在拟合好裂纹尖端形态后,需确定裂纹的空间位置才能完成对裂纹真实形态的还原,本文利用裂纹面与钢轨的空间二面角来确定^[15]。

将采用三次 B 样条曲线拟合得到的钢轨疲劳裂纹尖端沿一方向扫掠得到一个含裂纹尖端形态的壳单元面片,将此面片中的裂纹尖端两端点与钢轨表面贴合,面片的裂纹尖端部分插入至钢轨内部,从而面片被钢轨轨面切割出一条曲线 AB,曲线 AB 即为裂纹的开口,如图 7 所示。若钢轨表面存在磨耗,实测钢轨型面也可以在建模中施加后,再用上述方法进行裂纹开口形状的确。

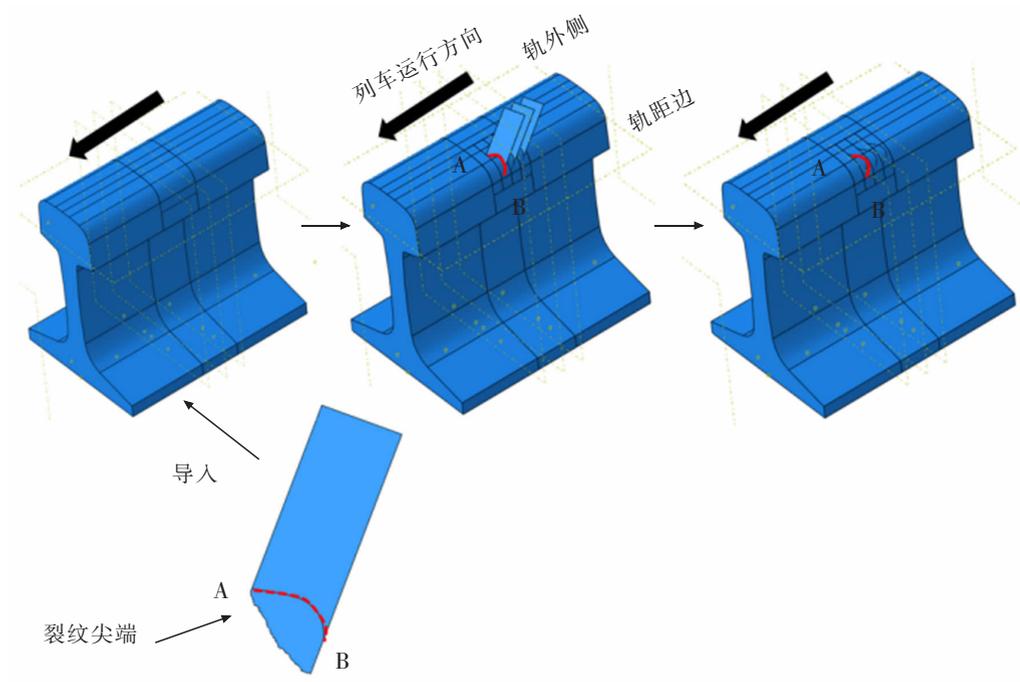


图 7 钢轨 RCF 裂纹开口确定方法

Fig.7 Method for determining rail RCF crack opening

4 结论

本文基于计算机断层扫描技术(CT 扫描),将钢轨疲劳裂纹三维点云数据进行真实裂纹形状的建模,提出了对钢轨 RCF 裂纹三维真实形态的建模方法,主要结论如下:

- 1) 栅格算法可以准确确定裂纹尖端和开口的边界点,三次 B 样条曲线可以高度拟合裂纹尖端,再将裂纹面与钢轨轨面相交确定裂纹开口,从而实现了钢轨滚动接触疲劳裂纹形状数学建模;
- 2) 与凸包算法相比,栅格算法对于裂纹点云数据边界点的提取具有明显的优势,可以将裂纹边界特征点中的凸点和凹点都提取,使得裂纹边界失真度更小,更接近于真实的裂纹形态,且随着栅格边长逐渐减小,栅格算法提取出的裂纹边界点数量进一步增加,同时栅格算法可以自动区分裂纹的尖端以及开口;
- 3) 与最小二乘法、Bezier 曲线拟合法对裂纹尖端数据拟合效果对比,采用三次 B 样条曲线拟合方法得到的离散点数据与 CT 扫描数据初始值的偏差最大值和标准差均最小,适合于 CT 扫描的裂纹尖端形状拟合。

参考文献:

- [1] 刘园. 裂纹间距对轮轨滚动接触疲劳作用下的钢轨表面多裂纹扩展趋势的影响[J]. 上海海事大学学报, 2013, 34(4): 82-85.
- [2] FLETCHER D, HYDE P, KAPOOR A. Modelling and full-scale trials to investigate fluid pressurisation of rolling contact fatigue cracks[J]. Wear, 2008, 265(9/10): 1317-1324.

- [3] GARNHAM J E, FLETCHER D I, DAVIS C L, et al. Visualization and modelling to understand rail rolling contact fatigue cracks in three dimensions[J]. *Journal of Rail and Rapid Transit*, 2011, 225(2): 165–178.
- [4] ZHOU Y, WANG S F, WANG T Y, et al. Field and laboratory investigation of the relationship between rail head check and wear in a heavy-haul railway[J]. *Wear*, 2014, 315(1–2): 68–77.
- [5] NICHOLSON G L, KOSTRYZHEV A G, HAO X J, et al. Modelling and experimental measurements of idealized and light-moderate RCF cracks in rails using an ACFM sensor[J]. *NDT&E International*, 2011(44): 427–437.
- [6] NAEIMI M, LI Z L, QIAN Z W, et al. Reconstruction of the rolling contact fatigue cracks in rails using X-ray computed tomography[J]. *NDT and E International*, 2017(92): 199–212.
- [7] ZHOU Y, ZHENG X F, JIANG J N, et al. Modeling of rail head checks by X-ray computed tomography scan technology[J]. *International Journal of Fatigue*, 2017(100): 21–31.
- [8] 姜俊楠. 基于三维重构和轮轨蠕滑的钢轨疲劳裂纹扩展分析[D]. 上海: 同济大学, 2015: 19–34.
- [9] CASEY J, JOHAN A, LARS H, et al. 3D characterization of rolling contact fatigue crack networks[J]. *Wear*, 2016(366–367): 392–400.
- [10] GRAHAM R L, YAO F F. Finding the convex hull of a simple polygon[J]. *Journal of Algorithms*, 1983(4): 324–331.
- [11] 王炳军, 肖洪天, 岳中琦. 半无限横观各向同性介质中多裂纹相互作用分析[J]. *岩土力学*, 2012, 33(8): 2527–2535.
- [12] 张熙胤, 陈兴冲, 王常峰, 等. 最小二乘法曲线拟合在桥梁施工应力监控中的应用[J]. *中外公路*, 2015, 35(4): 138–141.
- [13] 于佳琳, 言勇华, 王嘉宁. 基于改进 Bezier 拟合算法的工业机器人轨迹规划[J]. *机电一体化*, 2016(2): 12–18.
- [14] 李卫东, 侯丽虹. 基于三次 B 样条曲线拟合的列车定位方法研究[J]. *控制工程*, 2017, 24(1): 135–140.
- [15] 周宇, 邝迪峰, 郑晓峰, 等. 基于三维重构的钢轨滚动接触疲劳裂纹扩展预测[J]. *机械工程学报*, 2018, 54(4): 158–166.

Modeling Method for Rolling Contact Fatigue Crack Shape of Rail Based on X-ray Tomography

Zhou Yu, Mu Dongsheng, Han Yanbin, Huang Xuwei, Zhang Congcong

(Key Laboratory of Road and Traffic Engineering of the Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 201804, China)

Abstract: In order to establish the true shape mathematical model of the rail rolling contact fatigue (RCF) crack, the true shape point cloud data of the RCF crack at the rail gauge-rail shoulder was obtained by X-ray tomography. A method was proposed to model the shape of rail RCF crack by using the grid algorithm to determine the boundary point of crack tip and opening, fitting crack tip with cubic B-spline curve and using intersection of crack surface and rail surface to determine the shape of crack opening. It was found that the number of crack boundary feature points extracted by the grid algorithm was more than that extracted by the convex hull algorithm. Both the bumps and the concave points representing the crack boundary feature were identified by the grid algorithm and the crack boundary distortion was smaller. As the length of the grid was gradually reduced, the number of crack boundary points extracted by the grid algorithm was further increased and the missing point problem of the convex hull algorithm was solved. The extracted crack tip boundary points were fitted by the least square method, Bezier curve and cubic B-spline curve. It found out that the crack tip obtained by the cubic B-spline curve fitting was the closest to the real crack and the maximum deviation and standard deviation of data fitting with the cubic B-spline curve were both the smallest and the mathematical model of the true crack tip shape was obtained.

Key words: rail; rolling contact fatigue crack; X-ray tomography; grid method; cubic B-spline curve