

文章编号:1005-0523(2019)01-0087-07

考虑环境影响限制的交通分配模型及算法

何胜学

(上海理工大学管理学院,上海 200093)

摘要:针对交通环境影响限制对出行者出行线路选择的影响,建立了对应交通流分配模型,并为模型设计了有效的增广拉格朗日乘子求解算法。首先,基于交通环境影响特征将环境影响限制约束分为独立路段式、独立节点式和区块限制约束3种。其次,通过在经典用户均衡模型中添加环境影响限制约束,得到考虑环境影响的交通分配模型。通过定义广义行程时间和利用KKT条件,分析了新模型对应的出行者路线选择原则。最后,为新模型设计了嵌套Frank-Wolfe算法的部分增广拉格朗日乘子算法。数值算例验证了模型与算法的有效性。研究拓展了现有交通流分配理论的研究视角,也可为交通管理者考虑环境影响提供理论支持。

关键词:交通流分配;增广拉格朗日乘子;用户均衡;环境影响

中图分类号:U491

文献标志码:A

交通的环境影响日益受到社会的关注。交通产生的污染、噪音、震动和活动空间的减少等对人们的日常生活会产生种种不利影响。一个健康的交通系统应当对交通产生的各种环境影响加以度量和限制,从而使交通在提供出行便利性的同时,也不会对人们的生活环境产生不良影响。作为交通规划和交通系统评价的重要步骤,交通流分配理论研究一直以来都是相关领域研究关注的重点。在流量分配理论中考虑交通的环境影响,不仅是当前社会发展的对宜居生活环境的要求,也是进一步提升城市交通管理水平和拓展管理视野的重要方向。

交通流分配一般须遵循Wardrop第一原则,即用户均衡原则^[1]。第一个基于用户均衡原则的数学优化模型是由Beckman于1956提出的,随后Leblanc于1975年给出了求解用户均衡模型的实用Frank-Wolfe算法^[2]。近年来研究者开始针对动态和拟动态的交通流分配问题进行建模分析,并提出了相应的网络对偶均衡理论^[3-4]。针对交通分配中带有独立路段形式的边约束限制,早期研究者多利用数学规划建模分析,而近年来有限维变分不等式成为处理该问题的主流分析工具^[5-6]。为了反映实际路段行程时间具有的自由流和拥挤两阶段特征,最近研究者开始将非凸规划理论应用于交通分配和网络演化研究领域^[7]。交通的环境影响也是交通规划和管理领域的研究热点。近年研究者从交通影响的分类、度量和对策多角度进行了深入研究^[8-10],但是针对交通环境影响下的路线选择行为进行建模分析的却很少。

本文的主要研究贡献包括:①对交通的环境影响进行分析,总结了3种类型的环境影响限制约束,即独立路段式约束、独立节点式约束和区块化限制约束;②建立了考虑交通环境影响的交通流分配模型,并通过定义广义行程时间概念对模型对应的出行者路径选择行为进行了分析;③为上述模型设计了一种有效的部分增广拉格朗日乘子求解算法,并用算例验证了模型及算法的可行性和有效性。

收稿日期:2018-07-15

基金项目:上海市自然科学基金项目(18ZR1426200);上海理工大学人文社科攀登重点项目(SK17PA02);上海市一流学科建设项目(S1201YLXK)

作者简介:何胜学(1976—),男,副教授,博士,主要研究方向为超级网络,交通网络建模,供应链建模与优化。

1 参变量介绍及环境影响限制条件

1.1 参变量介绍

$r \in O$ 表示一个典型的出行起点, O 为起点集合;

$s \in D$ 表示一个典型的出行终点, 所有的终点构成集合 D ;

$rs \in W$ 表示起点和终点分别为 r 和 s 的起讫点对, 所有起讫点对构成集合 W ;

$n \in N$ 表示一个典型节点, N 为节点集合;

$a \in A$ 表示网络中一条有向路段, 所有的有向路段构成集合 A ;

$j \in R$ 表示一条连接起讫点对的可行路径, 所有可行路径的集合为 R ;

x_a 表示路段 a 上的交通流量;

f_j^{rs} 表示选择连接起讫点对 rs 的一条路径 j 上的交通流量;

$t_a(x_a)$ 表示路段 a 上交通流量为 x_a 时, 相关出行者途经路段 a 的行程时间;

$p_a(x_a)$ 表示路段 a 上交通流量为 x_a 时, 路段 a 上的交通产生的对环境的影响量;

p_a 表示路段 a 上的交通产生的环境影响量的允许上限;

\mathbf{x} 表示由所有路段流量构成的路段流量向量, 也称为网络路段交通流量模式;

\mathbf{x}_n 表示进入节点 n 的紧前路段的交通流量构成的向量;

$p_n(\mathbf{x}_n)$ 表示途径节点 n 的交通流向量为 \mathbf{x}_n 时, 节点 n 处的交通产生的对环境的影响量;

p_n 是节点 $n \in N$ 处的交通产生的对环境的影响量的允许上限;

$i \in I^P$ 表示网络中部分路段和节点构成的一个集合, 该集合将作为一个整体考虑其中交通状态对环境的影响, I^P 是该类集合的集合;

P_i 是集合 $i \in I^P$ 上所有路段和节点上交通产生的对环境的影响量的允许上限;

f 表示由所有路径流量构成的路径流量向量, 也称为网络路径交通流量模式;

$\delta_{a,j}^{rs} \in \{0, 1\}$ 用于指示路段 a 与路径 j 在拓扑上的关联关系。 $\delta_{a,j}^{rs}=1$ 表明 a 包含于 j ; $\delta_{a,j}^{rs}=0$ 表明两者无包含关系;

q_{rs} 表示起讫点对 rs 间的交通需求量。

1.2 环境影响限制的约束类型

交通对环境的影响限制可以采取 3 种形式, 即独立路段式约束、独立节点式约束和区块式限制约束。其中的独立路段式约束的具体形式如下

$$p_a(x_a) \leq P_a, \quad \forall a \in A^P \quad (1)$$

式中: A^P 为考虑环境影响限制的路段集合。独立路段式约束的目的是通过限制各独立路段产生的环境影响量, 从而调节利用这些独立路段的交通流量, 进而实现路网流量分布模式的优化。路段的环境影响不仅与道路本身特征(如车道数、路基路面特征等)相关, 而且与道路两侧的绿化和建筑物特征也密切相关。函数 $p_a(x_a)$ 的具体形式不仅应考虑具体的环境影响(各种汽车尾气的排放、噪音和震动等), 而且也应当体现上述路段的特征差异。

与路段的交通环境影响相比, 节点处的交通环境影响具有其自身的特征。例如环形交叉口的不间断式交通流引发的环境影响与常规“十字形”信号控制交叉口的间断式交通流引发的环境影响有显著差异。交叉口周边环境的差异也是交通环境影响需要考虑的重要因素。中心城区的交叉口周边环境有别于城市郊区的交叉口周边环境。独立节点的交通环境影响限制约束形式如下

$$p_n(\mathbf{x}_n) \leq P_n, \quad \forall n \in N^P \quad (2)$$

式中 N^P 为考虑交通环境影响的节点集合; \mathbf{x}_n 是由与函数 $p_n(\mathbf{x}_n)$ 相关的路段流量构成的向量; 途经节点 n 的总流量 \hat{x}_n 可以用流入该节点的路段流量之和表示。如果节点 $n \notin O$, 则有 $\hat{x}_n = \sqrt{123}$; 否则, $\hat{x}_n = \sum_{a \in A_n^+} x_a + \sum_{s \in S} q_{ns}$ 。集

合 A_n^- 是所有以节点 n 为头节点的路段的集合。一般而言,可基于 \hat{x}_n 的值来定义函数 $p_n(\mathbf{x}_n)$; 因此向量 $\mathbf{x}_n = (\dots, x_a, \dots)^T$, 其中 $a \in A_n^-$ 。

不管是独立路段还是独立节点的环境影响限制条件,都是从网络的一个组成元素出发考虑交通的环境影响。但是有时候也需要从网络的整体或网络的一个区域出发对上述影响加以考虑。例如对于一个内含多所医疗机构和教育机构的城市区域,非常有必要从整体角度出发限制该区域的交通环境影响。将这类区域性交通环境影响限制称为区块式交通环境影响限制约束,其具体形式如下

$$p_i(\mathbf{x}_i) \leq P_i, \quad \forall i \in I^p \quad (3)$$

式中: I^p 为考虑交通环境影响限制的区域集合; $p_i(\mathbf{x}_i)$ 一般可表示为 $\sum_{a \in A_i} p_a(x_a) + \sum_{n \in N_i} p_n(\mathbf{x}_n)$, 其中 A_i 和 N_i 分别表示区域 $i \in I^p$ 所包含的路段集合和节点集合; 而向量 $\mathbf{x}_i = (\dots, x_a, \dots)^T$, 其中路段满足 $a \in (\bigcup_{n \in N_i} A_n^-) \cup A_i$ 。 “ \cup ”

表示集合的合并操作。

由约束(1)~约束(3)的形式和含义易知,如将一条独立路段和一个独立节点看作一个区域,则约束(3)可以涵盖约束(1)和约束(2)。因此,下文将仅以约束(3)为例进行建模与分析。

2 考虑环境影响的交通分配模型

通过增加交通环境影响限制约束,可以得到如下的交通分配模型

$$\min z(\mathbf{x}) \equiv \sum_{a \in A} \int_0^{x_a} t_a(w) dw \quad (4)$$

约束

$$\sum_{j \in R_{rs}} f_j^{rs} = q_{rs}, \quad \forall rs \in W \quad (5)$$

$$f_j^{rs} \geq 0, \quad \forall j \in R_{rs}, rs \in W \quad (6)$$

$$p_i(\mathbf{x}_i) \leq P_i, \quad \forall i \in I^p \quad (7)$$

$$x_a = \sum_{rs \in W} \sum_{j \in R_{rs}} f_j^{rs} \delta_{aj}^{rs}, \quad \forall a \in A \quad (8)$$

约束(5)是起讫点对间的流量守恒约束,即给定起讫点对间的可行路径流量和等于该起讫点对间的交通需求量。 R_{rs} 表示起讫点对 rs 间的所有可行路径集合。约束(6)是路径流量的非负约束。约束(7)是网络上的区域交通环境影响限制条件。约束(8)是路径流量和路段流量之间的关联关系约束。因为模型的变量要么为路段流量,要么是路径流量;因此约束(8)起到一个变量转换的作用,被称为隐含条件。目标函数是所有路段上交通累积行程费用之和,其作用主要是使得模型的求解结果满足用户均衡条件。

令 $v_i, \forall i \in I^p$ 为对应约束(7)的拉格朗日乘子,则根据非线性优化理论的 KKT 条件有

$$f_j^{rs} (\tilde{C}_j^{rs} - \mu_{rs}) = 0, \quad \forall j \in R_{rs}, rs \in W \quad (9a)$$

$$\tilde{C}_j^{rs} - \mu_{rs} \geq 0, \quad \forall j \in R_{rs}, rs \in W \quad (9b)$$

$$f_j^{rs} \geq 0, \quad \forall j \in R_{rs}, rs \in W \quad (9c)$$

$$v_i [P_i - p_i(\mathbf{x}_i)] = 0, \quad \forall i \in I^p \quad (9d)$$

$$p_i(\mathbf{x}_i) \leq P_i, \quad \forall i \in I^p \quad (9e)$$

$$v_i \geq 0, \quad \forall i \in I^p \quad (9f)$$

$$\sum_{j \in R_{rs}} f_j^{rs} = q_{rs}, \quad \forall rs \in W \quad (9g)$$

为了明确上述 KKT 条件的物理含义,需要对路段和路径的广义行程时间加以定义。知道一条路径 j 的行程

时间 C_j^{rs} 应当等于其包含的所有路段 a (满足 $\delta_{a,j}^{rs} = 1$) 的行程时间之和, 即 $C_j^{rs} = \sum_a t_a \delta_{a,j}^{rs}, \forall j \in R_{rs}, rs \in W$ 。

而广义的路段行程时间不仅包括了实际路段行程时间 $t_a(x_a)$, 还包括由于该路段属于环境影响限制区域所产生的环境影响转化行程时间 $v_i \frac{\partial p_i(\mathbf{x}_i)}{\partial x_a}$ 。广义的路段行程时间具体定义为

$$\tilde{t}_a \equiv t_a(x_a) + \sum_i v_i \frac{\partial p_i(\mathbf{x}_i)}{\partial x_a} \quad (10)$$

式中: $\frac{\partial p_i(\mathbf{x}_i)}{\partial x_a}$ 可理解为路段流量 x_a 的微量变化引起的区域 i 的环境影响量 $p_i(\mathbf{x}_i)$ 的变化; v_i 可理解为由环境影响量 $p_i(\mathbf{x}_i)$ 的单位变化转化得到的行程时间量。基于广义的路段行程时间 \tilde{t}_a , 可以进一步定义广义的路径行程时间为

$$\tilde{C}_j^{rs} \equiv \sum_a \tilde{t}_a \delta_{a,j}^{rs} \quad (11)$$

由式(9a)、式(9b)和式(9c)可知, 当 $f_j^{rs} > 0$ 时, $\tilde{C}_j^{rs} - \mu_{rs} = 0$ 成立; 而当 $\tilde{C}_j^{rs} - \mu_{rs} > 0$, 流量 $f_j^{rs} = 0$ 。因此可知 $\mu_{rs} = \min_{j \in R_{rs}} \{\tilde{C}_j^{rs}\}, \forall rs \in W$, 即 μ_{rs} 为起讫点对 rs 间所有可行路径的广义行程时间最小值。同时也说明出行者在考虑交通的环境影响限制条件时, 将选择广义行程时间最小的可行路径出行。

由式(9d)、式(9e)和式(9f)可知, 当 $v_i > 0$ 时, $P_i - p_i(\mathbf{x}_i) = 0$ 成立; 而当 $P_i - p_i(\mathbf{x}_i) > 0, v_i = 0$ 成立。这说明网络流量均衡状态下, 只有当区域的环境影响达到限制上限时, 才会诱发广义的行程时间。这种增加的行程时间可以看作该区域的附加交通环境影响出行成本。

3 求解算法

上一节建立的优化模型与经典用户均衡流量分配模型的差异在于增加了环境影响限制约束(7)。考虑到经典用户均衡流量分配模型可以利用 Frank-Wolfe 算法有效求解, 因此希望设计一个算法可以有效利用上述结论。

下面首先给出改进的基于广义路段行程时间的 Frank-Wolfe 算法求解步骤:

步骤 0: 初始化。依据路段阻抗 $t_a = t_a(0), \forall a$, 将各起讫点对间的需求 q 全都加载到对应的一条最短路径上, 得到新的路段流量 $\{x_a^1\}$ 。更新迭代次数 $m := 1$ 。注意这里的初始路段流量也可由嵌套该算法的外层算法提供, 而无需进行上述流量加载操作。

步骤 1: 更新路段行程时间 $\tilde{t}_a^m = t_a(x_a^m) + \sum_i \left[\frac{\partial p_i(\mathbf{x}_i^m)}{\partial x_a} \max(0, v_i + \gamma(p_i(\mathbf{x}_i^m) - P_i)) \right], \forall a$ 。主要这里的 v_i 和 γ 为给定值, 由嵌套该算法的外层算法提供。

步骤 2: 方向搜索。基于广义路段行程时间 $\{\tilde{t}_a^m\}$, 将 q 分别加载到对应的一条最短路径上, 生成辅助流量 $\{\gamma_a^m\}$ 。

步骤 3: 一维搜索。求解 $\min_{\alpha \in [0, 1]_a} \sum_a \int_0^{x_a^m + \alpha(\gamma_a^m - x_a^m)} t_a(\bar{\omega}) d\bar{\omega}$, 得到步长 α_m 。

步骤 4: 路段流量更新。令 $x_a^{m+1} = x_a^m + \alpha_m(\gamma_a^m - x_a^m), \forall a$ 。

步骤 5: 收敛检查。如果条件 $\sqrt{\sum_a (x_a^{m+1} - x_a^m)^2} / \sum_a x_a^m \leq \varepsilon'$ 成立, 算法终止, 当前流量分布 $\{x_a^{m+1}\}$ 即作为均衡流量的近似解; 否则, 令 $m := m + 1$, 转步骤 1。这里 ε' 为一较小的给定正数。

为了利用经典用户均衡交通流分配模型可被高效求解的优势, 将依据部分增广拉格朗日乘子法将考虑环境影响的交通流分配模型转化为系列具有如下目标函数的类经典用户均衡模型加以迭代求解

$$L(\mathbf{x}, v^k, \gamma^k) \equiv \sum_a \int_0^{x_a} t_a(\varphi) d\varphi + \frac{1}{2\gamma^k} \sum_{i \in I^r} \{ [\max(0, v_i^k + \gamma^k(p_i(\mathbf{x}_i) - P_i))]^2 - (v_i^k)^2 \} \quad (12)$$

目标(12)中, $\gamma^k > 0$ 为系列惩罚系数, v_i^k 为对应区域 $i \in I^r$ 的约束(7)的系列拉格朗日乘子。令 X 为由约束(5)、(6)和(8)构成的路段流量可行集合, 则得到的系列类经典用户均衡交通流分配模型为 $\min_{x \in X_i} L(\mathbf{x}, v^k, \gamma^k)$ 。

下面给出迭代更新惩罚系数 γ^k 和乘子 v_i^k 的部分增广拉格朗日乘子算法的详细步骤:

步骤 1: 初始化数据。利用“全有全无”法在不考虑环境影响条件下得到初始路段流量 $\{x_a^{(0)}\}$ 。设定初始乘子系数 $\Lambda > 0$ 。按照如下规则选取初始乘子 $\{v_i^{(1)}\}$: 如果 $p_i(\mathbf{x}_i)$ 小于或等于 P_i , 令 $v_i^{(1)} = 0$; 如果 $p_i(\mathbf{x}_i)$ 大于 P_i , 则令 $v_i^{(1)} = \Lambda(p_i(\mathbf{x}_i) - P_i)/P_i$ 。设定初始罚因子 $\gamma^{(1)} > 0$, 放大系数 $\alpha > 1$, 允许误差 $\varepsilon > 0$, 参数 $\omega \in (0, 1)$, 令迭代次数 $k := 1$ 。

步骤 2: 利用 Frank-Wolfe 法求解交通流分配问题 $\min_{x \in X_i} L(\mathbf{x}, v^k, \gamma^k)$ 。以 $\{x_a^{(k-1)}\}$ 为初始点, 设问题 $\min_{x \in X_i} L(\mathbf{x}, v^k, \gamma^k)$ 的最优解为 $\{x_a^{(k)}\}$ 。注意这里的流量分配将基于如下的广义路段行程时间形式 $\tilde{t}_a(x_a) = t_a(x_a) + \sum_i [\frac{\partial p_i(\mathbf{x}_i^m)}{\partial x_a} \max(0, v_i + \gamma^k(p_i(x_i^{(k)})) - P_i)]$ 。

步骤 3: 检查是否满足终止准则。若 $\max_{i \in I^r} \{|p_i(x_i^{(k)}) - P_i| / P_i | v_i^{(k)} > 0\} < \varepsilon$, 则终止迭代, $\{x_a^{(k)}\}$ 即为考虑交通环境影响限制的交通流分配模型的近似最优解; 否则, 转下一步。

步骤 4: 判断收敛快慢, 更新惩罚系数。若

$$\sqrt{\sum_i \max^2\{-v_i^{(k)}/\gamma^{(k)}, p_i(x_i^{(k)}) - P_i\}} > \omega \sqrt{\sum_i \max^2\{-v_i^{(k-1)}/\gamma^{(k-1)}, p_i(x_i^{(k-1)}) - P_i\}}$$

则令 $\gamma^{(k+1)} = \alpha\gamma^{(k)}$; 否则, 令 $\gamma^{(k+1)} = \gamma^{(k)}$ 。

步骤 5: 进行拉格朗日乘子迭代更新。令 $v_i^{(k+1)} = \max\{0, v_i^{(k)} + \gamma^{(k)}(p_i(x_i^{(k)}) - P_i)\}$, $\forall a \in A$ 及 $k := k + 1$ 。返回步骤 2。

4 算例分析

本节将利用图 1 中的交通网络对本文提出的模型与算法加以验证。图 1 中的网络具有 13 个节点, 其中节点 1 和 2 是起点, 节点 3 和 4 是终点。因此共有 4 对起讫点对分别为 (1, 3), (1, 4), (2, 3) 和 (2, 4), 对应前述起讫点对的交通需求量分别为 1 000, 900, 1 100 和 800。将考虑两个区域对其交通环境影响加以限制。区域 1 包括一个节点 8 和四条路段 6, 7, 9 和 10; 区域 2 包括一个节点 12 和四条路段 12, 15, 17 和 18。环境影响限制区域 1 和区域 2 的环境影响允许上限 P_i 分别设为 12 和 16。路段的行程时间函数将采用常见的 BPR 函数形式 $t_a(x_a) = t_a^0 [1 + 0.15(x_a / C_a)^4]$ 。其中参数 t_a^0 和 C_a 分别为路段 a 的自由流行程时间和通行能力 C_a 。假设路段的环境影响函数具有如下形式

$$p_a(x_a) = e_{a,1}(x_a / C_a)^2 + e_{a,2}x_a / C_a + e_{a,3} \quad (13)$$

区域集合 1 所包含路段的参数 $e_{a,1}, e_{a,2}$ 和 $e_{a,3}$ 分别为 12.0, 6.0 和 0.0; 而区域集合 2 所包含路段的参数 $e_{a,1}, e_{a,2}$ 和 $e_{a,3}$ 分别为 4.5, 8.0 和 0.1。为简化分析, 假设节点的环境影响函数具有如下形式

$$p_n(\hat{x}_n) = \theta_{n,1}(\hat{x}_n / \hat{C}_n)^2 + \theta_{n,2}\hat{x}_n / \hat{C}_n + \theta_{n,3} \quad (14)$$

其中 \hat{x}_n 为途经节点 n 的交通总流量, 即流经节点 n 的路段流量之和; 而 \hat{C}_n 是以节点 n 作为头节点的路

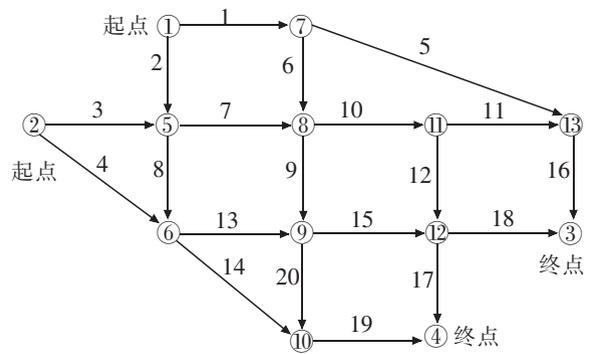


图 1 具有 13 个节点交通网络
Fig.1 Traffic network with 13 nodes

段的通行能力之和。节点 8 对应的参数 $\theta_{8,1}, \theta_{8,2}$ 和 $\theta_{8,3}$ 分别为 2.0, 16.0 和 0.0; 而节点 12 对应的参数 $\theta_{12,1}, \theta_{12,2}$ 和 $\theta_{12,3}$ 分别为 5.0, 25.0 和 0.1。

利用 Java 程序语言在 NetBeans IDE 8.0.2 集成开发环境下实现上文中的增广乘子算法。算法的终止指标设定为 $\varepsilon = \varepsilon' = 0.01$, 初始乘子系数 $A = 1.0$ 。增广乘子法中的放大系数 $\alpha = 2$, 参数 $\omega = 0.25$ 。路段均衡流量的计算结果总结见表 1。

表 1 路段行程时间函数的参数和均衡流量

Tab.1 Coefficients of link travel time functions and the equilibrium flows on links

路段	t_a^0	C_a	流量	路段	t_a^0	C_a	流量
1	10	1 200	1 235.88	11	9	2 100	413.17
2	13	1 000	664.12	12	20	1 200	0.0
3	12	1 700	413.17	13	9	900	1 595.03
4	11	1 500	1 486.83	14	18	1 500	555.92
5	10	900	1 000.0	15	14	1 200	1 748.29
6	6	1 200	235.88	16	10	2 000	1 413.17
7	11	1 000	413.17	17	5	1 600	1 061.46
8	9	800	664.12	18	12	1 300	686.83
9	10	900	235.88	19	18	1 800	638.54
10	13	1 300	413.17	20	8	1 200	82.62

环境影响限制区域 1 中路段 6, 7, 9 和 10 的环境影响量 $p_a(x_a)$ 分别为 0.465, 2.051, 0.826 和 1.214。限制区域 2 中路段 12, 15, 17 和 18 的环境影响量 $p_a(x_a)$ 分别为 0.1, 9.661, 2.084 和 1.359。节点 8 和 12 的环境影响量 $p_n(x_n)$ 分别为 0.176 和 2.761。 v_1 的值为 0.0, 对应的 $p_i(x_i) - P_i$ 等于 -7.269; 而 $v_2 = 61\ 097.213$, 对应的 $p_i(x_i) - P_i$ 等于 -0.035。利用节点流量守恒条件可判定流量计算结果的合理性。

算法经过 16 次迭代收敛, 模型整体求解的程序运行时间小于千分之一秒(即计算机显示执行时间为 0, 小于其可给出的最小时间单位千分之一秒)。计算过程中增广乘子算法收敛的检查指标项 $SC(k) = \max_{i \in I'} \{|p_i(x_i^{(k)}) - P_i| / |P_i| v_i^{(k)} > 0\}$ 的变化和对应每次迭代调用 Frank-Wolfe 算法的次数 $FW(k)$ 分别绘制在图 2 和图 3 中。从图 2 和图 3 可以看出, $SC(k)$ 和 $FW(k)$ 的大小具有强正相关性, 即较大的 $SC(k)$ 值对应较大的 $FW(k)$ 值。

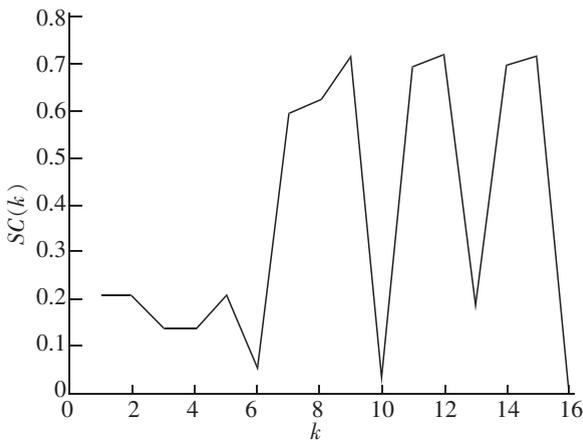


图 2 随迭代次数的变化

Fig.2 The changes with respect to iteration

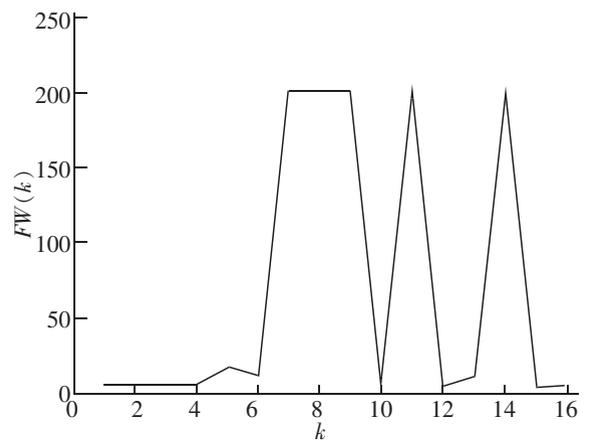


图 3 随迭代次数的变化

Fig.3 The changes with respect to iteration

5 结束语

交通的环境影响今天已成为交通规划和系统评价中必须考虑的重要因素。通过对交通环境影响形式的分析, 可将交通环境影响限制分为三种基本类型。通过在基本的用户均衡交通流分配模型中添加环境影响

限制约束,可以使出行者在选择出行路径时考虑交通产生的环境影响。广义行程时间的定义不仅拓展了 Wardrop 原则的内涵,也使利用经典用户均衡交通流分配模型的 Frank-Wolfe 求解算法变得自然简单。有针对性的部分增广拉格朗日乘子算法的设计应用使得新模型的求解变得切实可行。考虑交通环境影响限制的交通流分配理论可以继续向随机交通分配和动态交通分配延伸,也可以结合实证分析深入研究环境影响的实用函数形式。

参考文献:

- [1] HE SHENGXUE, Fan bing-quan. generalized wardrop principle and its application in regional transportation[J]. Transportation Research Record, 2008, 2085(1):49-56.
- [2] SHEFFI Y. Urban transportation networks; equilibrium analysis with mathematical programming methods[M]. New Jersey: Prentice-Hall, 1985:56-80.
- [3] 何胜学, 范炳全. 多用户动态交通流分配模型及算法研究[J]. 上海理工大学学报, 2006, 28(5):460-464.
- [4] 何胜学, 董琼, 徐福缘. 基于网络对偶均衡的交通流分配模型[J]. 公路交通科技, 2010, 27(9):105-110.
- [5] 何胜学, 何建佳, 徐福缘. 基于网络对偶均衡的有边约束的交通流分配模型[J]. 交通运输系统工程与信息, 2011, 11(2):100-105.
- [6] 何胜学, 李秋曼. 考虑边约束的网络交通流分配及应用[J]. 计算机应用研究, 2011, 28(7):2595-2598.
- [7] 何胜学. 基于两阶段行程时间的交通流分配理论[J]. 交通运输系统工程与信息, 2018, 18(1):139-144.
- [8] 郭卫东, 吕科, 梁青槐. 城市交通对环境的影响及其对策[J]. 北方交通大学学报, 2003, 27(2):105-109.
- [9] 龚琴红. 交通运输对大气环境的影响及节能减排分析研究[J]. 交通节能与环保, 2014, 29(2):60, 73-75.
- [10] ANCIAES P R, METCALFE P J, HEYWOOD C. Social impacts of road traffic: perceptions and priorities of local residents[J]. Project Appraisal, 2016, 35(2):172-183.

Traffic Assignment Model and Algorithm with the Environment Influence Constraints

He Shengxue

(Business School, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

Abstract: In view of the limitation of the traffic environment influence on the traveling route choices, the corresponding traffic assignment model was built and the related augmented Lagrange multiplier method was designed. Firstly, based on the features of traffic environment influence, the constraints of limiting environment influence were divided into independent link constraint, independent node constraint and block limitation constraint. Secondly, by adding the environment influence limitation into the classical user equilibrium model, the traffic assignment model with environment influence was obtained. Through defining the generalized travel time and using the KKT conditions, the principle of selecting route corresponding to the new model was analyzed. Finally, an augmented Lagrange multiplier method embedding the Frank-Wolfe algorithm was designed to solve the new model. The numerical example verified the effectiveness of the new model and method. This research not only extends the research viewpoint of the traffic assignment theory, but also provides the theoretical support for traffic administrators when environment influence is considered.

Key words: traffic assignment; augmented Lagrange multiplier; user equilibrium; environment influence